

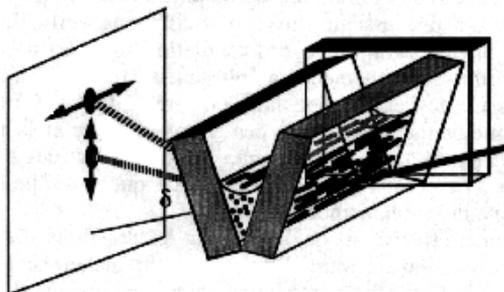
# CRISTAUX LIQUIDES

## EN CLASSE

Phénomènes, propriétés et concepts physiques  
illustrés par des expériences de cours  
sur les cristaux liquides

P. Pieranski \*

Laboratoire de Physique des Solides  
Orsay 1995



Prisme nématique (H. Kitzerow, TU, Berlin)

### Sommaire

1 - Introduction.....	162
2 - De l'expérience aux concepts physiques .....	166
2.1 Prisme nématique .....	166
2.2 Parenthèse : tige magique.....	178
2.3 Diffusion de la lumière en phase isotrope de 5CB .....	181
2.4 Films smectiques .....	188
2.5 Point tri-critique de Dick Hornreich.....	212
3 - Encouragements en guise de conclusion .....	221
4 -Références.....	222

\* Conférence prononcée à l'occasion du Congrès SFP de Marseille, 1995

## 1. Introduction

*"I have never understood why it is so often assumed by university lecturers that their students are so highly motivated that the usual rules for retaining the attention of an audience, for making the subject exciting, for introducing elements of humour and drama can all be suspended".*

Cette phrase<sup>1</sup>, que me sauta aux yeux pendant la lecture de "American Journal of Physics", pourrait servir de devise à cet exposé que je conçois comme un plaidoyer et que j'aimerais commencer par l'anecdote suivante:

### 1.1. Et vous ne comprenez pas ça ?

"Et vous ne comprenez pas ça ?!"<sup>2</sup> L'incrédulité teintée de déception vibrerait dans la voix de Bernard Pivot<sup>[1]</sup>. Cette réaction spontanée contrastait singulièrement avec l'admiration sans bornes vouée par le journaliste à son invité, Pierre-Gilles de Gennes. Dans le but de faire comprendre au téléspectateur moyen la beauté mystérieuse des phénomènes physiques, le prix Nobel de physique venait de montrer une expérience d'une simplicité déroutante et qui consistait à secouer un peu de sable versé sur une assiette mise en oscillations verticales de fréquence d'environ 10 Hz. Lorsque l'amplitude des oscillations dépassa un certain seuil, le sable s'anima et forma spontanément un joli tas de forme conique. Soulagé et satisfait par la réussite de l'expérience faite en direct, PGG attira l'attention des spectateurs sur les mouvements collectifs des grains de sable et la perfection de la forme du tas qui en résultait. Finalement, dans l'espoir de susciter quelques vocations, il ajouta: "Et ce qui est le plus beau, ce que nous ne connaissons pas l'explication complète de ce phénomène"<sup>[2]</sup>

On ne saura peut être jamais quelles étaient les réactions des téléspectateurs: plus proches de la déception du journaliste ou du but recherché par le physicien. Mais, quoi qu'il en soit, l'expérience n'a laissé personne indifférent.

En ce qui me concerne, j'étais fier de partager avec le Maître sa fascination pour le phénomène que je connaissais déjà grâce aux visites que j'ai effectuées au Laboratoire d'Optique de la Matière Condensée à Jussieu<sup>[3]</sup> et au Laboratoire de Physique à l'École Normale de Lyon<sup>[3]</sup>.

### 1.2. "Physique passionnante"

Les expériences avec le sable font partie de la collection que j'assemble depuis des années dans le but d'écrire un jour la suite du livre que j'ai lu et relu dans mon enfance et qui m'a ouvert les yeux sur la physique. Ce livre de vulgarisation s'intitulait "Physique passionnante" et avait pour auteur, si mon souvenir est bon, un certain Monsieur Perelman<sup>[4]</sup>.

<sup>1</sup>C'est une citation de l'ouvrage "The Art and Science of Lecture Demonstration" de Charles Taylor (Hilger, Bristol 1988),

<sup>2</sup>je cite de mémoire

Une partie de ma collection est constituée d'expériences sur les cristaux liquides qui servent à illustrer les cours sur les cristaux liquides. Certaines d'entre elles sont présentées dans le polycopié de cours que nous rédigeons avec Patrick Oswald. L'invitation au Congrès de la Société Française de Physique à Marseille, me donne ici l'occasion de compléter cette présentation.

Les expériences que je chéris tout particulièrement ont les vertus très précises:

- 1°- Elles sont suffisamment simples pour être montées avec peu de moyens, "sur un coin de table"<sup>3</sup>.
- 2°- Elles montrent clairement un phénomène physique.
- 3°- Elles permettent de mesurer facilement une grandeur physique.
- 4°- Elles nous obligent à réfléchir sur leur explication et par cela nous lancent sur les traces des concepts physiques.

La physique des cristaux liquides et, de manière plus générale, de la matière condensée est riche en expériences de ce type car le comportement statique ou dynamique des systèmes composés d'un grand nombre de particules en interaction peut être extraordinairement varié et surprenant. Cette richesse est à la mesure de la variété des particules mises en interaction: électrons, atomes, molécules, virus, bactéries grains de sable, neurones, pétales des fleurs, feuilles des plantes, cellules d'un organisme, individus d'une société etc. Notons que dans le seul monde des cristaux liquides thermotropes composés de molécules de petite taille (masse moléculaire de l'ordre de qq.  $10^2$ ), le nombre des composés possédant une ou plusieurs mésophases est d'ores et déjà de l'ordre quelques dizaines de milliers et s'accroît sans cesse grâce à l'imagination des chimistes.

La beauté de la physique de la matière condensée vient en partie de l'existence des concepts très généraux qui s'appliquent à un grand nombre des systèmes différents. Les concepts les plus anciens et qui ont résisté le mieux à l'épreuve du temps sont aussi les plus fondamentaux. D'autres viennent tout juste d'être inventés pour répondre au besoin pressant de la description intelligible des phénomènes nouveaux découverts dans les systèmes originaux créés de toutes pièces par l'homme. A leur tour, ils seront soumis à l'épreuve du temps et disparaîtront ou survivront.

Un des objectifs de l'enseignement est de faire comprendre que les concepts physiques et les lois de la physique sont nés et naissent souvent de l'interrogation créée par des expériences quelquefois très simples. Les expériences de cours, précédant les explications au tableau noir, permettent de combler au moins partiellement le gouffre qui s'installe avec le temps entre, d'une part, les mots et les symboles des théories et des modèles aseptisés par les reprises et perfectionnements successifs, et, d'autre part, la réalité crue telle qu'on la voit, entend ou touche dans une expérience.

---

<sup>3</sup> comme le dirait Etienne Guyon

### 1.3. Créateurs de la physique passionnante

L'enseignement de la physique doit aussi faire comprendre aux élèves que ces expériences, concepts ou lois sont l'oeuvre des hommes et des femmes, bref, de mortels. Des gens que l'on peut connaître, et même côtoyer au moment où ils ont créé en lisant leurs oeuvres originales.

A la lecture des écrits de Lord Rayleigh<sup>[5]</sup>, G.I. Taylor<sup>[6]</sup> ou Georges Friedel<sup>[7]</sup>, on est subjugué par leur puissance de travail, l'éclectisme de leurs intérêts, la culture mathématique ou l'astuce expérimentale. Richard Feynman<sup>[8]</sup>, Lew Landau<sup>[9]</sup> ou PGG<sup>[10]</sup> nous impressionnent par leur magique intuition physique.



Fig.1.3.1: Lord Rayleigh, un des géants de la physique du XIX siècle<sup>[5]</sup>.

La lecture des articles originaux, bien que quelquefois difficile à cause des hésitations et d'obscurités qu'ils véhiculent, peut fournir autant de plaisir que la Littérature au sens propre. Les écrits des siècles passés, où la recherche n'était pas encore un métier mais un privilège ou une vocation, ont un style, au sens littéraire, mis au service des idées en gestation (dans une de ses lettres au journal "Physics Today" D. Mermin déplore le style standardisé d'articles et les résistances opposées par les éditeurs aux néologismes). A la lecture des écrits anciens, on se rend aussitôt compte que les contours des concepts physiques naissants sont bien souvent très flous. Qu'à leurs débuts, les lois physiques ne sont que des hypothèses, conjectures lancées audacieusement à partir d'une expérience, d'un fait déroutant les conformismes, les préjugés ou les idées reçues (voir "Le dictionnaire de idées reçues" de G. Flaubert). Pour survivre, il va falloir que les nouveautés résistent aux anathèmes gratuits ou, ce qui est déjà mieux, à l'épreuve des nouvelles expériences conçues bien souvent spécialement dans l'espoir de les détruire. D'autres entreprendront leur défense et imagineront des nouveaux tests, construiront dans ce but d'autres expériences.

#### 1.4. Comment appeler les choses par leur nom

La lecture des articles originaux permet aussi d'assister au baptême des concepts nouveau-nés. Ceux, parmi les géniteurs, qui aiment la poésie, opèrent par métaphore en détournant les mots courants de leur sens propre et en leur insufflant un nouveau sens figuré (boojum, ombilic, reptation, frustration, pelote, brosse, champignon, etc).

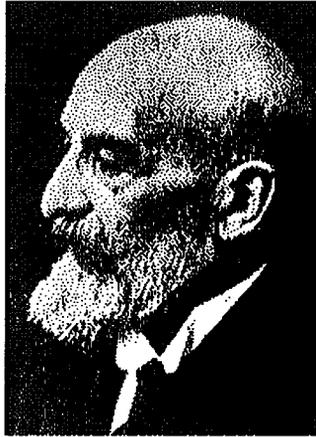


Fig. 1.4.1. Georges Friedel, auteur des “États mésomorphes de la matière”<sup>[7]</sup>, inventa tout un vocabulaire inspiré de grec pour exprimer ses concepts novateurs sur les cristaux liquides.

D'autres créent des néologismes par des procédés tels que l'association des mots réduite ou non à un acronyme (cristaux liquides, longueur de pénétration, cristaux conformes<sup>4</sup>, ADN, EPR, IRN, laser, quasar, pulsar, “mermaid potential”, etc). Les amoureux des langues anciennes, cherchent leur inspiration en grec, latin ou sanscrit.

Ce dernier procédé, bien que le moins parlant à l'imagination, offre l'avantage de ne pas affubler le nouveau-né d'un nom mal choisi et dont la signification erronée serait lourde à porter à l'âge adulte, mais, au contraire, permet au nom d'ajuster son sens en fonction de son épanouissement (entropie, ergodique, nématique, smectique, phyllotaxie, etc). Finalement, on peut aussi rendre justice aux mérites des hommes ou flatter leur vanité en associant leur nom (sans demander leur permission) à l'objet de leur découverte (constante de Planck, relique de Planck, instabilité de Peierls<sup>5</sup>, constante de Frank, viscosité de Miesowicz, module de Young, équation de Leslie-Ericksen, pincement de Scoulios<sup>6</sup>, effet de Rayleigh-Benard, etc).

<sup>4</sup>inventés tout récemment par Piotr Pieranski et François Rothen

<sup>5</sup>Peierls n'aimait pas du tout ce terme; voir “The Bird of Passage”, autobiographie de R.P.

<sup>6</sup>qu'en pense-t-il?

## 2. De l'expérience aux concepts physiques

### 2.1. Prisme nématique

Un jour de printemps 1983, j'ai vu débarquer dans mon labo un jeune berlinois, Heinz Kitzerow, envoyé à Orsay par son patron de thèse avec la mission d'utiliser nos équipements pour réaliser quelques expériences sur les Phases Bleues. Le jeune homme révéla rapidement ses atouts: une grande efficacité, un véritable talent d'expérimentateur et un caractère sympathique. Nous devînmes amis et une collaboration s'établit entre nous.

Quelques années plus tard, au mémorable mois de Novembre 1989, je me suis rendu à Berlin pour y séjourner pendant un an. C'est au labo de Heinz<sup>7</sup> que j'ai vu pour la première fois sa manip avec le prisme nématique. Je l'adoptais aussitôt et l'adaptais pour mes cours sur les cristaux liquides. La voici:

#### 2.1.1. Montage

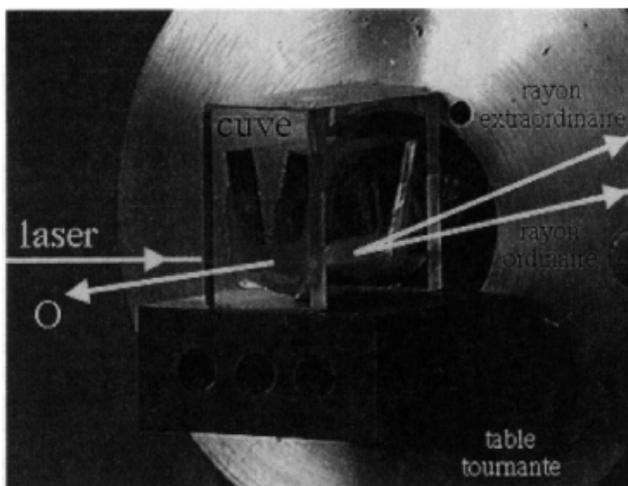


Fig. 2.1.1. Prisme nématique: une cuve prismatique contenant un peu de nématique.

Le schéma de l'expérience est représenté sur la figure 2.1.1. La pièce maîtresse du dispositif est une cuve en forme de prisme que j'ai faite à partir de quatre plaques de Plexiglas identiques de dimensions 20×15×3 mm. L'assemblage et l'étanchéité de la cuve sont assurés par une colle époxy. Afin d'éviter l'altération chimique du cristal liquide par la colle, on réalise le collage sur l'extérieur de la cuve de manière à minimiser le contact entre la colle et le cristal liquide.

<sup>7</sup>Laboratoire de Gerd Heppke à Ivan-N. Stranski-Institute à l'Université Technique de Berlin

Avant le collage, les surfaces des plaques Plexiglas constituant les parois obliques du prisme ont été frottées avec du coton dans la direction parallèle à l'arête du prisme. Grâce à ce traitement, l'axe optique du nématique s'orientera dans cette direction.

Après le durcissement de la colle, une petite quantité du cristal liquide nématique est versée, au moyen d'une pipette en verre, au fond de la cuve jusqu'à ce que le niveau du nématique atteigne la hauteur de quelques millimètres.

La cuve est fixée sur une table tournante dont l'axe est horizontal. La position de la cuve sur la table est telle que l'axe de rotation passe au milieu du cristal liquide. Grâce à cette disposition, on aura pas besoin d'ajuster la hauteur du faisceau laser lors de la rotation du prisme.

Lorsque la table tournante est graduée, on peut déterminer l'angle du prisme à partir de ses deux positions telles que les reflets du faisceau laser sur les surfaces obliques de la cuve sont renvoyés au même point (suffisamment distant).

### 2.1.2. Phénomène de biréfringence

Lorsque le faisceau laser, incident perpendiculairement à l'axe du prisme, ( $1^\circ$ ) n'est pas polarisé, ( $2^\circ$ ) est polarisé circulairement ou ( $3^\circ$ ) est polarisé linéairement dans une direction oblique par rapport à l'arête du prisme, on verra deux faisceaux à la sortie du prisme<sup>[33]</sup>. Il est donc évident que la prisme nématique est doué de **biréfringence**, au sens propre.

Comment est-ce possible qu'un faisceau lumineux se dédouble pendant (pas après) son passage dans le prisme ?

Avant de répondre à cette question, on peut mesurer les indices de réfraction correspondant aux deux rayons réfractés en utilisant les connaissances classiques sur l'action des prismes ordinaires (car l'axe optique est perpendiculaire à l'arête). On cherchera donc les positions du prisme assurant les déviations minimales des deux faisceaux et on déterminera les angles de déviations à partir des mesures de la hauteur du faisceau sur un mur muni d'une échelle millimétrique et dont on connaît la distance par rapport au prisme.

Ayant trouvé les deux indices de réfraction, on examinera de plus près les deux faisceaux réfractés afin de trouver leur différences. En insérant dans leur trajectoire un polariseur, on verra immédiatement que les deux faisceaux sont polarisés linéairement mais celui dont la réfraction est moindre est polarisé dans la direction orthogonale à l'arête du prisme, tandis que l'autre est polarisé dans la direction de cette arête [34].

L'explication du phénomène de la biréfringence fait appel à la propagation des ondes électromagnétiques dans un milieu anisotrope dont le tenseur de la permittivité électrique  $\epsilon_{ij}$  est anisotrope. Dans le cas de notre prisme nématique, ce tenseur est uniaxe et on peut l'exprimer de la façon suivante:

$$\epsilon_{ij} = \epsilon_{iso} \delta_{ij} + \epsilon_{aniso} \left( n_i n_j - \frac{1}{3} \delta_{ij} \right) \quad 2.1.1$$

où 
$$\varepsilon_{iso} = \frac{2\varepsilon_{\perp} + \varepsilon_{//}}{3} \quad \text{et} \quad \varepsilon_{aniso} = \varepsilon_{//} - \varepsilon_{\perp} \quad 2.1.2$$

et où  $\mathbf{n}$  est un vecteur unitaire dirigé selon l'arête du prisme. Les indices // et  $\perp$  désignent les permittivités électriques mesurées dans les directions parallèle et perpendiculaire au vecteur  $\mathbf{n}$ . Le vecteur  $\mathbf{n}$ , appelé le **directeur**, indique la direction commune adoptée en moyenne par les molécules (de forme allongée) du cristal liquide.

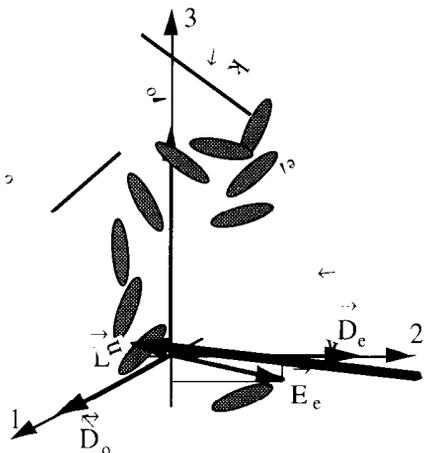


Fig.2.1.2: Dans une base choisie astucieusement, les modes propres des équations de Maxwell dans un milieu uniaxe sont très simples.

La biréfringence d'un milieu est la conséquence du fait que les équations de Maxwell qui régissent la propagation des ondes électromagnétiques de fréquence  $\omega$  admettent **deux modes propres**, appelés ordinaire et extraordinaire, ayant la même direction des vecteurs d'onde  $\mathbf{k}$  mais dont le module est différent:

$$k_o = n_o k_{vide} \quad 2.1.3$$

et

$$k_e = n_{eff} k_{vide} \quad 2.1.4$$

Les deux modes se distinguent par leur polarisation c'est-à-dire l'orientation des vibrations du champ de déplacement électrique  $\mathbf{D}$ . Dans le mode ordinaire, le champ  $\mathbf{D}$  est orthogonal à  $\mathbf{n}$  (et au vecteur d'onde  $\mathbf{k}_o$ , bien sûr). Dans le mode extraordinaire, le champ  $\mathbf{D}$  prend l'autre direction orthogonale au vecteur d'onde  $\mathbf{k}_e$  laquelle est contenue dans le plan défini par les vecteurs  $\mathbf{n}$  et  $\mathbf{k}$ . L'indice de

réfraction effectif  $n_{\text{eff}}$  du rayon extraordinaire défini ci-dessus, est fonction de l'angle  $\theta$  entre les deux vecteurs:

$$\frac{1}{n_{\text{eff}}^2} = \frac{\cos^2 \theta}{n_o^2} + \frac{\sin^2 \theta}{n_e^2} \quad 2.1.5$$

A partir de ces définitions, on identifie immédiatement la nature des deux rayons réfractés par le prisme.

### 2.1.3. Concept de l'ordre d'orientation

Une autre différence entre les deux rayons devient évidente quand on s'amuse à incliner le prisme de manière à faire couler le nématique d'un bord de la cuve à l'autre. Ce traitement, même sans violence, a pour effet une sorte de "brouillage", allant jusqu'à la disparition, du faisceau extraordinaire. En laissant de nouveau la cuve au repos, on verra que le faisceau évanoui retrouvera sa qualité initiale en un laps de temps dont la durée augmente avec l'épaisseur du cristal liquide traversé par le faisceau laser. La réapparition du faisceau est accompagnée par la présence d'un halo dont l'intensité tend vers zéro.

L'explication exacte de ce comportement est très complexe mais on peut soupçonner que c'est l'orientation du vecteur  $\mathbf{n}$  qui est dramatiquement affectée par l'écoulement car l'indice de réfraction du rayon extraordinaire brouillé est sensible à cette orientation (éq.2.1.5).

Ce soupçon de fragilité<sup>[11]</sup> de l'ordre nématique nous conduit directement aux questions sur la nature de l'orientation des molécules d'un nématique ainsi que sur la perturbation de cet ordre par les écoulements et sur la relaxation de cette perturbation après la cessation d'écoulements.

Nous savons qu'en présence des parois de la cuve frottées préalablement, les molécules sont orientées. Quelle est donc l'action des parois ? (1°) Aident-elles les molécules à s'aligner parallèlement les unes aux autres ou (2°) fixent-elles seulement la direction de l'ordre nématique lequel s'établit spontanément et sans aide des parois du seul fait d'interaction des molécules entre elles ? Et que se passerait-il si les parois solides de la cuve n'étaient pas là ? Imaginons pour un instant qu'une grosse goutte de cristal liquide nématique flotte dans l'air en état d'apesanteur. Supposons aussi que la surface libre de la goutte n'a pas d'effet sur l'orientation des molécules du nématique. Quelle sera alors l'orientation des molécules dans la goutte ?

Ces questions sur la nature de l'orientation des molécules dans notre prisme **biréfringent mais liquide** (ou dans une grosse goutte en lévitation) sont extrêmement importantes car elles conduisent à la formulation des nouveaux concepts physiques.

Du point de vue historique, le mérite de poser les bonnes questions et la primeur de donner les réponses justes reviennent à Georges Friedel. Pour faire cela, il a fallu à Georges Friedel sortir des ornières de la classification

sempiternelle des états de la matière en gaz, liquides et solides et affirmer haut et fort qu'il n'est nullement question d'un état cristallin dont l'élasticité serait si faible qu'il coulerait, mais qu'il s'agit d'un nouvel, homogène et autonome état de la matière dans lequel les molécules sont orientées, en moyenne, selon une direction, tout en ayant la liberté de diffuser comme dans un liquide ordinaire. Pour souligner le fait que le caractère de ce nouvel état de la matière est intermédiaire entre l'état liquide et l'état solide cristallin il le baptisa de **mésomorphe**. Enfin, afin de le distinguer des autres états mésomorphes, dont il avait connaissance, il le nomma "**nématique**", selon la suggestion de sa cousine helléniste<sup>8</sup>, car sous l'effet d'un écoulement on y voyait apparaître une sorte de fils ( $\nu\eta\mu\alpha$  en grec) visibles au microscope.

Le contenu du concept de l'état **mésomorphe nématique** fut enrichi et précisé par les successeurs de Georges Friedel. Aujourd'hui, nous savons que les parois de la cuve ne servent qu'à préciser quelle orientation dans l'espace doit prendre l'ordre nématique car celui-ci s'établit de lui-même du fait de l'interaction des molécules entre elles. Dans la goutte qui flotte dans l'espace isotrope, cette direction serait donc arbitraire. En pratique, cela signifie qu'à un instant  $t$ , la direction moyenne des molécules est bien définie mais, plus tard, elle changera de manière à ce qu'en une éternité, toutes les directions de l'espace soient explorées avec la même probabilité car du point de vue énergétique, toutes les directions de l'espace sont identiques.

Le fait qu'en un instant donné, la direction moyenne des molécules est bien définie, bien que les molécules interagissent entre elles dans un espace isotrope où aucune direction n'est privilégiée, est semblable à l'alignement des moments magnétiques dans un ferromagnétique ou l'adoption par les atomes des positions au sein d'un réseau cristallin. Ces comportements collectifs des ensembles de particules qui renoncent, à un instant donné, à utiliser tous les degrés de liberté dont elles disposent, est remarquable et surprenant au point de mériter que P.W. Anderson, le prix Nobel de physique, introduise le concept de l'**ordre à symétrie brisée**[12]. Dans le cas des nématiques c'est la symétrie par rapport aux rotations de l'espace qui est brisée. Dans les cristaux, c'est la symétrie par rapport aux translations qui est brisée. Etc. C'est donc un concept physique plus général que celui de l'ordre nématique.

Mais, revenons à notre expérience avec le prisme nématique et interrogeons nous sur la façon dont agissent les parois de la cuve. Exercent-elles une action sur l'ensemble des molécules du prisme ou bien seulement sur celles qui se trouvent dans leur voisinage immédiat ? Les interactions entre les molécules étant le plus souvent de portée atomique, la deuxième des alternatives semble correcte. Soit. Comment se fait-il alors que l'orientation imposée par les parois se propage vers l'intérieur de la cuve ? Par les interactions entre les molécules, de proche en proche, bien sûr. Nous savons pourtant que les molécules sont animées de mouvements thermiques qui doivent brouiller la transmission de l'information sur l'orientation à prendre. Il y a-t-il une distance maximale au-delà de laquelle cette information sera

---

<sup>8</sup>voir le livre de souvenirs "Graine de mandarin" de J. Friedel, le petit fils de G. Friedel

irréremédiatement perdue ? Il y a-t-il une taille maximale de la goutte en lévitation au-delà de laquelle l'ordre moyen des molécules n'existera plus ?

#### 2.1.4. Portée de l'ordre d'orientation

Ces questions sur la portée de l'ordre nématique sont d'une grande subtilité. Elles ont déjà fait et font encore couler beaucoup d'encre. Elles nous obligent à nous interroger sur l'effet des fluctuations thermiques sur la qualité et la portée de l'ordre, et conduisent à l'introduction de la distinction entre (1°) **l'ordre à courte distance**, (2°) **l'ordre à grande distance** et (3°) **le quasi-ordre**.

Nous engager dans la discussion détaillée de ces concepts ici et maintenant est impossible car on ne peut le faire sans des longues explications et des calculs volumineux. En reléguant cette discussion à une autre occasion, affirmons ici tout simplement qu'en trois dimensions les fluctuations thermiques n'arrivent pas à brouiller complètement l'information sur l'orientation transmise d'une molécule à l'autre et ceci quelle que soit la distance entre les molécules. Une explication imagée de ce manque d'efficacité de brouillage a été donnée par Rudolf Peierls dans son livre "Surprises in Theoretical Physics"<sup>[13]</sup>. En transposant les arguments de Peierls nous pouvons dire qu'en trois dimensions, l'information sur l'orientation est transmise d'une molécule à l'autre par un grand nombre de "lignes" indépendantes dont le nombre augmente avec la distance  $R$ . Cette multiplication de chemins compense l'augmentation de la probabilité d'erreur résultant de leur allongement. En revanche, à une dimension, c'est-à-dire, dans une chaîne des molécules, les fluctuations des molécules situées sur le chemin unique qui mène d'une molécule à l'autre induisent les erreurs cumulatives et l'information sur l'orientation s'y perd inexorablement. Finalement, dans le cas bidimensionnel la multiplicité des chemins est moindre que dans le cas tridimensionnel et, par conséquent, l'information s'y perd quand même mais très lentement, comme le logarithme de la distance entre les molécules.

Il est important de souligner le fait que les **fluctuations** dont parle Peierls sont **collectives** c'est-à-dire définies dans la présomption de l'ordre d'orientation. Le raisonnement de Peierls ne prouve donc pas du tout qu'à 3D l'ordre nématique existera quelles que soient les conditions physiques. Heureusement pour nous car l'expérience suivante concerne la transition, de l'état liquide isotrope vers l'état nématique, induite par l'abaissement de la température. Nous y verrons que dans la phase liquide isotrope et, en particulier au voisinage de la transition Nématique-Isotrope, les fluctuations d'orientation existent également mais sont de nature foncièrement différente.

#### 2.1.5. Phénomène de la diffusion de lumière

Lorsqu'on n'est pas radin et l'on dispose d'une quantité suffisante du cristal liquide, il est intéressant de remplir la cuve prismatique plus généreusement. On peut voir alors que la transparence du prisme nématique diminue avec son épaisseur. Le nématique, bien que très bien orienté (le dédoublement du faisceau est le même quelle que soit l'épaisseur du prisme) agit comme une sorte de brouillard

blanchâtre et diffuse la lumière. A la différence de la lumière diffusée par les imperfections optiques statiques (due aux imperfections des surfaces du prisme, etc), la lumière diffusée par les fluctuations d'orientation du nématique varie en temps et en espace et crée une sorte de fourmillement.

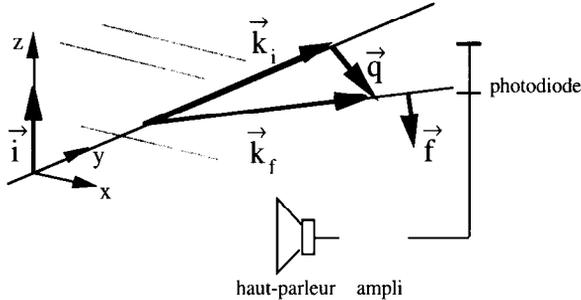


Fig. 2.1.3: Diffusion du faisceau laser par le prisme nématique. On peut entendre les fluctuations d'orientation du nématique en envoyant le signal délivré par la photodiode sur l'entrée d'une chaîne hi-fi.

Dans l'obscurité, ce fourmillement est parfaitement **visible** sur l'écran (disposé sur la trajectoire des faisceaux réfractés) au voisinage des faisceaux réfractés. On le voit le mieux à l'oeil nu lorsque le faisceau laser est focalisé, au moyen d'une lentille de focale d'environ 20 cm, à l'intérieur du prisme. On peut aussi **l'entendre** en envoyant le signal délivré par une photodiode sur l'entrée d'une chaîne hi-fi<sup>[14]</sup>. Grâce à cette conversion en signal acoustique, la séparation des composantes statiques et dynamiques de la lumière diffusée se fait automatiquement: seules les composantes dynamiques de la lumière diffusée sont audibles.

Le fourmillement dû aux fluctuations d'orientation a les propriétés suivantes<sup>[10]</sup>:

- 1°- son intensité décroît avec la distance angulaire par rapport au faisceau incident,
- 2°- il est polarisé linéairement dans la direction orthogonale à la polarisation du faisceau incident lorsque celui-ci est polarisé selon l'arête du prisme ou perpendiculairement à celle-ci.
- 3°- il est particulièrement bien visible lorsque: (a) le faisceau incident est polarisé verticalement et le faisceau réfracté ordinaire est éteint par l'analyseur orienté horizontalement, (b) le faisceau incident est polarisé horizontalement et le faisceau réfracté extraordinaire est éteint par l'analyseur orienté verticalement

### 2.1.6. Concept de fluctuations collectives d'orientation

L'explication des ces caractéristiques commence par l'analyse du mécanisme de la diffusion de la lumière par les fluctuations d'orientation<sup>[10]</sup> à l'intérieur d'un volume  $V$  du nématique. Soit  $\mathbf{q}$  le vecteur de diffusion défini comme la différence entre les vecteurs d'onde incident  $\mathbf{k}_i$  et diffusé  $\mathbf{k}_f$

$$\mathbf{q} = \mathbf{k}_i - \mathbf{k}_f \quad 2.1.6$$

L'objet qui "fabrique" l'onde diffusée à partir de l'onde incidente est une modulation périodique de vecteur d'onde  $\mathbf{q}$  du tenseur de la permittivité électrique soit

$$\varepsilon_{ij}(\vec{q})e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}} \quad 2.1.7$$

Lorsqu'au point  $\mathbf{r}$  l'onde incidente est

$$\vec{E}_i(\vec{r}) = E\vec{i} e^{i\vec{k}_i\cdot\vec{r}} \quad 2.1.8$$

alors, au point  $\mathbf{r}' = \mathbf{r} + \mathbf{R}$ , l'onde diffusée de polarisation  $\mathbf{f}$  sera :

$$\vec{E}_f(\vec{r}') \cdot \vec{f} = \frac{E}{R} \frac{\omega^2}{4\pi c^2} V [\vec{i} \cdot \hat{\varepsilon}(\vec{q}) \cdot \vec{f}] e^{i\vec{k}_f \cdot \vec{r}'} \quad 2.1.9$$

Le facteur essentiel de cette expression est le produit  $i_j \varepsilon(\mathbf{q})_{ij} f_j$  des vecteurs  $\mathbf{i}$  et  $\mathbf{f}$  des polarisations des faisceaux incident et diffusé par l'amplitude  $\varepsilon_{ij}(\mathbf{q})$  de l'onde tensorielle due à la fluctuation thermique. Remarquons tout de suite que si le tenseur  $\varepsilon(\mathbf{q})_{ij}$  était isotrope ( $\sim \delta_{ij}$ ), alors la polarisation du faisceau diffracté devrait être la même que celle du faisceau incident (voir l'expérience "tige magique").

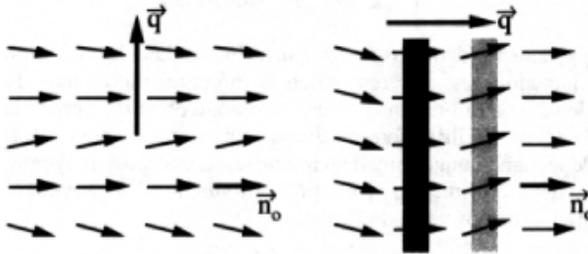


Fig.2.1.4: Fluctuations d'orientation d'un nématique.

Dans notre prisme l'orientation moyenne du nématique est selon l'axe horizontal  $x$ :  $\mathbf{n}_0 = (1,0,0)$ . Une fluctuation d'orientation de faible amplitude transforme ce vecteur en

$$\mathbf{n}(\mathbf{r}) \approx \mathbf{n}_0 + \delta\mathbf{n}(\mathbf{r}) \quad 2.1.10$$

où

$$\delta\mathbf{n}(\mathbf{r}) = (0, \delta n_y, \delta n_z) e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} \quad 2.1.11$$

Étant donné que le tenseur de la permittivité électrique peut s'écrire comme:

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{\perp} \delta_{ij} + \varepsilon_a n_i n_j \quad \text{où} \quad \varepsilon_a = (\varepsilon_{//} - \varepsilon_{\perp}) \quad 2.1.12$$

nous obtenons:

$$\begin{aligned} \vec{i} \cdot \hat{\varepsilon}(\vec{q}) \cdot \vec{f} &= \varepsilon_a \vec{i} \cdot (\vec{n}_0 + \delta\vec{n}) (\vec{n}_0 + \delta\vec{n}) \cdot \vec{f} \\ &\approx \varepsilon_a (\vec{i} \cdot \vec{n}_0) (\delta\vec{n} \cdot \vec{f}) + \varepsilon_a (\vec{f} \cdot \vec{n}_0) (\delta\vec{n} \cdot \vec{i}) \end{aligned} \quad 2.1.13$$

Dans notre expérience, le premier terme de cette expression donne une contribution uniquement dans le cas où la polarisation incidente  $\mathbf{i}$  est colinéaire avec  $\mathbf{n}_0$  c'est-à-dire, avec l'orientation initiale du cristal liquide // à l'axe  $x$ . La fluctuation d'orientation  $\delta\mathbf{n}$  ne peut qu'être perpendiculaire à  $\mathbf{n}_0$  donc selon  $y$  ou  $z$ . Mais, par ailleurs, la polarisation  $\mathbf{f}$  du faisceau diffusé doit être orthogonale à  $\mathbf{k}_f$  donc, pour  $\mathbf{q}$  petit, selon  $x$  ou  $z$ . Par recouplement de ces deux conditions nous obtenons:

$$\delta\mathbf{n} // \mathbf{f} // \mathbf{z} \quad \text{lorsque} \quad \mathbf{i} // \mathbf{x} \quad 2.1.14$$

Alors le deuxième terme s'annule. Le deuxième terme de l'expression 2.1.13 ne peut donner une contribution que pour  $\mathbf{f} // \mathbf{n}_0$ , c'est à dire  $\mathbf{f} // \mathbf{x}$ . Mais il faut aussi que  $\mathbf{i}$  soit parallèle à  $\delta\mathbf{n}$  donc selon  $y$  ou  $z$ . Étant donné que  $\mathbf{i}$  doit être perpendiculaire à  $\mathbf{k}_i$  donc selon  $x$  ou  $z$ , on trouve:

$$\mathbf{f} // \mathbf{x} \quad \text{lorsque} \quad \delta\mathbf{n} // \mathbf{i} // \mathbf{z} \quad 2.1.15$$

Remarquons que dans les deux cas le vecteur  $\mathbf{n}$  fluctue dans le même plan ( $xz$ ) mais l'aspect de la fluctuation est différent selon la direction du vecteur d'onde  $\mathbf{q}$  (fig. 2.1.4). Les deux conditions que nous venons d'obtenir concordent avec la caractéristique  $2^\circ$  de la diffusion observée expérimentalement. Il nous reste à expliquer la dépendance angulaire de l'intensité. L'intensité moyenne  $\langle I(\mathbf{q}) \rangle$  des ondes diffusées dans la direction  $\mathbf{q}$  est proportionnelle à la moyenne du carré de l'amplitude  $E_f(\mathbf{q})$  donc, en vertu de l'équation

$$\langle I(\vec{q}) \rangle \sim \left\langle \left| \vec{i} \cdot \hat{\varepsilon}(\vec{q}) \cdot \vec{f} \right|^2 \right\rangle = \left\langle |\delta\vec{n}(\vec{q})|^2 \right\rangle \quad 2.1.16$$

à la valeur moyenne du carré de l'amplitude des fluctuations. Notre expérience indique donc que l'amplitude des fluctuations diminue avec leur vecteur d'onde  $\mathbf{q}$ . Pourquoi ?

### 2.1.7. Loi d'équipartition des fluctuations collectives

Les molécules de notre prisme nématique disposent d'un grand nombre de degrés de liberté. Certains degrés de liberté correspondent aux translations des centres de gravité des molécules, d'autres aux rotations des molécules à la manière de corps rigides et tous les autres aux changements des conformations des molécules. En phase isotrope, les molécules jouissent pleinement de tous ces degrés de liberté et la loi d'équipartition attribue la même énergie  $kT/2$  à chacun d'eux.

En phase nématique, les molécules du prisme renoncent à disposer individuellement de leurs degrés de liberté rotationnelle car elles doivent s'aligner en moyenne dans la direction commune  $\mathbf{n}_0$ . Tous ces degrés de liberté sont mis dans un pool commun et utilisés pour réaliser les fluctuations collectives. Les différents modes  $\delta\mathbf{n}(\mathbf{q})$  de ces fluctuations collectives constituent les nouveaux degrés de liberté du système et la loi d'équipartition s'applique à eux.

Le fait expérimental que les modes de petits vecteurs d'onde  $\mathbf{q}$  ont des amplitudes plus grandes que les modes de grands vecteurs d'onde indique que l'énergie emmagasinée dans un mode doit dépendre du vecteur d'onde  $\mathbf{q}$ . Mais, tout d'abord, il est légitime de penser que l'énergie d'un mode dépend de son amplitude. A l'ordre le plus bas, l'énergie doit être proportionnelle au carré d'amplitude  $|\delta\mathbf{n}(\mathbf{q})|^2$ . Nous pouvons donc écrire que la loi d'équipartition a la forme suivante:

$$kT/2 = V \langle g(\mathbf{q}) |\delta\mathbf{n}(\mathbf{q})|^2 \rangle \quad 2.1.17$$

d'où [10]

$$g(\bar{q}) = \frac{kT}{2V \langle |\delta\bar{n}(\bar{q})|^2 \rangle} \sim \frac{1}{\langle I(\bar{q}) \rangle} \quad 2.1.18$$

Un coup d'oeil sur la distribution spatiale de l'intensité diffusée nous suggère une dépendance du genre:

$$\langle I(\bar{q}) \rangle \sim \frac{1}{K_{//} q_{//}^2 + K_{\perp} q_{\perp}^2} \quad 2.1.19$$

où  $q_{//}$  et  $q_{\perp}$  sont les composantes du vecteur d'onde, respectivement, parallèle et perpendiculaire à  $\mathbf{n}_0$ . En conclusion :

$$g(\bar{q}) = K_{//} q_{//}^2 + K_{\perp} q_{\perp}^2 \quad 2.1.20$$

Que l'énergie du mode  $\delta\mathbf{n}(\mathbf{q})$  dépend de la direction du vecteur d'onde  $\mathbf{q}$  n'est pas surprenant car, comme nous venons de le remarquer plus haut, l'aspect du mode en dépend aussi.

### 2.1.8. Le concept de l'élasticité d'orientation

Lorsqu'on contemple un mode de fluctuation d'orientation représenté sur le schéma de la figure 2.1.4, on s'aperçoit que l'énergie de ce mode ne peut pas y être distribuée uniformément. En effet, en découpant ce mode en tranches perpendiculaires au vecteur d'onde  $\mathbf{q}$ , on réalise que dans les tranches gris clair, la

fluctuation consiste en une rotation de toutes les molécules de même angle. Or nous savons que dans un espace isotrope, une simple rotation de la direction commune des molécules ne peut pas changer l'énergie du système. En revanche, dans les tranches gris foncé, la configuration du nématique est perturbée car la direction des molécules y varie d'un bord à l'autre<sup>9</sup>.

Du point de vue mathématique, un champ de vecteurs  $\mathbf{n}(\mathbf{r})$  n'est plus uniforme dès lors qu'une des dérivées, de l'ordre quelconque, de ses composantes  $n_j$  par rapport aux coordonnées  $r_j$  est différente de zéro. Il faut donc s'attendre à ce que la densité de l'énergie de la distorsion du champ  $\mathbf{n}(\mathbf{r})$  soit une fonction de  $\mathbf{n}(\mathbf{r})$  et de ses dérivées:

$$f_{/cm^3} = f \left[ n_i, \frac{\partial n_i}{\partial r_j}, \frac{\partial^2 n_i}{\partial r_j \partial r_k}, \dots \right] \quad 2.1.21$$

En voyant une telle expression, on est tenté immédiatement d'opérer un développement en puissances des dérivées du champ. Mais, pour qu'un développement soit sensé il faut que ses variables soit petites. Or, les dérivées du champ sont dimensionnées  $[L^{-1}]$  et leur grandeur dépend de l'unité de la longueur. Quelle est l'unité de longueur qu'il faut utiliser dans ce problème ? Étant donné que l'énergie de la distorsion est le résultat des interactions moléculaires et celles-ci sont dans notre nématique à courte portée, l'unité de longueur à adopter est moléculaire, par exemple,  $a \approx qq \text{ \AA} = qq \cdot 10^{-8} \text{ cm}$ . Les distorsions qui nous intéressent ont les longueurs d'onde  $\lambda = 2\pi/q$  comprises entre une fraction de micron et quelques millimètres:

$$qq \cdot 10^{-4} \text{ cm} < \lambda < qq \cdot 10^{-1} \text{ cm} \quad 2.1.22$$

Les  $n$ -ièmes dérivées du champ  $\mathbf{n}(\mathbf{r})$  étant de l'ordre de  $\lambda^{-n}$ , leur amplitude à l'échelle moléculaire est donc de l'ordre de

$$10^{-7n} < (a/\lambda)^n < 10^{-4n} \quad 2.1.23$$

c'est-à-dire suffisamment petite pour autoriser le développement voulu. Sans entrer dans les détails techniques, d'ordre physique et mathématique, citons ici directement la forme classique de ce développement limité aux termes d'ordre deux en  $(a/\lambda)$ :

$$\begin{aligned} f_{/cm^3} = & \frac{K_{11}}{2} (\text{div} \bar{n})^2 + \frac{K_{22}}{2} (\bar{n} \cdot \text{rot} \bar{m})^2 + \frac{K_{33}}{2} (\bar{n} \times \text{rot} \bar{m})^2 + \\ & + \frac{K_4}{2} \text{div}(\bar{n} \text{div} \bar{n} + \bar{n} \times \text{rot} \bar{m}) + \frac{K_{13}}{2} \text{div}(\bar{n} \text{div} \bar{n}) \end{aligned} \quad 2.1.24$$

Notons cependant qu'il est très instructif de se plonger dans la lecture des articles ou des chapitres concernant ce développement. Tout particulièrement, je recommanderais la lecture de l'article<sup>[15]</sup> de Sir Charles Frank, le distingué physicien britannique de la matière condensée. Grâce à cette contribution cruciale,

<sup>9</sup>Nous prenons ici en compte uniquement les dérivées du premier ordre

ce développement ainsi que les coefficients d'élasticité qui y apparaissent ont été baptisés de son nom.

Lorsqu'on s'intéresse à l'énergie totale que représente une distorsion quelconque, on doit intégrer l'énergie de Frank sur le volume total du nématique. Alors, l'intégrale des deux derniers termes du développement se transforme, en vertu du théorème d'Ostrogradski-Gauss, en une intégrale de surface que l'on néglige le plus souvent. Quant aux trois premiers termes, ils interviennent en proportions différentes selon la forme de la distorsion. Les fluctuations qui diffusent la lumière dans le prisme nématique sont de forme

$$\mathbf{n}(\mathbf{r}) = \mathbf{n}_0 + \delta\mathbf{n}_q \cos(\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}) \quad 2.1.25$$

avec

$$\delta\mathbf{n} \perp \mathbf{n}_0 \quad 2.1.26$$

Il est utile de décomposer l'amplitude  $\delta\mathbf{n}$  selon deux directions orthogonales à  $\mathbf{n}_0$  dont l'une,  $\mathbf{e}_1$ , est contenue dans le plan formé par  $\mathbf{n}_0$  et  $\mathbf{q}$ , et l'autre  $\mathbf{e}_2$  est orthogonale à ce plan<sup>[10]</sup>:

$$\delta\mathbf{n} = \delta n_1 \mathbf{e}_1 + \delta n_2 \mathbf{e}_2$$

L'énergie de la distorsion calculée à partir de l'expression de Frank prend alors la forme très simple:

$$F = \int_V f dv = \frac{V}{2} \sum_{\alpha=1,2} \left[ |\delta \bar{n}_\alpha|^2 (K_{33} q_{//}^2 + K_{\alpha\alpha} q_\perp^2) \right] \quad 2.1.27$$

où  $q_{//}$  et  $q_\perp$  sont les composantes du vecteur d'onde  $\mathbf{q}$  parallèle et perpendiculaire à  $\mathbf{n}_0$ .

Dans notre expérience, les fluctuations qui contribuent à la diffusion au voisinage du faisceau incident ont le vecteur d'onde  $\mathbf{q}$  contenu dans le plan ( $\mathbf{n}_0, \delta\mathbf{n}$ ) donc on a  $\delta\mathbf{n} = \delta n_1 \mathbf{e}_1$ . Par conséquent, leur énergie est

$$F = \int_V f dv = \frac{V}{2} |\delta \bar{n}|^2 (K_{33} q_{//}^2 + K_{11} q_\perp^2) \quad 2.1.28$$

Nous retrouvons ainsi l'expression 2.1.20 "devinée" à partir de l'expérience de diffusion de la lumière. En conclusion, l'ellipticité de la distribution de la lumière diffusée est la conséquence de l'anisotropie élastique, c'est-à-dire, de la différence entre les coefficients de Frank  $K_{11}$  et  $K_{33}$ .

**Remarque:** Supposons que le cristal liquide est orienté dans la direction  $y$  perpendiculaire aux surfaces d'une cuve. Pour le faisceau incident dans la même direction on aura donc toujours  $\mathbf{i} \perp \mathbf{n}_0$ . De même, puisque  $\mathbf{q}$  est petit, le vecteur d'onde diffusé est aussi pratiquement parallèle à  $\mathbf{n}_0$  et donc  $\mathbf{f} \perp \mathbf{n}_0$ . Par conséquent, quelle que soit l'orientation  $\delta\mathbf{n}$  des fluctuations, elles ne diffusent pas en vertu de l'équation 2.1.13. En conclusion, une lame nématique à l'orientation dite homéotrope<sup>10</sup> ( $\mathbf{n} \perp$  paroi) doit être moins opaque que la lame à l'orientation dite planaire ( $\mathbf{n} //$  paroi). Ce qui est vrai.

<sup>10</sup> voir fig. 2.5.2

## 2.2. Parenthèse: Tige magique

Avant de passer à la description de l'expérience sur la diffusion de la lumière par la phase liquide isotrope au voisinage de la transition Nématique-Isotrope, j'aimerais signaler à l'attention des enseignants une autre expérience sans lien direct avec les cristaux liquides mais dont le contenu conceptuel est très utile pour la compréhension de ce qui vient d'être dit et sera dit par la suite.

Je la dénichais dans "American Journal of Physics"[16] et je signalai son existence à Tristan Baumberger avec qui à cette époque je présentais le cours du DEA sur les Cristaux Liquides. Une année plus tard, Tristan, devenu caïman à l'École Normale, m'a appris qu'il a monté cette expérience au labo de préparation à l'agrégation et m'a fait cadeau d'une tige de sa propre fabrication.\*

### 2.2.1. Montage

Intitulée "Tige magique", cette expérience consiste à observer le trajet d'un faisceau laser dans une tige de Plexiglas de diamètre d'environ 10 mm. La pièce maîtresse de cette expérience c'est, bien sûr, la tige magique elle-même. Il est important que cette tige soit légèrement biréfringente et que la direction de l'axe optique soit orthogonale à l'axe de la tige. Certaines des tiges vendues dans le commerce ont cette propriété, mais il est possible également d'en faire une soi-même à partir d'une plaque de Plexiglas. En effet, de par le procédé de leur formation, les plaques de Plexiglas sont biréfringentes et leur axe optique est contenu dans le plan de la lame. Il suffit d'en découper, à la scie, une tige de section carrée et la rendre circulaire par le tournage. Après cet usinage, la tige doit être polie avec un produit approprié.

Sur le banc d'optique, la tige doit être disposée de manière à pouvoir la tourner autour de son axe. La position de la tige est repérée par l'angle  $\beta_t$  que forme l'axe optique de la tige avec l'axe vertical z.

De même, le plan de polarisation du faisceau laser doit aussi pouvoir être tourné indépendamment. La polarisation est repérée par l'angle  $\beta_p$  qu'elle forme avec l'axe z.

La tige est observée dans la direction x orthogonale à son axe y. Un analyseur disposé sur l'axe de l'observation permet de déterminer la polarisation de la lumière diffusée.

---

\* Quelques jours après la Conférence de la SFP à Marseille, j'ai reçu un coup de téléphone, au sujet de cette expérience, de M. Erik Geissler du Laboratoire de Spectrométrie Physique de Grenoble. M. Geissler m'a mis au courant d'une expérience récente fonctionnant selon le même principe que celui que nous décrivons ici mais réalisée avec des gels d'agarose anisotropes au lieu de la tige de Plexiglas. Les résultats de cette expérience astucieuse viennent d'être publiés au Journal de Physique II, 5 (1995) 349.

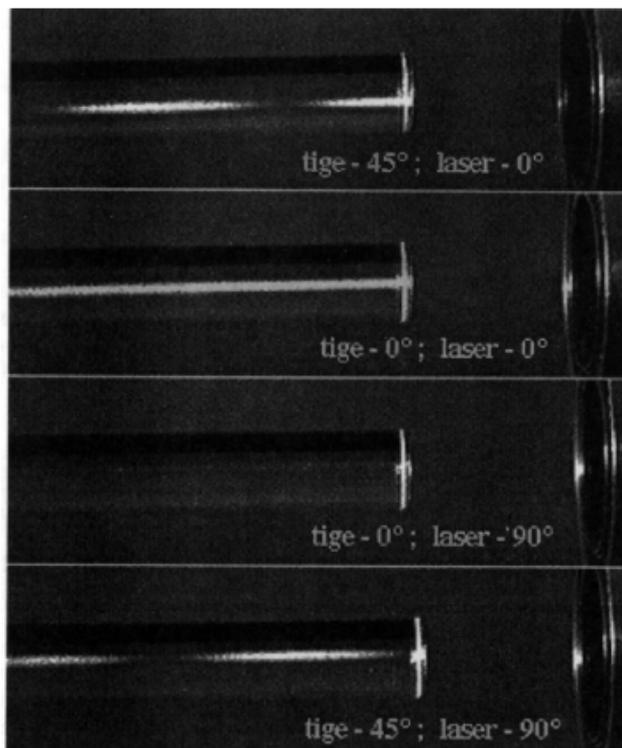


Fig. 2.2.1: Diffusion de la lumière dans la tige de Plexiglas. L'aspect de la trace du faisceau laser dépend de la polarisation du faisceau et de l'orientation de la tige (voir le texte).

### 2.2.2 Observations du trajet du faisceau laser

1°)  $\beta_t = \beta_p = 0^\circ$ : Le faisceau laser forme une trace bien visible. La lumière diffusée est polarisée dans la direction  $z$ . L'intensité de la trace ne dépend pas de la direction de l'observation lorsque celle-ci reste orthogonale à  $z$ , donc contenue dans le plan  $xy$ .

2°)  $\beta_t = \beta_p = 90^\circ$ : La trace du faisceau laser a disparu.

3°)  $\beta_t = \beta_p \neq 0^\circ, 90^\circ$ : Lorsqu'on tourne la tige en même temps que la polarisation du faisceau, l'intensité de la trace varie de 0 à  $I_{\max}$  de façon continue. La polarisation du faisceau diffusé est toujours selon  $z$ .

4°)  $\beta_t = 45^\circ$ ,  $\beta_p = 0^\circ$ : Le faisceau laser forme une trace dont l'intensité varie périodiquement le long du trajet entre  $I_{\max}$  et 0. A l'entrée du faisceau, l'intensité est  $I_{\max}$ .

5°)  $\beta_t = 0^\circ$ ,  $\beta_p = 45^\circ$ : Le faisceau laser forme une trace uniforme dont l'intensité est  $I_{\max}/\sqrt{2}$ .

### 2.2.3 Explication: diffusion de Rayleigh, effet Lissajou

La trace du faisceau laser est visible, bien entendu, grâce à la diffusion de la lumière. Étant donné que l'intensité de la diffusion ne dépend pratiquement pas de l'angle de diffusion, les inhomogénéités optiques qui diffusent la lumière doivent être de très petite taille par rapport à la longueur d'onde du laser He-Ne (638 nm). Nous avons affaire à la diffusion dite de Rayleigh.

De plus, ces inhomogénéités doivent être optiquement isotropes, c'est-à-dire consister en une modulation isotrope  $\delta\epsilon_{ij} = (\Delta\epsilon)\delta_{ij}$  du tenseur  $\epsilon_{ij}$ , car dans le cas (2°), où le faisceau incident est polarisé dans la direction  $x$ , l'intensité de la lumière diffusée dans cette direction est nulle; les dipôles induits par le faisceau incident ayant la direction  $x$ , ne rayonnent pas dans cette direction.

En revanche, dans le cas (1°), où le faisceau est polarisé selon la direction  $z$  orthogonale à la direction de l'observation, le rayonnement des dipôles induits est maximal.

Il reste à expliquer la modulation de la diffusion dans le cas 4°. Remarquons tout d'abord qu'à cause de l'inclinaison de  $45^\circ$  de la polarisation du faisceau incident par rapport à l'axe optique de la tige, deux ondes, ordinaire et extraordinaire, se propageront dans la tige avec les vitesses différentes. Le déphasage entre les deux ondes accumulé sur le trajet du faisceau est proportionnel à sa longueur:  $\delta\phi = \Delta n y$ . Par une sorte d'effet à la Lissajou, l'état de polarisation change le long du trajet:

- à l'entrée de la tige elle est linéaire et orientée selon  $z$ , l'intensité diffusée dans la direction  $x$  est maximale,
- pour  $0 < \delta\phi < \pi$ , elle est elliptique,
- lorsque  $\delta\phi = \pi$ , c'est-à-dire, pour  $y = \lambda/\Delta n$ , la polarisation redevient linéaire mais orientée selon  $x$ ; la diffusion selon  $x$  est nulle
- etc.

Grâce à la petitesse de la biréfringence  $\Delta n$  de la tige, la période spatiale de cette modulation est de l'ordre de qq. cm.

### 2.3. Diffusion de la lumière en phase isotrope de 5CB

Nous savons déjà que l'aspect laiteux de la phase nématique de 5CB est dû à la diffusion de la lumière sur les fluctuations d'orientation. Que deviennent ces fluctuations lorsque, sous l'effet de l'augmentation de la température, la transition entre les états nématique et liquide isotrope est franchie et l'ordre nématique disparaît ?

Comme nous le verrons plus loin, l'observation à l'oeil nu révèle qu'en comparaison avec l'eau de transparence cristalline, une substance mésogène, par exemple 5CB, paraît laiteuse en phase isotrope. L'explication de ce phénomène implique bien entendu les fluctuations thermiques. Au voisinage de la transition vers l'état nématique, la phase liquide isotrope de 5CB est lieu de fluctuations des orientations moléculaires. Ces fluctuations annoncent l'arrivée imminente de la phase nématique et sont d'autant plus intenses que la transition est proche. Pour les distinguer des fluctuations thermiques ordinaires, on dit que ces **fluctuations** sont **prétransitionnelles**. Elles révèlent la **divergence de la susceptibilité** liée à l'ordre nématique.

En classe, ce type de fluctuations est évoqué presque systématiquement comme une des conséquences de la **théorie de Landau des transitions de phase**. Vu l'omniprésence et l'importance de la théorie de Landau dans tout cours sur la matière condensée, on aimerait montrer aux élèves ne serait-ce qu'un exemple de système réel où elle s'applique.

De par sa simplicité d'exécution, sa robustesse et ses vertus pédagogiques, l'expérience que nous allons décrire maintenant me semble être cet exemple rêvé.

#### 2.3.1. Montage

Le cristal liquide est versé dans une cuve chromatographique (en quartz) à faces planes de dimensions  $2 \times 10 \times 40$  mm. La cuve baigne dans un becher (50 ml) rempli d'eau. L'eau est chauffée au moyen d'une résistance collée au fond du becher et alimentée par une régulation de température électronique qui utilise une résistance de platine (immergée dans l'eau) comme la sonde de température. La température de l'eau dans le becher est homogénéisée par l'action d'un petit agitateur à hélice. La température de la cuve est mesurée indépendamment par un thermomètre digital à sonde de platine (immergée dans l'eau au contact de la cuve).

Le faisceau laser (He-Ne, 10 mW) envoyé vers la cuve est haché par un hacheur mécanique. Une lame quart-d'onde suivie d'un polariseur permettent de choisir la direction de la polarisation du faisceau incident.

D'un côté de la cuve on a disposé une caméra permettant de voir directement (sur un moniteur TV) la trace du faisceau laser dans la substance étudiée. De l'autre côté de la cuve est disposée une lentille (de diamètre 2 cm, et de focale 20 cm) qui forme l'image de la trace du laser sur une photodiode.

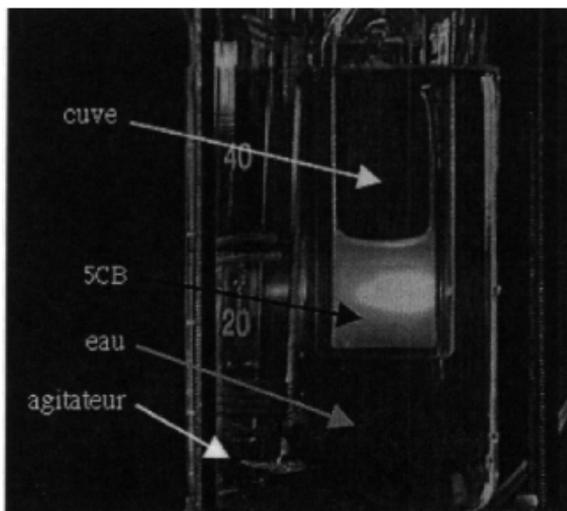


Fig.2.3.1: Diffusion de la lumière par la phase liquide isotrope du 5CB.

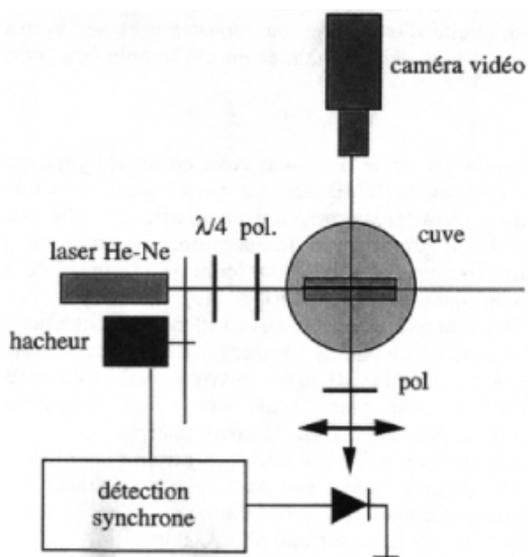


Fig.2.3.2: Diffusion de la lumière par la phase liquide isotrope du 5CB: schéma du montage.

Afin d'éviter les signaux parasites, il est utile d'isoler cette image linéaire par une fente de dimensions appropriées posée sur la photodiode.

La linéarité de réponse de la photodiode est obtenue grâce au circuit utilisant un ampli-op. L'amplitude du signal délivré par ce circuit est mesurée au moyen d'une détection synchrone dont le signal de référence vient du hacheur.

### 2.3.2. Observations directes

Réglons la température à quelques degrés au-dessus de la transition Nématique-Isotrope et observons, en pénombre, la trace de passage du faisceau laser dans notre dispositif expérimental.

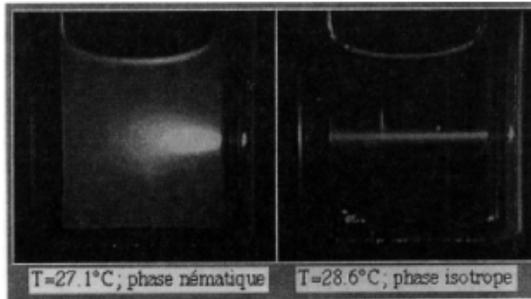


Fig. 2.3.3: Diffusion de la lumière par 5CB

Le premier phénomène qui saute aux yeux est que **le faisceau laser est parfaitement visible dans le 5CB mais ne laisse pratiquement aucune trace dans l'eau** (quand elle est propre, ce qui va de soi).

Nous pouvons donc affirmer d'ores et déjà que la phase isotrope du 5CB est lieu des fluctuations  $\delta\epsilon_{ij}(\mathbf{q})$  du tenseur diélectrique  $\epsilon_{ij}$  bien plus fortes que dans l'eau. Quelle est la taille caractéristique de ces fluctuations?

En changeant l'angle d'observation, c'est-à-dire, l'angle de diffusion, nous n'enregistrons pas de variations de la brillance du faisceau. Conclusion: **l'amplitude des fluctuations ne dépend pratiquement pas de leur vecteur d'onde.**

Cela ressemble à la diffusion de Rayleigh (l'intensité du ciel varie peu avec l'azimut) mais il y a une différence de taille en ce qui concerne la polarisation de la lumière diffusée: lorsque la polarisation du faisceau incident est verticale ( $\mathbf{i} // \mathbf{z}$ ), la lumière diffusée par 5CB comporte une composante polarisée horizontalement ( $\mathbf{f} // \mathbf{y} \perp \mathbf{i}$ ). Si les fluctuations  $\delta\epsilon_{ij}$  étaient isotropes, comme dans la diffusion de Rayleigh, l'intensité diffusée pour  $\mathbf{i} \perp \mathbf{f}$  devrait s'annuler. Les fluctuations  $\delta\epsilon_{ij}$  sont donc anisotropes ce qui confirme nos conjectures, formulées plus haut, sur la nature de ces fluctuations.

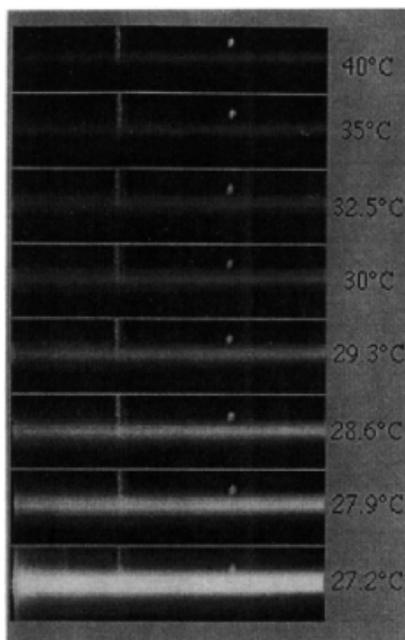


Fig.2.3.4: Lorsqu'on s'approche de la transition Isotrope  $\rightarrow$  Nématique, la trace du faisceau laser devient de plus en plus brillante\* .

En abaissant lentement la température, nous constatons que l'intensité de la diffusion augmente; la trace du faisceau laser brille de plus en plus. Il est donc évident que l'amplitude des fluctuations d'orientation des molécules augmente à l'approche de la transition isotrope-nématique.

Cette dernière se manifeste dans notre expérience par l'apparition dans la cuve des gouttelettes de la phase nématique bien distinctes de la phase isotrope par une turbidité beaucoup plus forte. Lorsque tout le volume de la cuve est occupé par la phase nématique, la turbidité est si forte que le faisceau laser ne traverse plus la cuve de part en part mais est entièrement diffusé avant d'atteindre la paroi de sortie.

\* Cette série des photos a été prise quelques mois après les expériences dont les résultats sont représentés sur la figure 2.3.5. Il est donc possible que l'échantillon s'est détérioré un peu ce qui expliquerait l'abaissement de la température de transition Nématique-Isotrope.

## 2.3.3. Mesures de l'intensité diffusée versus température

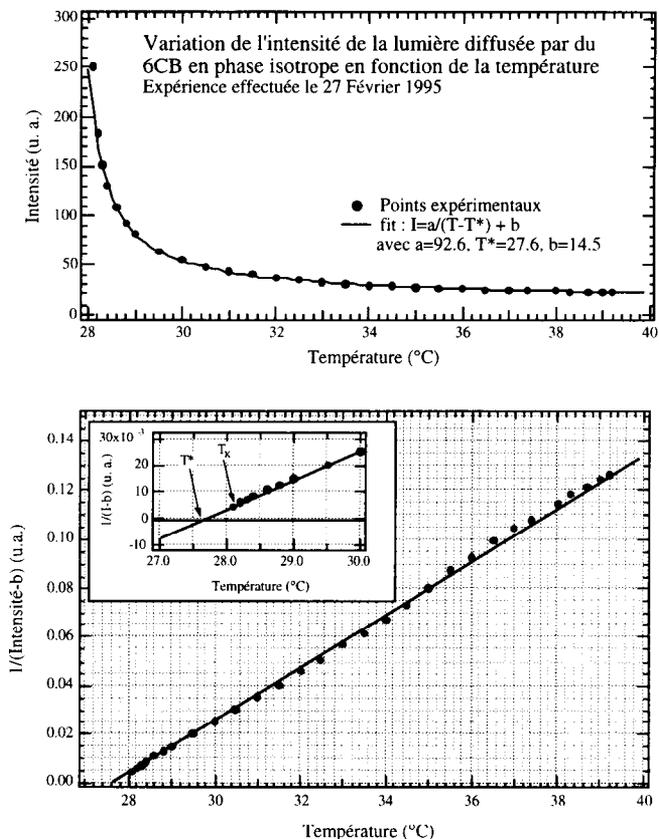


Fig. 2.3.5: Mesures de l'intensité diffusée en fonction de la température. Résultats obtenus cette année par H. Dumoulin et ses élèves pendant une séance de TP du DEA de Physique des Liquides.

La détection synchrone nous permet de mesurer avec précision l'intensité  $I$  de la lumière diffusée. A une température donnée  $T > T_{NI}$ , et l'angle de diffusion de  $90^\circ$ , cette intensité dépend de deux polarisations  $\mathbf{i}$  (faisceau incident) et  $\mathbf{f}$  (faisceau diffusé):

$$I = I(\mathbf{i}, \mathbf{f}) \quad 2.3.1$$

Soit  $\mathbf{i} // \mathbf{z}$ . En mesurant  $I(\mathbf{z}, \mathbf{z})$  et  $I(\mathbf{z}, \mathbf{y})$  on trouve que :

$$\frac{I(\mathbf{z}, \mathbf{z})}{I(\mathbf{z}, \mathbf{y})} = \frac{4}{3} \quad 2.3.2$$

En mesurant ensuite une des deux intensités,  $I(\mathbf{z}, \mathbf{z})$  ou  $I(\mathbf{z}, \mathbf{y})$ , en fonction de la température on trouve qu'elle augmente lorsque la température décroît. Ceci est évident sur le diagramme  $I$  versus  $T$  de la figure 2.3.5. Sur le même diagramme, on a porté l'inverse de l'intensité,  $I^{-1}$ , versus  $T$ . On remarque immédiatement que les points expérimentaux s'alignent sur une droite qui coupe l'axe des abscisses à la température  $T^* = 27.6^\circ\text{C}$  légèrement inférieure à la température de transition  $T_{NI}$  déterminée à partir de l'apparition des gouttes nématiques.

### 2.3.4. Théorie de Landau-de Gennes

Selon la formule 2.1.16, l'intensité  $I(\mathbf{i}, \mathbf{f})$  de la lumière diffusée est reliée à la valeur moyenne du carré de l'amplitude des fluctuations du tenseur diélectrique  $\varepsilon_{ij}$ . Les expériences que nous venons d'effectuer indiquent qu'en phase liquide isotrope, les fluctuations de la partie anisotrope de ce tenseur sont beaucoup plus intenses que les fluctuations de sa partie isotrope. Ceci n'est pas étonnant car ces fluctuations sont les prémices de l'ordre nématique dont la partie anisotrope du tenseur diélectrique, définie par :

$$\varepsilon_{ij}^a = \varepsilon_{ij} - \frac{\text{Tr}(\hat{\varepsilon})}{3} \delta_{ij} \quad \text{où} \quad \text{Tr}(\hat{\varepsilon}) = \varepsilon_{kk} \quad 2.3.3$$

constitue la mesure quantitative, le **paramètre d'ordre**.

Dans le cadre de sa théorie, à la Landau, de Gennes proposa le développement suivant de l'énergie libre en puissances du paramètre d'ordre<sup>11</sup>:

$$F = \int_V d^3r \left\{ \frac{1}{2} \left[ A \varepsilon_{ij} \varepsilon_{ji} + L_1 \varepsilon_{ij,l} \varepsilon_{ij,l} + L_2 \varepsilon_{ij,i} \varepsilon_{ij,i} \right] - \frac{B}{3} \varepsilon_{ij} \varepsilon_{jk} \varepsilon_{ki} + \gamma (\varepsilon_{ij}^2)^2 \right\} \quad 2.3.4$$

A l'instar de la formule de Frank utilisée dans le cas de la phase nématique, cette expression nous servira ici à calculer les amplitudes des fluctuations en phase isotrope.

Remarquons tout d'abord que l'indépendance de l'intensité diffusée par rapport au vecteur d'onde de diffusion constatée dans nos expériences indique que les termes de gradient ( $L_1$  et  $L_2$ ) jouent un rôle négligeable devant celui du terme en  $A$ . Nous allons donc les négliger tout comme les termes d'ordre supérieur à 2 ( $B$  et  $\gamma$ ). L'expression de l'énergie libre explicite en toutes les composantes du paramètre d'ordre est alors:

$$F = \int_V d^3r \left\{ \frac{A}{2} \left[ \varepsilon_{xx}^2 + \varepsilon_{yy}^2 + \varepsilon_{zz}^2 + 2\varepsilon_{xy}^2 + 2\varepsilon_{xz}^2 + 2\varepsilon_{yz}^2 \right] \right\} \quad 2.3.5$$

A un instant donné, cette énergie est une somme des contributions provenant des différents modes de fluctuation (degrés de liberté) qui se distinguent par leurs vecteurs d'onde :

<sup>11</sup> dans cette expression et les suivantes on a oublié l'indice "a" pour simplifier l'écriture

$$F = \frac{A}{2} \sum_{\vec{q}} \left[ \varepsilon_{xx}^2 + \varepsilon_{yy}^2 + \varepsilon_{zz}^2 + 2\varepsilon_{xy}^2 + 2\varepsilon_{xz}^2 + 2\varepsilon_{yz}^2 \right]_{\vec{q}} \quad 2.3.6$$

A  $\vec{q}$  donné, le paramètre d'ordre représenté par le tenseur d'ordre 2 symétrique et de trace nulle, ne possède que cinq composantes linéairement indépendants. Il est donc évident que les fluctuations des six composantes qui apparaissent dans l'expression ci-dessus ne sont pas toutes indépendantes. Plus précisément, les composantes  $\varepsilon_{xx}$ ,  $\varepsilon_{yy}$  et  $\varepsilon_{zz}$  sont liées par la condition de trace nulle:  $\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz} = 0$ . Par conséquent, la loi d'équipartition n'attribue aux fluctuations de ces trois composantes que deux parts égales à  $kT/2$ , soit  $kT/3$  pour chacune d'elles.

En conclusion, à  $\vec{q}$  donné, on a:

$$\frac{kT}{2} = A \left\langle \left| \varepsilon_{ij} \right|_{\vec{q}}^2 \right\rangle \quad \text{lorsque } i \neq j \quad 2.3.7$$

et

$$\frac{kT}{3} = \frac{A}{2} \left\langle \left| \varepsilon_{ij} \right|_{\vec{q}}^2 \right\rangle \quad \text{lorsque } i = j \quad 2.3.8$$

A partir de ces deux équations nous pouvons déduire immédiatement:

1° qu'en accord avec l'expérience, on a

$$\frac{I(z, z)}{I(z, y)} = \frac{\left\langle \left| \varepsilon_{zz} \right|_{\vec{q}}^2 \right\rangle}{\left\langle \left| \varepsilon_{zy} \right|_{\vec{q}}^2 \right\rangle} = \frac{4}{3} \quad 2.3.9$$

2° - l'intensité de la lumière diffusée varie en fonction de la température comme:

$$I(\vec{i}, \vec{f}) \sim \left\langle \left| \varepsilon_{ij} \right|_{\vec{q}}^2 f_j \right\rangle \sim \frac{kT}{A(T)} \quad 2.3.10$$

Or, dans la théorie à la Landau des transitions de phase, le coefficient  $A(T)$  du terme d'ordre 2 varie linéairement avec la température et s'annule à une certaine température  $T^*$ :

$$A(T) = a \times (T - T^*) \quad 2.3.11$$

En conclusion, en accord avec les mesures, l'intensité de la lumière diffusée diverge comme  $(T - T^*)^{-1}$ . Cependant, comme le montre l'expérience, cette divergence est interrompue par la transition Isotrope  $\rightarrow$  Nématique laquelle se produit à une température  $T_{IN}$  supérieure à  $T^*$ . Dans le cadre de la théorie à la Landau, l'écart  $T_{IN} - T^*$  dépend de l'importance du terme d'ordre 3. Nous pouvons conclure, vu la faiblesse de cet écart, que la transition Isotrope  $\rightarrow$  Nématique est faiblement du premier ordre.

## 2.4. Films smectiques

### 2.4.1. Séminaire inoubliable

Les diapositives qui illustraient le passionnant séminaire sur les films smectiques arrachaient à l'audience les "Ah!" d'admiration. Leur auteur était Robert Meyer, un jeune post-doc américain en visite dans notre Laboratoire. Elles représentaient les vues, prises au microscope réfléchissant, des films smectiques tendus comme des bulles de savon sur un cadre - un simple trou de diamètre d'environ 3mm percé dans une lame de verre. Ces images étaient belles tant par ses couleurs pastels que par leur contenu phénoménologique. En effet, elles démontraient de façon éclatante que la phase smectique A est un empilement des couches monomoléculaires liquides.

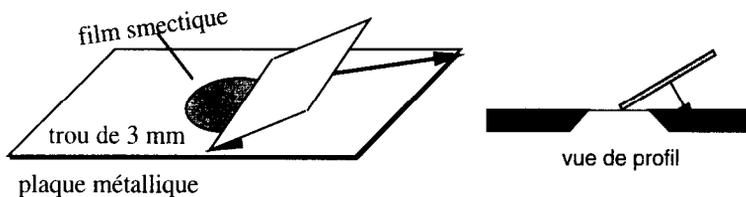


Fig. 2.4.1. Tirage d'un film smectique par la méthode la plus simple.

Le souvenir de ces images restait gravé en ma mémoire pendant quinze ans jusqu'au jour où j'avais décidé de reproduire l'expérience de Bob, *in vivo*, pendant mon cours du DEA.

En préparant cette nouvelle expérience de ma collection je me suis rendu compte que: 1°- ces films sont doués d'une robustesse étonnante, tout à l'inverse de la fragilité proverbiale des bulles de savon, 2°- la manipulation des films smectiques est un jeu passionnant et oblige l'expérimentateur à se poser une multitude de questions sur la structure, la genèse, le comportement dynamique et les propriétés physiques de ces films.

En essayant de répondre aux questions les plus élémentaires et les plus pressantes, j'ai fait en compagnie des nombreux stagiaires<sup>[17-21]</sup> toute une série d'expériences très simples dont les résultats furent présentés dans un long article<sup>[21]</sup>. Ces expériences préliminaires furent suivies par les études plus systématiques et plus poussées dans le cadre de la thèse d'Isabelle Kraus<sup>[22]</sup>.

En renvoyant le lecteur à ces références, je me bornerai ici à faire une présentation des aspects les plus pédagogiques de cette expérience.

### 2.4.2. Montage

**Cadre:** La pièce maîtresse de toute expérience sur les films smectiques est le cadre sur lequel on tend ces films.

Dans sa version originale, la plus simple, c'est un trou de diamètre d'environ 4 mm percé dans une plaque de dural d'épaisseur de 2 mm. Au moyen d'une fraise à ébavurer ou d'un foret de 10 mm, on biseaute ce trou jusqu'à ce que ses bords deviennent tranchants (voir le schéma de la figure 2.4.1). Pour tendre un film sur ce cadre, on utilise une deuxième petite plaque rectangulaire dont un des bords à été badigeonné d'une petite quantité de cristal liquide smectique A (p.ex. S2 de BDH) où smectique C (SCE4 de BDH). En maintenant cette plaque obliquement, on "tartine" très lentement le cadre comme le montre le schéma de la figure 2.4.1. Avec un peu d'expérience, on arrive à former les films d'épaisseur différente.

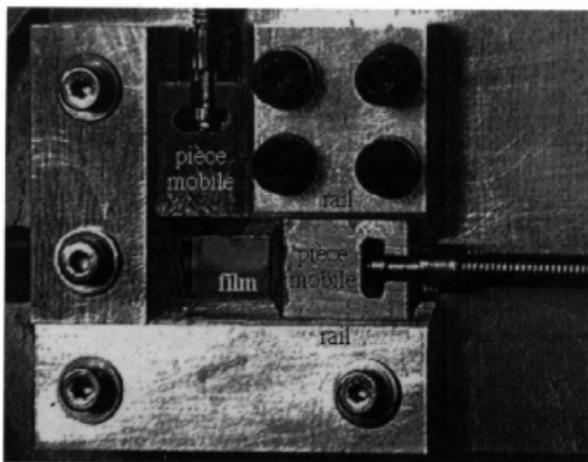


Fig.2.4.2: Cadre mobile rectangulaire pour le tirage contrôlé des films<sup>12</sup>.

Dans sa version plus élaborée le cadre de forme rectangulaire est constitué de quatre pièces métalliques dont deux sont mobiles et les deux autres immobiles. Les pièces immobiles sont biseautées à 45° de manière à former des rails sur lesquels glissent les pièces mobiles biseautées de la même façon et munies d'encoches appropriées s'emboîtant sur les rails (voir la photo de la figure 2.4.2). Les bords biseautés des quatre pièces assemblées constituent les bords du cadre. L'usinage de toutes les pièces doit être fait avec soin si l'on veut que le cadre ainsi constitué soit plat. Le mouvement des pièces mobiles est commandé, par exemple, par des vis de 3 mm. Pour tirer un film sur ce cadre, on le ferme d'abord et on le badigeonne avec une petite quantité du cristal liquide smectique A ou C. Ensuite, on ouvre lentement le cadre, en surveillant la formation du film. Avec ce cadre, il est possible de tirer facilement les films d'épaisseur arbitraire.

<sup>12</sup>cadre conçu par Vincent Klein et réalisé par l'atelier 3L du Labo

## SCHEMA GENERAL

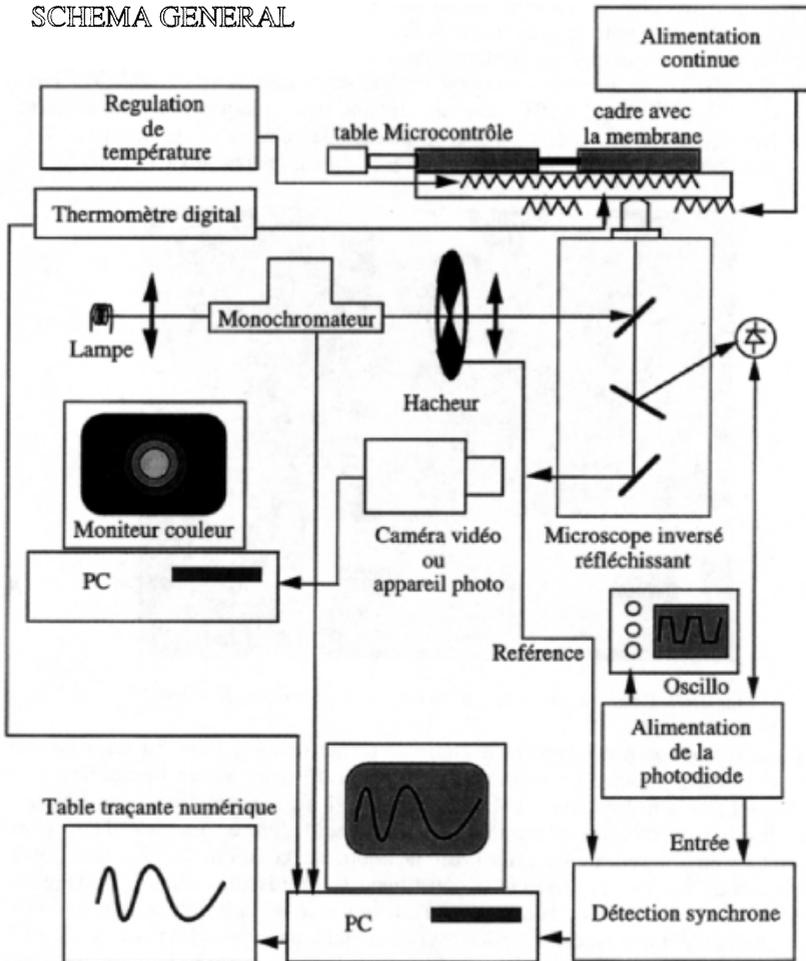


Fig. 2.4.3; Schéma général du montage pour les études des films smectiques

**Observation du film:** L'observation du film pendant son tirage et dans toutes les autres expériences est très utile et instructive. Elle doit se faire, de préférence, par réflexion, au moyen d'un microscope réfléchissant ou, plus simplement, au moyen d'un dispositif plus simple représenté sur le schéma de la figure 2.4.4.

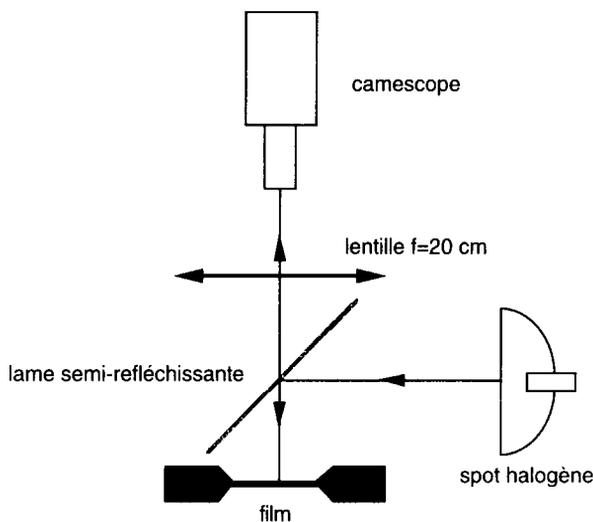


Fig. 2.4.4: Schéma général du montage simplifié

Ce dispositif comporte une lame semi-réfléchissante (4×4cm) qui, d'une part, renvoie vers le film la lumière issue d'une lampe (spot halogène muni d'un miroir parabolique) ou d'un monochromateur, et, d'autre part, laisse passer vers l'observateur la lumière réfléchiée par le film. Dans presque toutes les expériences, il est suffisant et très commode d'employer un camescope. Afin d'agrandir l'image, on peut insérer devant l'objectif du camescope une lentille (doublet achromatique de focale de 20 cm) qui agira comme une loupe. Notons cependant, que les forts grossissements ne sont vraiment satisfaisants qu'avec un microscope réfléchissant muni d'un objectif métallurgique (sans compensation pour la lame couvre objet).

### 2.4.3. Comment mesurer la longueur des molécules

La plupart de temps, les films smectiques offrent des images splendides (comme celles du séminaire de Bob Meyer) où l'on voit un système complexe des lignes (par exemple, en forme de segments de cercle) qui séparent les plages de couleurs pastels aux nuances subtiles. Ces lignes ce sont les marches qui séparent les plages d'épaisseur  $H$  différente et les nuances des couleurs sont celles des films minces. Il est important de réaliser que très souvent la hauteur d'une marche correspond à l'épaisseur d'une couche monomoléculaire. La subtile, mais néanmoins parfaitement visible à l'oeil nu, différence de la couleur des plages adjacentes à cette marche est donc due à une variation d'épaisseur  $\Delta H=h$  d'environ  $30\text{\AA}$  qui correspond à la longueur typique d'une molécule de cristal liquide thermotrope.

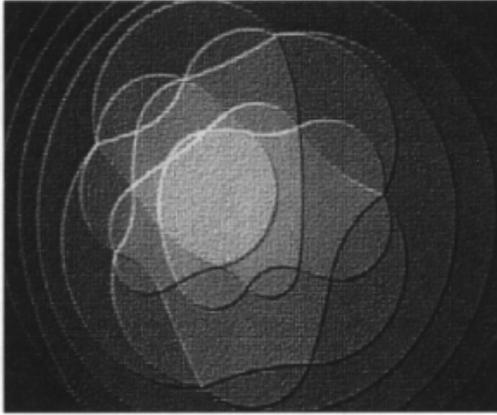


Fig. 2.4.5: Vue au microscope réfléchissant d'un film smectique. Les nuances de gris correspondent aux variations de l'épaisseur du film d'une couche monomoléculaire.

Pour "**mesurer optiquement la longueur d'une molécule**", il suffit donc de déterminer cette différence d'épaisseur élémentaire  $h$ . On peut le faire à partir de spectres de la lumière réfléchi par les films. En effet, du point de vue optique, un film smectique agit comme une **lame à faces parallèles parfaite** et renvoie la lumière dont la réflectivité  $R(\lambda)$  est décrite par la formule de Young et Poisson :

$$R(\lambda) = \frac{I_r(\lambda)}{I_i(\lambda)} = \frac{4e \sin^2\left(\frac{2\pi nH}{\lambda}\right)}{(1-e^2) + 4e \sin^2\left(\frac{2\pi nH}{\lambda}\right)} \quad 2.4.1$$

où  $I_i(\lambda)$  est le spectre de la lumière incidente sur le film,  $n$  est l'indice de réfraction et

$$e = \frac{(n-1)^2}{(n+1)^2} \quad 2.4.2$$

L'expérience faite en compagnie de trois élèves de licence<sup>[19]</sup>, en stage dans notre laboratoire, nous a fourni des spectres à partir desquels, par ajustement des coefficients inconnus  $n$  et  $H$ , nous déterminâmes l'épaisseur cherchée:

$$\mathbf{h=3.13 \text{ nm}} \quad 2.4.3$$

La marche à suivre la plus simple est la suivante: Pour trouver l'indice de réfraction  $n$  (que l'on suppose indépendant de la longueur d'onde) on détermine la réflectivité  $R(\lambda)$  d'un film très épais. Celle-là comporte plusieurs maxima dont la hauteur ne dépend que de l'indice de réfraction.

Ayant trouvé  $n$ , on peut procéder ensuite "à la manière de Millikan", c'est à dire, d'enregistrer un grand nombre de spectres caractéristiques de films différents et d'en déterminer les différentes épaisseurs  $H$ . De l'ensemble de ces épaisseurs aléatoires, on peut ensuite trouver le quantum d'épaisseur  $h$ . Mais on peut aussi trouver  $h$  à partir de seulement deux spectres dès lors que l'on a la certitude que l'un d'eux correspond au film d'épaisseur quelconque  $H=Nh$  et l'autre correspond au film comptant une couche de moins:  $H=(N-1)h$ . Nous verrons dans le paragraphe suivant comment procéder pour enlever une seule couche d'un film smectique.

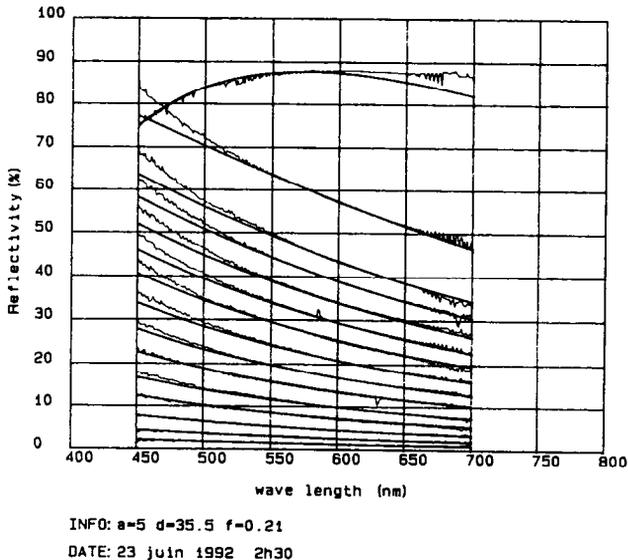


Fig. 2.4.6: Spectres de la lumière réfléchié par les films de faible épaisseur.

**Remarque:** La détermination de la réflectivité des films smectiques a lieu en deux étapes. Tout d'abord, on étalonne le dispositif: le film smectique est remplacé par un miroir et l'on enregistre le signal  $V_m(\lambda)$  qui servira de référence de la réflectivité  $R_m(\lambda)$ . Les enregistrements  $V_f(\lambda)$  obtenus par la suite avec les films de différentes épaisseurs permettent alors de déterminer la réflectivité  $R_f(\lambda)$  des films:

$$R_f(\lambda) = V_f(\lambda) \frac{R_m(\lambda)}{V_m(\lambda)} \quad 2.4.4$$

Dans nos expériences nous utilisons un miroir ordinaire de commerce. En absence des données concernant la réflectivité de ce miroir, nous la prîmes pour 100% dans tout le spectre balayé. Patrick Oswald démontra récemment que cette approximation est abusive et la précision des mesures de la réflectivité des films smectiques se trouve nettement améliorée par l'utilisation des miroirs dont on connaît la réflectivité.

#### 2.4.4. Films smectiques et la thermodynamique

En manipulant le cadre mobile on s'aperçoit qu'en exerçant des brèves tractions ou poussées sur le film (en augmentant et en diminuant la surface du cadre) on peut y introduire, respectivement, des "trous" et des "îles". La profondeur des trous et la hauteur des îles est généralement de l'ordre de qq. couches moléculaires. Avec un peu de dextérité on peut créer les trous d'épaisseur unitaire  $h$ .

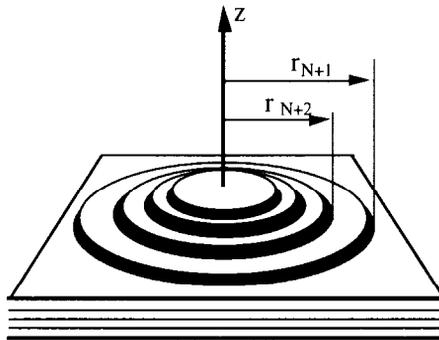


Fig. 2.4.7: Structure d'une île flottante.

L'évolution ultérieure de ces deux types de défauts, à surface du cadre constante, est différente: les îles diminuent de diamètre et disparaissent. Quant à l'évolution des trous, elle dépend de leur rayon  $r$ : lorsque  $r$  est inférieur à une valeur critique  $r_c$ ,  $r < r_c$ , les trous se referment, mais dans le cas contraire,  $r > r_c$ , les trous augmentent de taille jusqu'à remplir complètement la surface du cadre.

Pour comprendre et décrire ces phénomènes on est amené à formuler des nombreuses questions ayant trait à la thermodynamique. En effet, le comportement d'un "trou" de profondeur  $\Delta N$  à l'intérieur d'un film d'épaisseur  $N$  est semblable à celui d'un germe d'une phase dans l'autre lors d'une transition de phase du premier ordre.

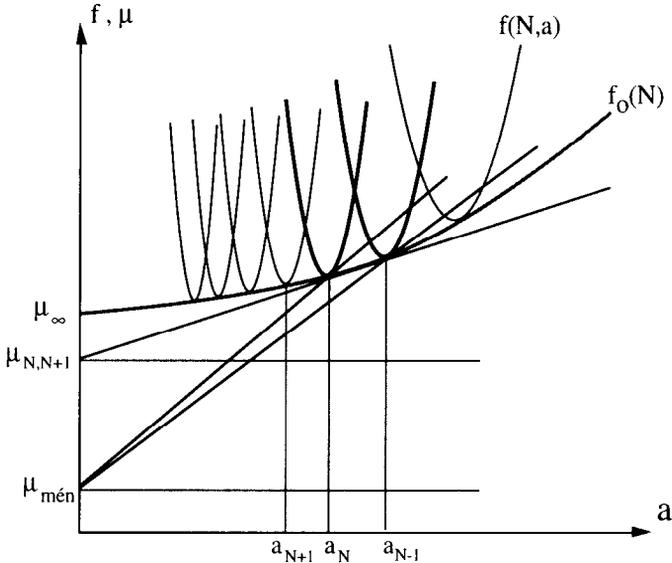


Fig.2.4.8: Thermodynamique des films smectiques.

La description cohérente des films smectiques en termes de la thermodynamique part de l'assimilation d'un film d'épaisseur  $Nh$  à une **phase bidimensionnelle** caractérisée par des grandeurs telles que:

- l'**aire moyenne** par molécule  $a$  ou son inverse, la densité numérique,
- l'**énergie libre moyenne** par molécule  $f$  laquelle, à l'instar de son homologue tridimensionnel, est une fonction de la température et de la surface spécifique:

$$f = f_N(a, T) \quad 2.4.5$$

- la **tension** du film, analogue de la pression, définie comme la dérivée de l'énergie libre par rapport à la surface spécifique:

$$\tau = \frac{\partial f}{\partial a} \quad 2.4.6$$

- le **potentiel chimique**  $\mu$  qui, par définition, est la transformée de Legendre de l'énergie libre par rapport à la surface spécifique :

$$\mu_N = f_N(a, T) - \tau a \quad 2.4.7$$

Cette dernière définition est d'une importance capitale car le film smectique est toujours connecté au cadre par l'intermédiaire d'un **ménisque** lequel, étant beaucoup plus volumineux que le film lui-même, agit comme un **réservoir des molécules qui fixe le potentiel chimique du film**.

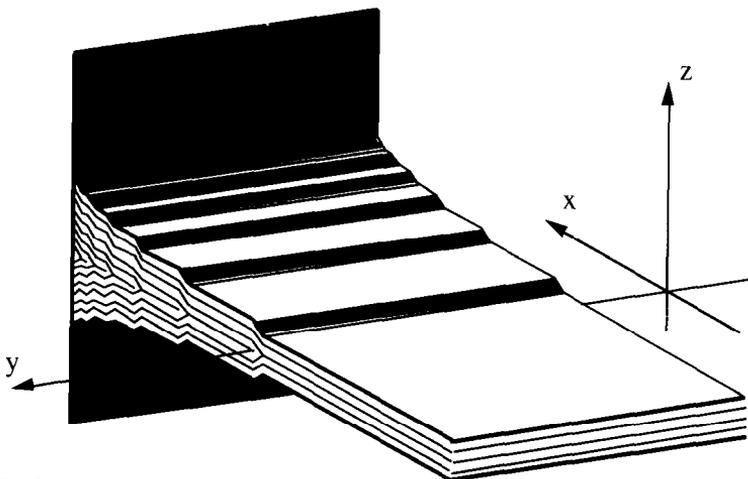


Fig. 2.4.9: Schéma d'un ménisque reliant un film à une paroi plane. Dans l'expérience, où le volume du ménisque est beaucoup plus grand que celui du film, le ménisque agit comme réservoir des molécules.

Dans un système tridimensionnel étant au contact d'un réservoir des particules à volume fixe, le système choisit celle parmi les phases accessibles dont le **potentiel grand canonique**  $\Omega$  est minimal. Par analogie avec les systèmes tridimensionnels, on a:

$$\Omega = F - \mu N = \tau A \quad 2.4.8$$

où  $F$ ,  $N$  et  $A$  sont respectivement l'énergie libre du film entier, le nombre total des molécules dans le film et la surface du film.

Nous arrivons ainsi à la conclusion qu'à surface et potentiel chimique fixes, le choix de la phase d'un film smectique se fait en fonction de sa tension  $\tau$ ; plus cette tension est faible plus la phase est stable.

Le comportement des trous (et des îles) en fonction de leur rayon nous indique que la tension des films smectiques devrait augmenter avec leur épaisseur. Le rayon critique  $r_c$  résulte alors de l'équilibre des forces agissant sur la marche circulaire entourant un trou<sup>13</sup>:

$$\frac{\gamma}{r_c} + \tau_{N-1} = \tau_N \quad 2.4.9$$

<sup>13</sup> $\gamma$  est la tension de la marche

A cause de l'inégalité  $\tau_{N-1} < \tau_N$ , un films smectique d'épaisseur  $N$  a tendance à s'amincir spontanément. Cependant, pour que la transition de phases  $N \rightarrow N-1$  puisse avoir lieu, il est nécessaire que les trous de rayon  $r$  plus grand que le rayon critique  $y$  apparaissent. Il s'avère en pratique que la barrière de la nucléation est si élevée que la nucléation homogène thermique est impossible. **Ceci explique l'étonnante robustesse et la longévité des films smectiques.**

Pour créer un trou, on tire sur le film en augmentant de façon transitoire sa tension. Selon la formule 2.4.7, il en résulte une diminution du potentiel chimique  $\mu_N$  d'autant plus importante que le film est mince ( $\Delta\mu \sim \Delta\tau a \sim 1/N$ ). On favorise ainsi l'ouverture des trous.

#### 2.4.5. Tension des films smectiques

Comment mesurer la tension d'un film en fonction de son épaisseur? Comment mesurer la variation transitoire de la tension lors de l'augmentation de la surface du cadre?

La méthode sans doute la plus classique consiste à mesurer directement la traction que le film smectique exerce sur les bords cadre. Pour le faire, nous avons construit avec deux stagiaires de magistère<sup>[17]</sup> un dispositif très simple. Son schéma est représenté sur la figure 2.4.9. Une plaque de forme trapézoïdale  $T$  découpée dans une feuille de transparent est introduite à l'intérieur du cadre. Cette plaque est solidaire d'un miroir  $M$  suspendu lui-même par deux pointes sur un bras horizontal. Grâce aux déplacements de ce bras (au moyen de deux tables de translation "Microcontrôle") selon  $y$  et  $z$ , la plaque trapézoïdale peut être placée avec précision entre les deux rails du cadre de sorte que des petits interstices persistent entre la plaque et les rails. Grâce à cette astuce, on peut tirer deux films d'épaisseur quelconque de part et d'autre de ce pendule; le ménisque qui se forme dans ces interstices empêche l'égalisation des épaisseurs.

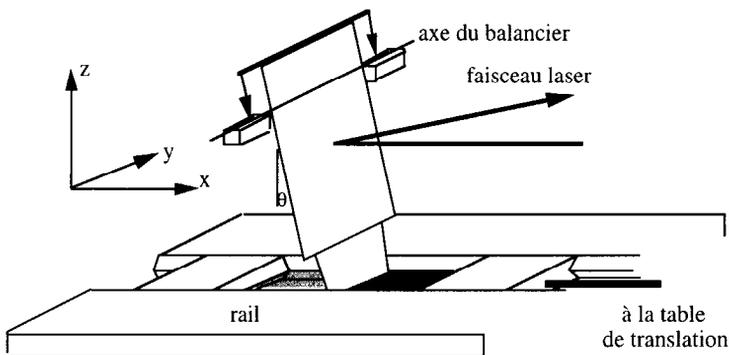


Fig. 2.4.9: Schéma du dispositif pour la mesure de la tension des films en fonction de leur épaisseur

Dans le cas où on a tiré un seul film d'un côté du balancier, celui-ci subira une déflexion  $\theta$  proportionnelle à la tension du film. En connaissant la distribution des masses dans le balancier, il est facile de déduire la tension du film de la déflexion  $\theta$ .

Dans le cas où deux films ont été tirés de part et d'autre du balancier, celui-ci subit une déflexion dans la direction du film plus épais. D'où la conclusion espérée:  $\tau_N > \tau_{N-\Delta N}$ .

Avec le même dispositif on peut aussi mesurer la variation transitoire de la tension provoquée par un changement de la taille du film.

**Remarque 1:** Sans entrer dans les considérations thermodynamiques compliquées, R. Holyst suggéra une explication de l'augmentation de la tension du film en fonction de son épaisseur par les arguments plus classiques: Du point de vue tridimensionnel, un film smectique est constitué de deux surfaces parallèles dont la distance est  $H$ . Dans l'approximation où les surfaces sont suffisamment éloignées pour pouvoir négliger leurs interactions, chacune d'elles contribue à raison de  $\tau_s \approx 25 \text{ dyn/cm}$  à la tension totale du film. De plus, étant connecté à un ménisque, le volume du film est soumis à une pression négative  $\Delta p$  de l'ordre de  $\tau_s/r_m$  créée par les surfaces du ménisque de tension  $\tau_s$  et de courbure moyenne  $1/r_m$ . Soit au total:

$$\tau = 2\tau_s + H \frac{\tau_s}{r_m} \quad 2.4.10$$

**Remarque 2:** Dans toutes les considérations que nous venons de développer, nous traitons la tension  $\tau$  des films smectiques comme une contrainte mécanique bidimensionnelle isotrope:

$$\sigma_{ij} = \tau \delta_{ij}, \quad i, j = x, y \quad 2.4.11$$

semblable à la contrainte tridimensionnelle isotrope:

$$\sigma_{ij} = p \delta_{ij}, \quad i, j = x, y, z \quad 2.4.12$$

due à la pression  $p$  des liquides isotropes. Cette façon de traiter les films smectiques n'a de sens que dans la mesure où ils se comportent comme des liquides bidimensionnels ce qui est vrai en phase SmA et SmC. Mais, il ne faut pas oublier qu'il existe aussi des phases smectiques cristallines telles que la phase SmB<sub>cristalline</sub> dans laquelle les molécules sont organisées en un réseau cristallin bidimensionnel.

#### 2.4.6. Films smectiques sous vide - membranes parfaites

Étant soumis "par leur nature" à une tension isotrope et indépendante de leur taille, les films smectiques en phase SmA ou SmC se comportent comme des membranes parfaites telles que Rayleigh les a définies dans son célèbre ouvrage "The Theory of Sound"[24]: "*The theoretical membrane is a perfectly flexible and*

*infinitely thin lamella of solid matter, of uniform material and thickness, which is stretched in all directions by a tension so great as to remain unaltered during vibrations and displacements contemplated".* Outre la tension  $\tau$ , la masse par unité de surface  $\rho$  caractérise une membrane idéale. Finalement, une membrane est caractérisée par ses dimensions et par sa forme. Ces deux dernières caractéristiques sont entièrement déterminées par les dimensions et la forme du cadre sur lequel est tendue la membrane. En effet, en absence d'autres forces telles que la gravité, la membrane prend la forme de la surface minimale  $\Sigma$  tendue sur un contour  $\Gamma$ .

Dans le cas le plus simple où le contour de la membrane est une courbe plane, la membrane est contenue dans le même plan, disons  $x, y$ . Alors, les vibrations de la membrane sont décrites par la fonction:

$$z=z(x,y,t) \quad 2.4.13$$

qui décrit à chaque instant  $t$  sa forme. Dans la limite de vibrations de petite amplitude, l'aire  $A$  de la surface de la membrane est approximativement constante, la densité  $\rho$  reste aussi constante et les trajectoires des points matériels qui composent la membrane sont rectilignes. En absence de dissipation, l'équation de mouvement que la membrane doit satisfaire est une équation d'onde:

$$\rho \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} - \tau \left( \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \right) = 0 \quad 2.4.14$$

Si l'on veut utiliser les films smectiques comme les exemples des membranes parfaites, il est indispensable de les faire vibrer sous vide. En effet, pour un film de dimensions latérales  $L$ , la masse de l'air par unité de surface du film qui accompagne le film dans ses mouvements est de l'ordre de  $\alpha \rho_{\text{air}} L$ , où  $\rho_{\text{air}}$  est la densité de l'air et  $\alpha$  est un facteur numérique. Elle est à comparer avec la masse du film lui-même égale à  $\rho = \rho_{\text{CL}} H$ , où  $\rho_{\text{CL}}$  est la densité du cristal liquide. Le rapport de deux masses est de l'ordre de

$$\frac{\text{masse}_{\text{air}}}{\text{masse}_{\text{CL}}} \approx \frac{\rho_{\text{air}} L}{\rho_{\text{CL}} H} \quad 2.4.15$$

Étant donné que l'épaisseur typique d'un film smectique est de l'ordre de  $H \approx 10 \times 30 \text{ \AA} = 3 \cdot 10^2 \text{ \AA}$ , le rapport  $L/H$  peut être de l'ordre de  $10^5$  pour  $L = 3 \text{ mm} = 3 \cdot 10^7 \text{ \AA}$ . Il est donc évident que l'évacuation de l'air s'impose si l'on veut que le comportement des films smectiques obéisse à l'équation d'onde de la membrane parfaite. Heureusement, la mise sous vide des films smectiques est possible grâce au fait que la tension des vapeurs saturantes des matériaux utilisés peut être extrêmement basse, de l'ordre de  $10^{-6}$  bar. Remarquons que la mise sous vide n'est pas possible lorsqu'on utilise des bulles de savon à la place des films smectiques car la pression des vapeurs saturantes de l'eau à la température ambiante est de l'ordre de  $5 \cdot 10^{-2}$  bar.

## 2.4.7. Peut-on entendre la tension d'un film smectique ?

Le titre de ce paragraphe est une paraphrase de "Can one hear the shape of the drum ?" - le titre d'un passionnant article de Mark Kac<sup>[25]</sup>. Paru dans un journal de mathématiques, l'article traite du problème de la relation entre le spectre (ensemble des fréquences) des modes propres d'une membrane parfaite et la forme de son contour  $\Gamma$ .

Étant donné l'importance du concept de **modes propres** en physique il n'est pas superflu d'y consacrer quelques lignes. Laissons la parole à Mark Kac:

*"Of special interest (both to the mathematician and to the musician<sup>13</sup>) are solutions of the form*

$$z(x, y, t) = Z z(x, y) e^{i\omega t} \quad 2.4.16$$

*for, being harmonic in time, they represent the **pure tones** the membrane is capable of producing. These special solutions are also known as **normal modes**."*

Le point de vue adopté par Kac dans la suite de l'article est celui d'un mathématicien qui s'intéresse aux solutions de l'équation aux valeurs propres

$$\left( \frac{\partial^2 \tilde{z}}{\partial \tilde{x}^2} + \frac{\partial^2 \tilde{z}}{\partial \tilde{y}^2} \right) + \lambda^2 \tilde{z} = 0 \quad 2.4.17$$

que l'on obtient en introduisant les coordonnées spatiales sans dimension

$$\tilde{x} = x / L; \quad \tilde{y} = y / L \quad \text{et} \quad \tilde{z} = z / L \quad 2.4.18$$

construites à partir d'une longueur typique  $L$  qui fixe l'échelle des dimensions spatiales de la membrane. La valeur propre

$$\lambda = \frac{\omega}{\Omega} \quad 2.4.19$$

correspond alors à la fréquence du mode mesurée en unités "naturelles" de la membrane:

$$\Omega = \sqrt{\frac{\tau}{\rho}} \frac{1}{L} \quad 2.4.20$$

En se lançant sur les traces de Mark Kac, on peut s'intéresser aux aspects mathématiques du problème et chercher les modes propres et les spectres des valeurs propres caractéristiques de diverses formes du cadre <sup>[35]</sup>. Dans le cas d'un cadre circulaire, cela donnera une occasion d'utiliser les **fonctions de Bessel**. Quand le cadre est carré, cela permet d'introduire le concept de la **dégénérescence** des modes. Finalement, grâce au cadre rectangulaire mobile, il

<sup>13</sup> comment a-t-il pu oublier les physiciens ?

devient aisé de démontrer que cette **dégénérescence est levée** dès qu'on s'écarte de la forme carrée (voir le spectre de la fig. 2.4.12). Il serait aussi très intéressant de démontrer que la réponse à la question posée par Kac est "oui, mais pas toujours" car nous connaissons aujourd'hui les exemples de formes différentes de cadre ayant les mêmes spectres des valeurs propres.

Du point de vue physique, les vibrations d'un film smectique fournissent les informations sur l'épaisseur du film (via la densité  $\rho$ ), sur sa tension et sur ses dimensions car les fréquences des modes propres en dépendent selon la formule 2.4.20. En particulier, on peut parfaitement entendre la variation de la tension d'un film quand sa taille change. Cette variation est d'autant plus forte que les échanges entre le ménisque et le film sont difficiles ce qui est le cas pour les film épais ou les phases smectiques peu fluides. Cependant, quand on place un film sous vide, pour le faire vibrer et pour l'entendre il faut employer quelques astuces.

Pour **exciter les vibrations** d'un film smectique sous vide, le moyen le plus commode consiste à utiliser les forces électrostatiques. Dans la toute première version de cette expérience, réalisée avec deux étudiants en stage de licence<sup>[18]</sup>, nous utilisâmes six électrodes (fils de diamètre d'environ 0,5mm) disposées sous le film porté par un cadre circulaire métallique. Ce système permet d'étudier les modes propres d'une membrane circulaire décrites par les fonctions de Bessel. Plus récemment<sup>[22]</sup>, le cadre rectangulaire mobile fut employé avec succès. Dans ce cas, nous utilisâmes quatre électrodes disposées sur un carré.

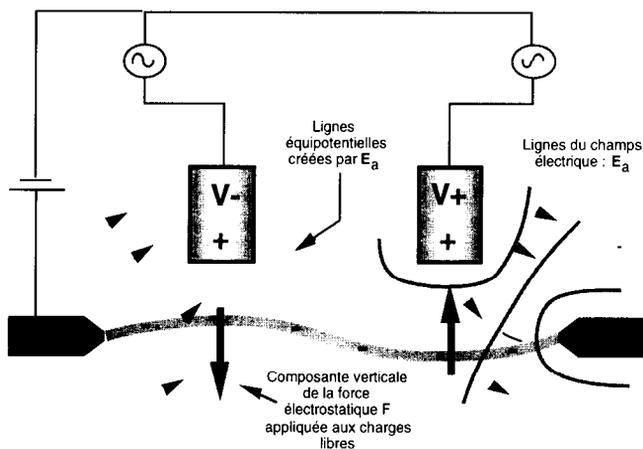


Fig.2.4.10: Excitation électrostatique des vibrations des films smectiques<sup>[29]</sup>.

Le cadre étant mis à la masse, chaque électrode  $i$  est alimentée indépendamment par une tension:

$$V_i = V_{DC} + V_{ai} \quad 2.4.21$$

comportant une composante continue  $V_{DC}$  de l'ordre de 50V et une tension alternative  $V_{ai}$ . Cette dernière, d'amplitude d'environ 10V, provient soit directement d'un générateur BF soit d'un inverseur:

$$V_{ai} = \pm V_a e^{i\omega} \quad 2.4.22$$

Le rôle de la tension continue est d'amener des charges sur le film, lequel sur les échelles de temps supérieures à 30 sec se comporte comme un conducteur et forme avec les électrodes une sorte de condensateur. Ces charges statiques sont soumises aux forces que le champ électrique créé par la composante alternative de la tension exerce sur elles. La géométrie de ce champ alternatif est déterminée uniquement par la géométrie des pièces métalliques (cadre et électrodes) car, à cause de sa très faible conductivité, le film smectique se comporte comme un isolant à l'échelle d'une période de l'ordre de  $10^{-3}$  sec.

En modifiant l'alimentation des électrodes en tension alternative il devient possible d'exciter préférentiellement certains modes propres.

La **détection des vibrations** induites par le champ électrique est optique. Un faisceau laser est réfléchi sur un élément de surface du film, situé au point  $(x,y)$  et dirigé sur le centre d'une photodiode à quadrants. Une détection synchrone mesure les déplacements du faisceau provoqués par l'inclinaison  $\text{grad } z$  du film.

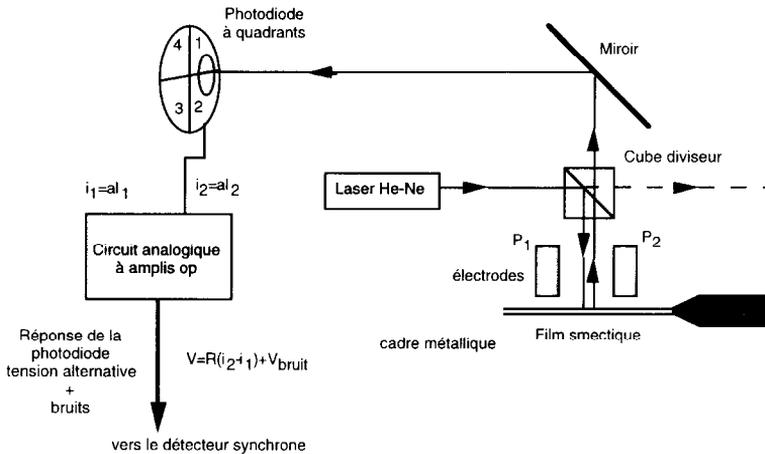


Fig. 2.4.11: Détection optique des vibrations des films smectiques<sup>[29]</sup>

Comme le montre l'enregistrement typique de la figure 2.4.12, le signal détecté en fonction de la fréquence d'excitation comporte un grand nombre de pics correspondant aux différents modes propres du film.

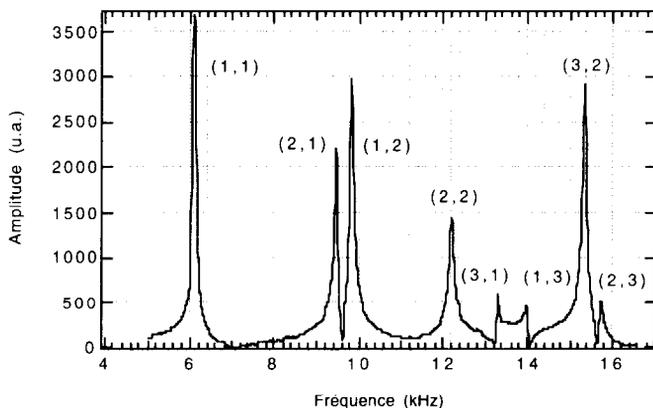


Fig.2.4.12: Spectre de vibrations d'un film rectangulaire sous vide [29].

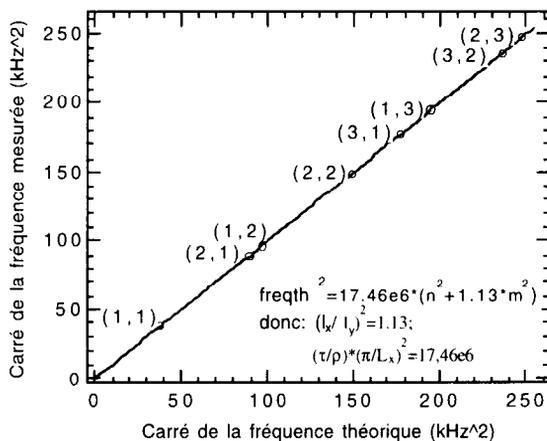


Fig. 2.4.13: Ajustement de résultats expérimentaux à la théorie[29].

Sur un cadre rectangulaire, ceux-là sont de forme :

$$z_{mn} = Z \sin\left(\frac{m\pi x}{L_x}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{L_y}\right) e^{i\omega_{mn}t} \quad 2.4.23$$

et leur fréquences de résonance  $\omega_{mn}$  sont données par :

$$\omega_{mn} = \left( \sqrt{\frac{\tau}{\rho}} \frac{1}{L_x} \right) \pi \sqrt{m^2 + n^2 \left( \frac{L_x}{L_y} \right)^2} \quad 2.4.23$$

Cette expression fait apparaître explicitement la fréquence caractéristique  $\Omega$  construite en prenant comme l'unité de la longueur la dimension  $L_x$  du cadre. La forme du cadre, au sens de Kac, y intervient via le rapport  $L_x/L_y$ .

Après l'indexation des pics de l'enregistrement expérimental (fig. 2.4.12), leurs fréquences mesurées sur ce diagramme furent portées en fonction de celles prévues par la théorie. Comme le montre le diagramme de la figure 2.4.13, un très bon accord entre l'expérience et la théorie fut obtenu en prenant

$$\Omega = 2.089 \text{ kHz et } L_x/L_y = 1.13 \quad 2.4.24$$

#### 2.4.8. Films smectiques dans l'air - effet Beg Rohu

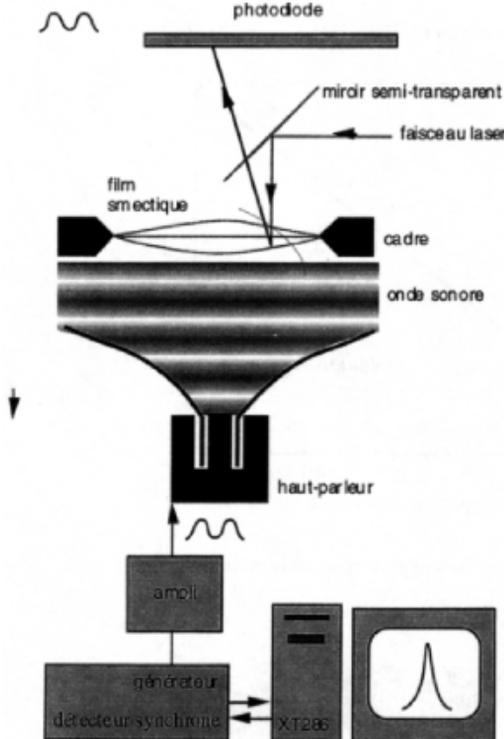


Fig. 2.4.14: Dispositif expérimental pour l'excitation acoustique des vibrations de forte amplitude nécessaires dans les études des effets non linéaires<sup>[27]</sup>.

On peut éviter les difficultés inhérentes à la mise des films smectiques sous vide en les faisant vibrer dans l'air. Le moyen le plus évident pour exciter le mode fondamental consiste à placer sous le film un petit haut-parleur (de diamètre d'environ 10 cm) alimenté directement par le générateur de fonctions (fig.2.4.14). Le couplage acoustique entre le haut-parleur et le film est suffisant pour induire les vibrations d'amplitude si forte qu'elles conduisent à la destruction du film. Il est donc très facile de quitter le domaine des vibrations linéaires et explorer les **phénomènes non linéaires**.

Le premier effet non linéaire le plus évident porte, pour marquer les circonstances de sa découverte, le nom de "Beg Rohu". C'était bien pendant les préparatifs au cours sur les cristaux liquides que je devais donner pendant l'École d'Été de Physique de Beg Rohu,

que je l'ai vu pour la première fois. Mais, le choix de ce nom est d'autant plus justifié que l'École de Beg Rohu a lieu sur la presqu'île de Quiberon. Pourquoi ? En effet, cet effet consiste en une instabilité du ménisque qui conduit, quand l'amplitude des vibrations est suffisamment forte, à la formation d'une sorte de péninsule visible sur la photo de la figure 2.4.15. Après un certain temps, l'isthme, qui relie le corps de la presqu'île au ménisque du bord du cadre (la côte bretonne), peut se rompre et l'on obtient une sorte de Belle Ile flottante que certaines forces dues aux vibrations du film poussent vers le "ventre" du mode fondamental, c'est-à-dire, au centre du film.

Quand les vibrations du film cessent, ces forces disparaissent, bien sûr, et l'île glissera doucement vers l'endroit le plus bas du film. (Lorsque le film est bien plat, ce qui dépend surtout de la perfection mécanique du cadre, l'île se comporte donc comme la bulle dans un niveau à bulle).



Fig. 2.4.15: Effet Beg-Rohu: instabilité du ménisque qui résulte en formation d'une presqu'île<sup>[28]</sup>.

Quelle est la nature des forces qui détachent la presqu'île du bord du cadre et qui poussent l'île vers le centre du film ? Quelles sont l'amplitude et la direction de ces forces en fonction de la position de l'île dans le film ? Pour trouver les éléments de réponse à cette question, on peut, par exemple, incliner le film d'un petit angle  $\alpha$  et mesurer (optiquement) l'amplitude des vibrations  $Z$ , nécessaire à maintenir une île en position fixe dans le film. On verra que :

$$Z^2 \propto \sin \alpha \quad 2.4.26$$

Étant donné que sur une île de surface  $S$  (petite devant la surface du film  $A$ ) et d'épaisseur  $H+\Delta H$  flottant dans un film d'épaisseur  $H$  agit la force de gravité :

$$f_g = \rho_{cl} \Delta H S g \sin \alpha \quad 2.4.26$$

on tirera la conclusion que ces forces sont non linéaires. L'amplitude et la direction de ces forces dépendent de la position de l'île dans le film :

$$\vec{f}_{nl} = F(Z, \omega, \Delta H) \vec{f}_{nl}(x, y) \quad 2.4.27$$

En inclinant le film de même angle polaire  $\alpha$  mais dans différentes directions azimutales  $\phi$ , on peut également trouver les lignes d'égalité de cette force non-linéaire. Pour trouver les lignes de champ de ces forces non-linéaires (tangentes en chaque point à  $\vec{f}_{nl}(x, y)$ ) on peut observer la trajectoire de l'île quand on l'oblige à revenir vers le centre du film à partir d'un point quelconque situé près d'un bord. On peut aussi constater que ces forces non-linéaires agissent sur toute inhomogénéité de masse flottante dans le film telle qu'une petite goutte de smectique ou un objet solide (bille de verre ou d'étain, un morceau de fil de cuivre, un grain de sable, etc) déposée sur le film.

Dans le cas d'une île de faible hauteur  $\Delta H$ , dont la présence ne perturbe pas la vibration du film de forme

$$z(x, y, t) = Zz(x, y)e^{i\omega t} \quad 2.4.28$$

nous venons de démontrer, à l'issue d'un stage de DEA<sup>[28]</sup>, que chaque élément de surface du film d'épaisseur  $H$  est soumis à cette force non-linéaire dont l'expression est la suivante:

$$\langle \vec{f}_{nl/cm^2} \rangle = \frac{\rho_{cl} H \omega^2 Z^2}{4} \vec{\nabla} (z^2(x, y)) \quad 2.4.29$$

L'allure de ce champ de forces agissant sur un film de forme rectangulaire est représenté sur la figure 2.4.16

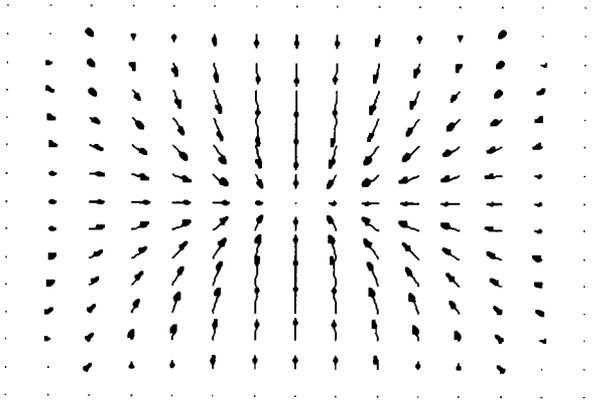


Fig.2.4.16: Allure des forces non linéaires induites par le mode fondamental d'un film cadre rectangulaire

## 2.4.9. Film+bille: oscillateur non linéaire de Van der Pol

Le comportement de l'objet flottant dans le film devient bien plus compliqué lorsque sa masse est si grande que les vibrations du film se trouvent perturbées. Ceci est le cas pour une bille d'étain de diamètre d'environ 0.6 mm, déposée délicatement sur le film. Nous étudîâmes ce cas avec une élève de terminale en stage dans notre Laboratoire [27].

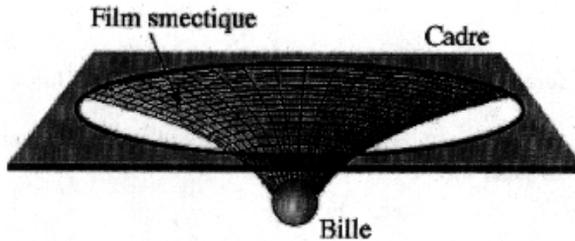


Fig.2.4.17: Déformation d'un film smectique par une bille placée au centre

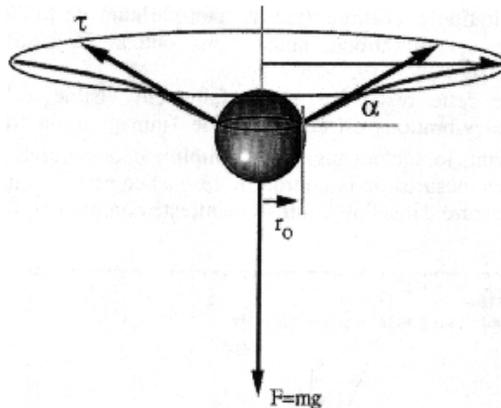


Fig. 2.4.18: Équilibre des forces dans le système film+bille

Au repos, du fait de son poids, une telle bille déforme le film qui n'est plus plat mais prend la forme d'une surface minimale  $z=z(x,y)$  obéissant à l'équation de Laplace :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0 \quad 2.4.30$$

La déformation du film est telle que la tension  $\tau$  agissant sur le pourtour de la bille procure la force de rappel verticale égale au poids de la bille. Dans un cadre circulaire de rayon  $r_1$ , la forme  $z(r)$  du film respecte la symétrie de révolution et est telle que l'action de la tension du film sur tout cercle de rayon  $r$  procure une force verticale égale au poids de la bille :

$$2\pi r \tau \frac{dz}{dr} = P = \frac{4}{3} \pi r_0^3 \rho_{Sn} \tag{2.4.31}$$

d'où 
$$z(r) = \frac{P}{2\pi\tau} \left( \ln \frac{r}{r_0} - \ln \frac{r_1}{r_0} \right) \tag{2.4.32}$$

Nous voyons donc que le film se comporte comme si c'était un ressort de rigidité

$$k = \frac{2\pi\tau}{\ln \frac{r_1}{r_0} r_0} \tag{2.4.33}$$

qui procure la force de rappel proportionnelle au déplacement  $z(r_0)$ :

$$F = -kz(r_0) \tag{2.4.34}$$

En somme, le système bille+film constitue un oscillateur harmonique dont la fréquence de résonance est:

$$\omega_r^2 = \frac{3}{2} \frac{\tau}{\rho_{Sn} r_0^3} \frac{1}{\ln \frac{r_1}{r_0} r_0} \tag{2.4.35}$$

En utilisant l'excitation acoustique (par le haut-parleur) de faible amplitude et la détection optique des vibrations, nous avons obtenu la courbe de résonance représentée sur la figure 2.4.19.

Notons que cette résonance est parfaitement visible à l'oeil nu lorsque l'amplitude  $\zeta_0$  des vibrations est de l'ordre de 1mm pour un film de dimensions  $L \approx 6\text{mm}$ . Cependant, lorsqu'on augmente l'amplitude des vibrations au-delà d'une certaine limite, les mesures de la courbe de résonance se trouvent perturbés, pour  $\omega_{exc} > \omega_r$ , par une sorte d'instabilité qui se manifeste comme une oscillation lente de l'amplitude.

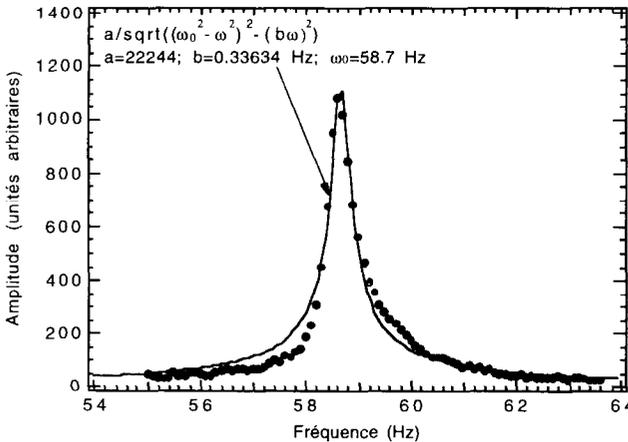


Fig.2.4.19: Amplitude de vibration du film portant une bille de diamètre 0,7mm environ en fonction de la fréquence d'excitation. Notons que la fréquence de résonance est environ 6 fois inférieure à celle mesurée pour le film seul. Points expérimentaux et courbe théorique[27].

Comme le montre le diagramme de la figure 2.4.20, la fréquence  $\Omega$  de ces oscillations augmente avec l'écart  $\Delta\omega = \omega_{exc} - \omega_r$ .

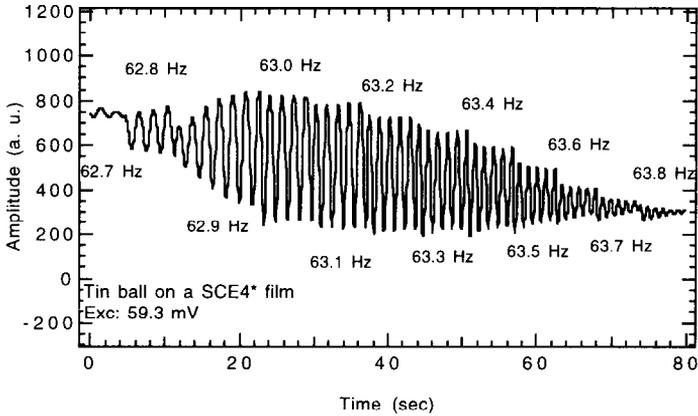


Fig.2.4.20: Oscillations de l'amplitude de vibrations du système film+bille.

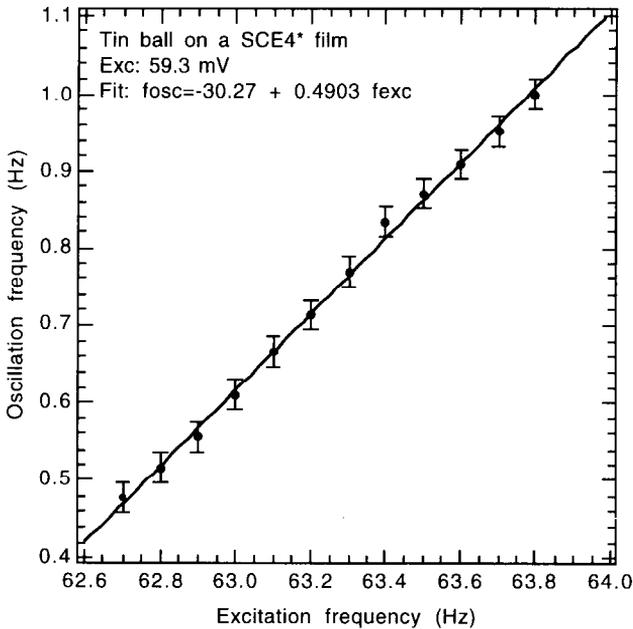


Fig.2.4.21: Variation de la fréquence des oscillations d'amplitude

En portant  $\Omega$  en fonction de  $\Delta\omega$ , on s'aperçoit que

$$\Omega = \Delta\omega/2 \quad 2.4.36$$

L'explication de cette instabilité implique le couplage entre l'amplitude  $\zeta_0$  des oscillations et la tension du film. En effet, (1°) lorsque l'amplitude des oscillations augmente de  $\delta\zeta_0$ , la surface moyenne du film  $\langle A \rangle$  doit aussi augmenter comme  $\delta\zeta_0^2$ . L'augmentation de la surface du film,  $d\langle A \rangle/dt$ , entraîne une augmentation  $\delta\tau$  de la tension du film ce qui résulte en une augmentation  $\delta\omega_r$  de la fréquence de résonance:

$$\delta\omega_r = M \frac{d\delta\zeta_0}{dt} \quad 2.4.37$$

(2°) Lorsque la fréquence d'excitation est supérieure à la fréquence de résonance, l'augmentation de cette dernière a pour le résultat une augmentation  $\delta\zeta_r$  de l'amplitude des vibrations que l'oscillateur devrait avoir:

$$\delta\zeta_r = a\delta\omega_r - c(\delta\omega_r)^3 \quad 2.4.38$$

(3°) L'oscillateur harmonique amorti forcé ne réagit pas instantanément à un changement de la fréquence de résonance; l'ajustement de l'amplitude  $\zeta_0$  à sa nouvelle valeur  $\zeta_r$  a lieu par l'intermédiaire d'un régime transitoire oscillant décrit par l'équation différentielle:

$$\frac{d^2\zeta_0}{dt^2} + \frac{1}{\tau_0} \frac{d\zeta_0}{dt} = \Omega^2 (\zeta_r - \zeta_0) \quad 2.4.39$$

En combinant ces trois équations, et en introduisant une nouvelle variable

$$u = \frac{d\zeta_0}{dt} \quad 2.4.40$$

on arrive à l'équation dite de Van der Pol:

$$\ddot{u} - A(1 - Bu^2)\dot{u} + \Omega^2 u = 0 \quad 2.4.41$$

où

$$A = aM\Omega^2 - \frac{1}{\tau_0} \quad 2.4.42$$

et

$$B = \frac{3cM^3\Omega^2}{A} \quad 2.4.43$$

Cette équation est un archétype d'équation non linéaire décrivant les oscillations dans les systèmes avec contre-réaction tels que les oscillateurs électroniques.

## 2.4.10. Film smectique + bille: auto-accordement

Jusqu'à présent nous avons traité le système film+bille comme un oscillateur à un seul degré de liberté  $z$  en supposant que la bille reste toujours au centre du film. Mais, en réalité, la bille est libre de se déplacer dans le plan  $(x,y)$  du film. Lorsque le film ne vibre pas, tout écart  $\delta r$  par rapport au centre  $O$  produit une force de rappel centripète:

$$f_r = k\delta r \quad \text{où} \quad k \approx \frac{(mg)^2}{2\pi r_1^2 \tau} \quad 2.4.44$$

Lorsqu'on excite les vibrations du film, à cette force de rappel s'ajoutent les forces non linéaires dont le module et la direction sont fonction de la position de la bille dans le film, de la fréquence et de l'amplitude de l'excitation. Finalement, les mouvements de la bille dans le plan du film génèrent les forces d'inertie et de la friction visqueuse.

Lorsque la fréquence d'excitation est notablement supérieure à la fréquence du mode fondamental discuté plus haut, le comportement de la bille devient très complexe et sa description dépasse largement le cadre de cet article. Cependant, il nous semble très utile de citer ici un phénomène curieux étudié tout récemment lors d'un stage de DEA<sup>[28]</sup>.

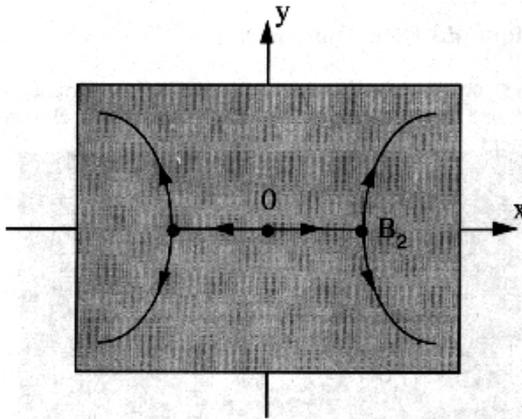


Fig. 2.4.22: Phénomène d'auto-accordage du système film+bille<sup>[28]</sup>.

On l'observe aisément avec un cadre rectangulaire de dimensions  $5 \times 7$  mm. Au lieu d'une bille d'étain, il est préférable d'utiliser une goutte smectique déposée au centre du film au moyen d'un fil dont l'extrémité a été badigeonnée de cristal liquide. Pour que cette goutte ne glisse pas vers un bord du cadre, il est important que le film vibre à la fréquence proche de la fréquence de résonance  $\omega_{f+g}$  du mode fondamental du système film+goutte. Notons que cette fréquence est notablement

inférieure à la fréquence de résonance  $\omega_f$  du film seul et, bien entendu, dépend de la masse de la goutte. Lorsque la fréquence d'excitation  $\omega_{exc}$  est proche de  $\omega_{f+g}$ , la goutte reste au centre du film. Mais, quand la fréquence d'excitation  $\omega_{exc}$  dépasse un certain seuil  $\omega_1$ , la goutte s'écarte de  $\delta x$ , par rapport au centre O, selon l'axe Ox. En le faisant, la goutte brise la symétrie du mode fondamental par rapport au plan (zy). Cette bifurcation est critique; au voisinage du seuil, l'écart  $\delta x$  varie comme le carré de la différence  $\omega_{exc}-\omega_1$ :

$$\delta x \sim (\omega_{exc}-\omega_1)^2 \quad 2.4.45$$

En augmentant la fréquence d'excitation davantage, on voit la goutte arriver au point B<sub>2</sub>, où, à la fréquence  $\omega_2$ , une deuxième bifurcation a lieu: pour  $\omega_{exc}>\omega_2$ , la goutte se déplace selon une trajectoire courbe qui la mène vers un coin du cadre. Cette deuxième bifurcation brise la symétrie par rapport au plan (xz) laissée intacte par la première bifurcation.

A l'heure actuelle, il semble que ce comportement de la goutte "a pour but" d'ajuster sa position (x,y) de sorte que la fréquence de résonance caractéristique de cette position corresponde à la fréquence d'excitation. On peut dire qu'on a affaire à une sorte d'auto-accordement de l'oscillateur film+goutte.

## 2.5. Point tricritique de Dick Hornreich

Pour terminer cet exposé j'aimerais évoquer l'expérience d'une grande simplicité qui m'a donné une occasion de collaborer avec Dick Hornreich, mon ami disparu prématurément.

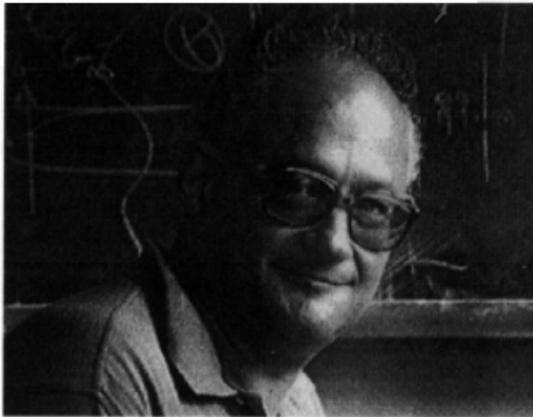


Fig. 2.5.1: Richard Hornreich.

J'ai connu Dick d'abord comme le coauteur d'articles cruciaux sur les Phases Bleues. Puis, après avoir fait personnellement sa connaissance lors de la conférence

sur les cristaux colloïdaux aux Houches, j'ai eu le plaisir de travailler avec lui sur plusieurs problèmes. A chaque occasion, Dick m'impressionnait par son talent de théoricien. Visionnaire, il était capable de suggérer les expériences originales. Par exemple, dans le contexte des travaux qu'il menait avec S. Shtrikman sur les Phases Bleues, il proposa d'appliquer un champ électrique à une Phase Bleue cubique afin de la transformer en une phase Bleue de symétrie hexagonale, prévue initialement par Brazowski. L'expérience prouva qu'il a vu juste.

Un autre exemple de son talent est en rapport avec une expérience surprenante mais d'une grande simplicité et que l'on peut montrer facilement pendant un cours.

Cette expérience consiste à étudier le changement d'orientation d'un cristal liquide nématique, étalé en couche mince sur une surface cristalline fraîchement clivée, sous l'effet de ... l'humidité.

### 2.5.1. Notion d'ancrage<sup>1</sup>.

Sans surfaces, et dans un espace isotrope, l'orientation d'un nématique est arbitraire de la même manière que l'est la position d'un bateau sur la surface d'un lac calme sans vent.

Le contact du nématique avec une surface solide anisotrope peut lever cette dégénérescence, ce qui n'est pas sans ressemblance avec l'action d'une ancre qui fixe la position du bateau. On parle donc d'ancrage du nématique.

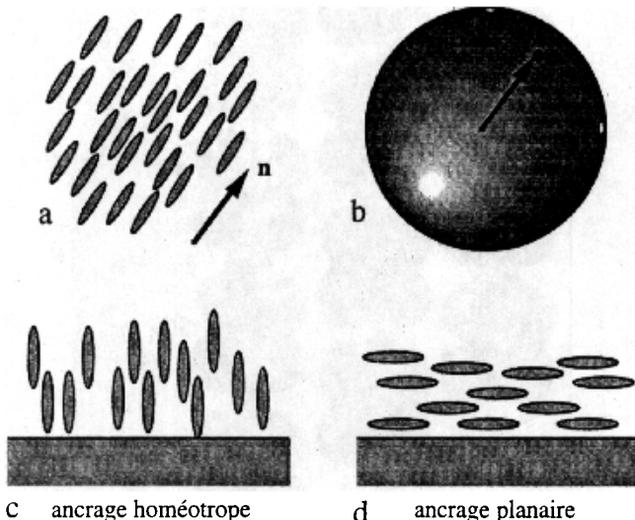


Fig. 2.5.2: Notion d'ancrage: a et b- dans l'espace isotrope le nématique peut prendre toute orientation  $\mathbf{n}$  de la sphère  $S^2$ . (c et d)- Les surfaces brisent l'isotropie de l'espace, lèvent cette dégénérescence et en fin de compte fixent l'orientation du nématique. Les termes "homéotrope" et "planaire" datent de l'époque de G. Friedel

<sup>1</sup>l'article de B. Jérôme "Surface effects and anchoring in liquid crystals" (Reports on Progress in Physics 54 (1991) 391) constitue une excellente revue dans ce domaine.

Afin d'induire une (ou plusieurs) direction d'ancrage, la surface solide doit être anisotrope. C'est bien le cas pour la surface du Plexiglas frotté (voir l'expérience sur le prisme nématique). Une mince couche de SiO évaporée sous incidence oblique sur une lame de verre procure l'ancrage dont la direction dépend de l'angle d'évaporation<sup>15</sup>. Finalement, certains cristaux, du fait de leur structure lamellaire se clivent facilement en livrant les surfaces propres et parfaitement structurées. Pour sa facilité de mise en oeuvre, nous choisirons ici cette dernière possibilité.

### 2.5.2. Transitions d'ancrage aux interfaces gypse/E9 et mica/E9.

Les cristaux que l'on trouve le plus facilement dans le commerce sont ceux du gypse et du mica muscovite. Comme cristal liquide nous allons choisir un mélange eutectique E9 commercialisé par BDH.

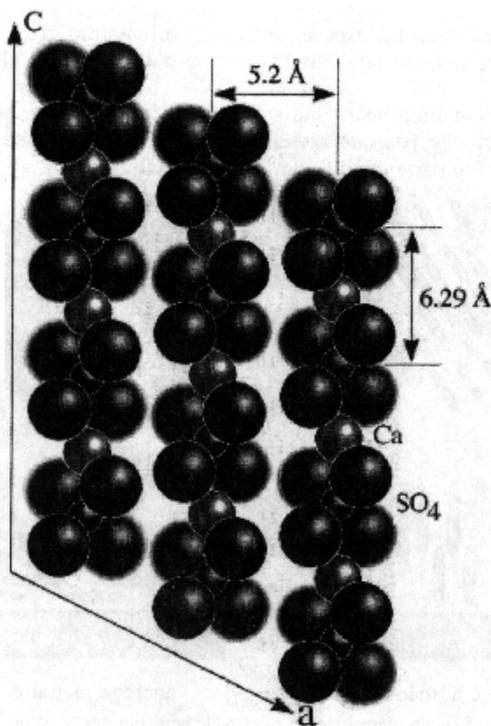


Fig. 2.5.3: La surface de clivage du gypse ( $\text{CaSO}_4 \cdot 2(\text{H}_2\text{O})$ ) comporte des rangées de stoechiométrie  $\text{CaSO}_4$ . La symétrie de cette surface est  $\text{C}_2$ .

<sup>15</sup>au DEA de Physique des Solides à Orsay, dans le cadre de son "Enseignement sous forme de projets", Bertrand Deloche propose aux étudiants un projet ayant pour sujet l'ancrage sur les films SiO évaporés

Le clivage du gypse ( $\text{CaSO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$ ) livre une surface hydrophile périodique dont le seul élément de symétrie ponctuelle est un axe binaire. Étallé en couche mince sur la surface du gypse, le nématique prend "par temps sec" une direction bien déterminée. Pour trouver cette direction à partir de la biréfringence du cristal liquide, il convient de s'affranchir de la biréfringence du gypse soit au moyen d'un compensateur soit en superposant deux lamelles de gypse, d'égale épaisseur, croisées. Après cette compensation, on trouvera l'orientation du nématique à partir de l'extinction entre les polariseurs croisés.

Il s'avère que lorsque le taux d'humidité dans l'air au-dessus du nématique dépasse environ 75%, la direction d'ancrage change de façon discontinue de presque  $90^\circ$ . Pour provoquer cette transition d'ancrage, il suffit de souffler délicatement sur la couche du nématique. Dans les expériences quantitatives on peut contrôler le taux d'humidité en mélangeant deux flux d'air, l'un sec et l'autre saturé en eau. (voir fig. 2.5.5) Cette transition a toutes les caractéristiques statiques et dynamiques d'une transition de premier ordre. Entre les polariseurs croisés, elle se manifeste par le passage d'une paroi de faible largeur dans laquelle l'orientation change de  $90^\circ$ . Cette transition est parfaitement; le retour aux taux d'humidité plus bas restaure l'orientation initiale.

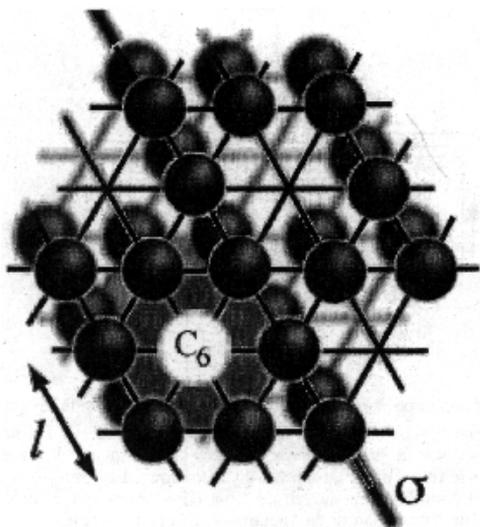


Fig. 2.5.4: La surface de clivage du mica muscovite est essentiellement composée d'atomes d'oxygène disposés en un réseau de Kagomé. La symétrie de cette surface est "presque"  $C_{6v}$ . Mais, la couche atomique analogue suivante est déplacée de  $l$  dans la direction du miroir  $\sigma$ . A cause de ce déplacement, la symétrie  $C_{6v}$  est brisée à  $C_6$ .

Sans entrer dans la discussion plus détaillée de cette transition d'ancrage, passons immédiatement au cas de la surface du mica beaucoup plus intéressante du point de vue théorique.

Dans la cas du mica muscovite, la symétrie des surfaces de clivage est différente. Comme le montre le schéma de la figure 2.5.4, la surface du mica est essentiellement composée d'atomes d'oxygène disposés en un réseau de Kagomé. Chacun de ces oxygènes est partagé entre les bases de deux tétraèdres  $\text{SiO}_4$  appartenant à une feuille de stoechiométrie  $\text{Si}_2\text{O}_5$ . La feuille suivante de la même stoechiométrie est déplacée de  $\mathbf{l}$  par rapport à celle de surface. A cause de ce déplacement, la symétrie  $C_{6v}$  du réseau de Kagomé est brisée; il n'en reste que le miroir  $\sigma$  parallèle à  $\mathbf{l}$ .

Sur le mica muscovite, l'ancrage du mélange nématique E9 est planaire mais l'angle azimutal  $\psi$  d'ancrage dépend fortement des potentiels chimiques de l'eau ou de l'éthylène glycol. Dans l'expérience construite pendant un stage de magistère<sup>[31]</sup>, on contrôle ces potentiels chimiques via la composition du mélange gazeux  $\text{N}_2/\text{H}_2\text{O}/\text{EG}$  obtenu par la réunification des trois flux dont le premier  $\Phi_{\text{N}}$  est constitué de l'azote pur, le deuxième  $\Phi_{\text{E}}$  de l'azote saturé en eau et le troisième  $\Phi_{\text{EG}}$  de l'azote saturé en éthylène glycol.

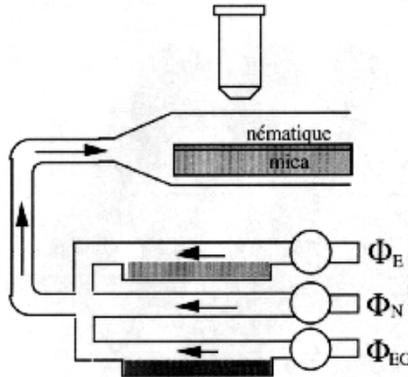


Fig.2.5.5: Dispositif conçu pour étudier les transitions d'ancrage induites par adsorption d'eau et/ou d'éthylène glycol sur l'interface E9/mica muscovite<sup>[31]</sup>. Le nématique est étalé en couche mince sur la surface clivée du mica. Les vapeurs d'eau et d'éthylène glycol circulent dans le flux d'azote au-dessus du nématique. Les pressions partielles du mélange gazeux sont contrôlées au moyen de trois débitmètres qui contrôlent les trois flux: de l'azote sec, de l'azote saturé en vapeurs d'eau et de l'azote saturé en vapeurs d'éthylène glycol.

Les mesures de l'angle azimutal d'ancrage en fonction de la position sur le diagramme ternaire du mélange (fig. 2.5.6) révèlent la présence de trois types d'ancrage différents. Dans le domaine I, l'ancrage est orthogonal au plan de symétrie  $\sigma$  donc monostable. Dans le domaine II, l'ancrage est aussi monostable mais parallèle au plan  $\sigma$ . Finalement, dans le domaine III, l'ancrage est oblique par rapport au plan  $\sigma$  donc bistable.

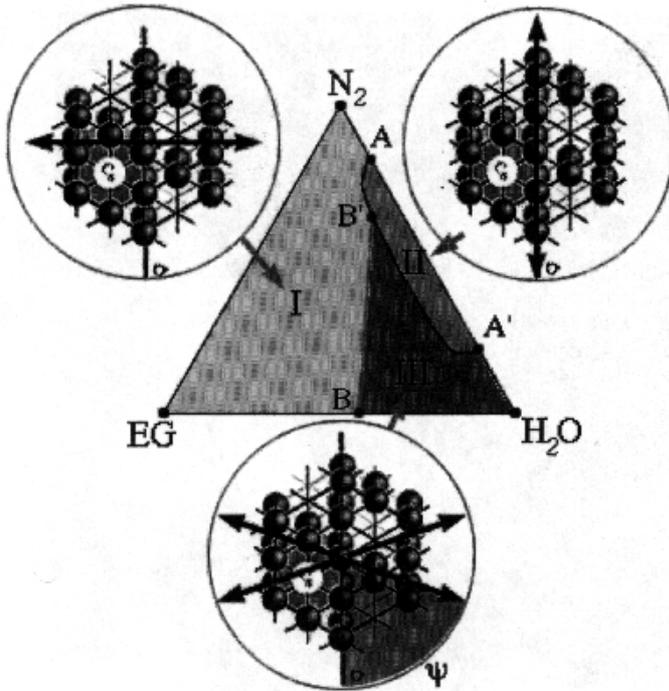


Fig.2.5.6: Diagramme d'ancrage de l'interface E9/mica muscovite en présence des vapeurs d'eau et d'éthylène glycol.

**La transition I→II** entre les deux ancrages de la même symétrie  $G_a=C_{2v}$  est nécessairement du premier ordre et en tant que telle, elle doit faire intervenir les mouvements des interfaces c'est-à-dire des parois de surface dans lesquelles l'angle d'ancrage  $\psi$  passe continûment d'une direction d'ancrage  $\psi_I$  à l'autre  $\psi_{II} = \psi_I + \Delta\psi$ . Remarquons que ce passage peut se faire dans le sens d'aiguilles d'une montre, on parlera alors d'une paroi de  $\Delta\psi$  ou dans le sens contraire, on parlera alors d'une paroi de  $\pi - \Delta\psi$ . Ceci est illustré par les deux schémas de la figure 2.5.8 sur lesquels les deux directions d'ancrage sont orthogonales l'une à l'autre de sorte que les parois en question sont de  $\pi/2$  ou  $-\pi/2$ .

Cette transition I→II est illustrée par les deux photos de la figure 2.5.7. prises l'une après l'autre en espace de qq. secondes. En accord avec ce que nous venons de dire, on y voit des parois de deux types qui se distinguent par leurs formes (différentes orientations des axes longs des ellipses) et par leur évolution. En effet, lorsque deux parois du même type, p. ex.  $+\pi/2$ , entrent en contact, elles coalescent. En revanche, lorsque deux parois de signe opposés se touchent, elles s'assemblent en une paroi de  $\pi$ .

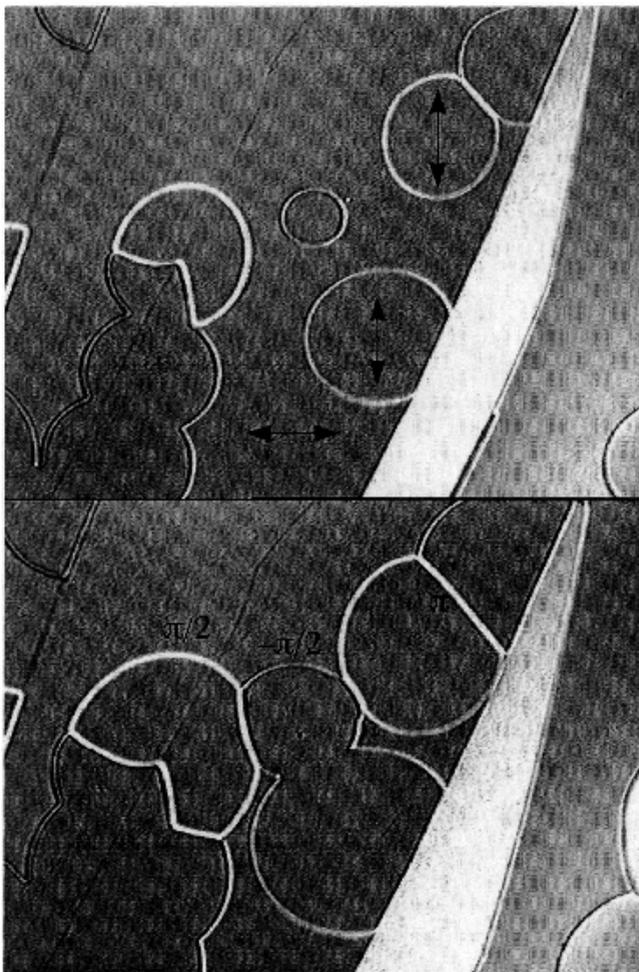


Fig. 2.5.7: Transition d'ancrage (I/II de la fig. 2.5.6) entre les deux ancrages parallèle et orthogonal au plan de symétrie  $\sigma$ . Cette transition du premier ordre implique les mouvements des parois. Ces parois sont de deux types:  $+\pi/2$  et  $-\pi/2$ . Deux parois de même type coalescent au contact. Deux parois de type opposé s'assemblent en une paroi de  $\pi$ .

**La transition II $\rightarrow$ III** est également du premier ordre bien qu'elle implique une brisure de symétrie. Elle est illustrée sur la photo de la figure 2.5.9, où l'on voit une disinclinaison  $S=1/2$  se scinder en trois parois constituant les limites des deux domaines d'ancrage oblique de signes opposés. En réalité, la disinclinaison de

volume se transforme d'abord en une paroi de surface de  $\pi$  et c'est cette paroi qui se scinde en trois parois. Cette image est intéressante du point de vue des transitions de phases car elle montre qu'une **transition du premier ordre ne doit pas nécessairement passer par le stade de nucléation**. En effet, lorsqu'une paroi de  $\pi$  est présente dans le système, elle contient déjà en son sein les germes de toutes les orientations d'ancrage possibles. Quand on arrive à la transition, il suffit que la paroi se scinde de façon appropriée pour faire apparaître les nouvelles directions d'ancrage.

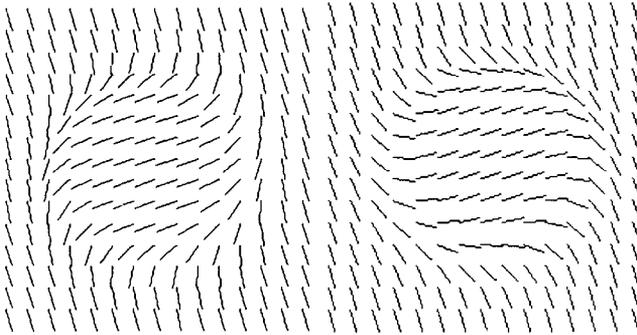


Fig.II.5.8: Structure des parois de surface  $+\pi/2$  et  $-\pi/2$  intervenant dans la transition d'ancrage I  $\rightarrow$  II. Ces parois sont visibles sur les photos de la figure 2.5.7.

**La transition I  $\rightarrow$  III** est du deuxième ordre: l'angle  $\psi$  entre la direction d'ancrage et la normale au plan miroir  $\sigma$  augmente continûment, à partir de zéro, quand on s'éloigne, vers la droite, de la ligne BB'.

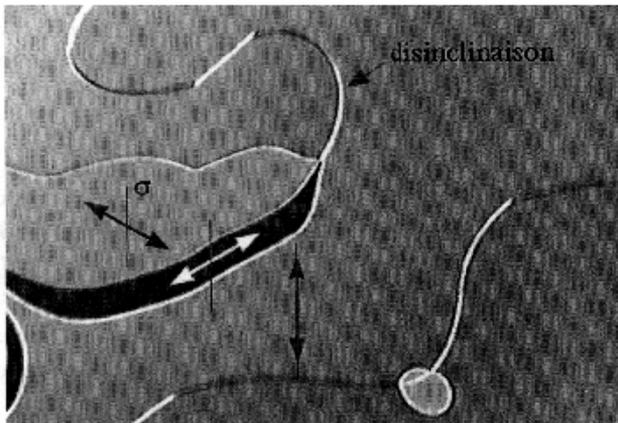


Fig.2.5.9: Transition entre l'ancrage monostable parallèle au plan de symétrie (II sur la figure 2.5.6) et l'ancrage bistable oblique par rapport au plan de symétrie (III sur le diagramme de la figure 2.5.6).

La contribution de Dick Hornreich était cruciale pour nos études d'ancrage.

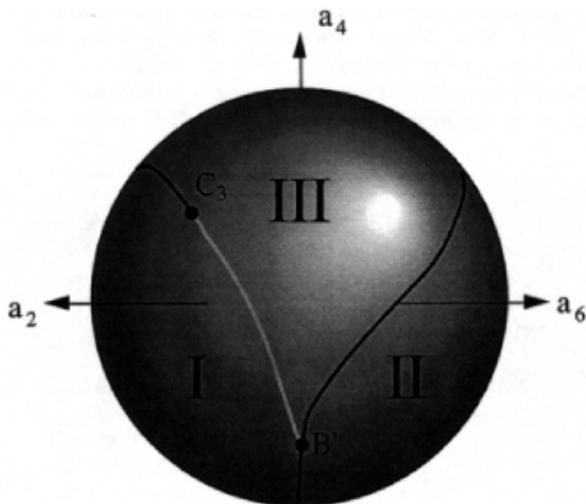


Fig. 2.5.10: Diagramme d'ancrage théorique prévu par Dick Hornreich<sup>[30]</sup>.

Il a construit une théorie d'ancrage à la Landau en partant d'un développement de l'énergie de l'interface nématique/mica en une série de Fourier :

$$f(\psi) = a_2 \cos 2\psi + a_4 \cos 4\psi + a_6 \cos 6\psi \quad 2.5.1$$

où  $\psi$  est l'angle azimutal entre le directeur et la normale au plan miroir  $\sigma$  du mica. Dans la recherche des minima de cette expression, il suffit d'explorer la surface de la sphère:

$$a_2^2 + a_4^2 + a_6^2 = 1 \quad 2.5.2$$

En **anticipant** sur les expériences, Dick a montré que cette sphère doit être divisée en trois domaines I, II et III distinct par les orientations parallèle, perpendiculaire et oblique par rapport au  $\sigma$ <sup>[30]</sup>. Les frontières entre ces domaines sont constituées d'**une ligne de transition de phases** qui change de caractère, du premier au deuxième ordre, au passage d'un **point tricritique**  $C_3$ .

L'expérience confirma ces prévisions: en effet, le diagramme expérimental de la figure 2.5.6. comporte les trois domaines I, II et III et le point critique terminal<sup>16</sup>  $B'$ .

**Quant au point tricritique, il reste encore à trouver.**

<sup>16</sup>critical end point

### 3. Encouragements en guise de conclusions

Il y a vingt ans, à l'époque où sous l'égide de PGG une meute des jeunes chercheurs et thésards était lancée à la découverte du monde fascinant et mystérieux des cristaux liquides, un article collectif intitulé "Collection of simple experiments on liquid crystals" fut rédigé à l'intention d'enseignants qui, sans être spécialistes de cristaux liquides, souhaiteraient d'inclure quelques expériences dans leurs programmes.

J'ai la conviction profonde qu'aujourd'hui, encore plus qu'hier, cette intention est justifiée par les vertus pédagogiques des cristaux liquides, les vertus qui vont de pair avec les relatives facilité et simplicité de mise en oeuvre des expériences. Aujourd'hui, un grand nombre de matériaux mésogènes sont disponibles dans le commerce et il n'est plus nécessaire de lire le merveilleux article de Lionel Liebert "Liquid Crystals Synthesis for Physicists"<sup>[32]</sup> avant de se lancer dans l'aventure.

Il est plus facile, bien entendu, de concevoir les expériences sur les cristaux liquides dans un laboratoire comme le nôtre, où la recherche sur les cristaux liquides et l'enseignement se côtoient. Grâce à cette liaison organique et traditionnelle entre l'enseignement et la recherche, Bertrand Deloche a pu mettre au point un cours du DEA de Physique des Solides portant un nom évocateur "Enseignement sous forme de projets" et qui inclue, parmi tant d'autres, une expérience sur l'ancrage des nématiques par les films évaporés sous incidence oblique. Par rapport à une expérience de cours, un tel projet, mené sur deux semaines, offre l'avantage de donner beaucoup d'initiative aux élèves dans la préparation de l'exposé qu'ils doivent présenter devant leurs camarades. On est très agréablement surpris (à quelques exceptions près) par le sérieux et la qualité de ces exposés et par l'intérêt que manifeste l'audience. Quant à la quantité de travail qu'un tel cours exige de la part de l'enseignant, son auteur est le mieux situé pour en juger<sup>17</sup>.

Les vertus des expériences de cours sont très différentes. Elles introduisent un élément du réel dans un enseignement abstrait. Le même phénomène n'a pas le même sens pour l'enseignant qui "sait déjà"<sup>18</sup> et les élèves qui "ne savent pas encore". Cette situation crée une occasion de dialogue dans les cas où les élèves ne sont pas trop nombreux. Mais les expériences de cours sont difficiles. D'abord, il y a un risque qu'elles ratent. Quelquefois on peut se rattraper grâce à une "antisèche"- un film vidéo. Sinon, c'est dur à assumer. Ensuite, il faut être fort de ses bras<sup>19</sup> car le transport du matériel n'est pas assuré par un déménageur. Finalement, d'un cours à l'autre, il faut entreposer tout cet attirail<sup>20</sup>. Afin d'éviter ces désagréments, on a l'intérêt à miniaturiser les manips<sup>21</sup>. **Bref, du courage !**

---

<sup>17</sup>C'est énorme

<sup>18</sup>c'est ce qu'il pense

<sup>19</sup>je pense ici à Hélène Dumoulin, mon bras droit

<sup>20</sup>par exemple, dans un coin de bureau d'une théoricienne sympathique

<sup>21</sup>demandez un conseil à Pierre Bergé (NDLR : décédé depuis la rédaction de cet article)

#### 4. Références

- [1]- **B. Pivot**, Émission TV "**Bouillon de culture**"
- [2]- le livre récent "**Du sac de billes au tas de sable**" de **E. Guyon et Jean-Paul Troadec** (éditions Odile Jacob, 1994) constitue une introduction à la physique de la matière finement divisée
- [3]- voir p. ex. **P. Evesque et J. Rajchenbach**, Phys. Rev. Lett. **62** (1989) 44 et **S. Fauve, S. Douady and C. Laroche**, J. de Phys. **50** (1989) 187, colloque C3
- [4]- **Perelman**, "**Zajmujaca fizyka**"
- [5]- **Lord Rayleigh** (John William Strutt), "**Scientific papers**", Vol 1-4, Dover Publications Inc., 1964
- [6]- "**The Scientific Papers by G.I.Taylor**", Vol. 1-4, edited by G..K.Batchelor, Cambridge at the University Press, 1958
- [7]- **G. Friedel**, "**Leçons de cristallographie**", Librairie Scientifique Albert Blanchard, 1964, "**Etats mésomorphes de la matière**", Annales de Physique **18** (1922) 273, voir aussi **J. Friedel**, "**Graine de mandarin**" Editions d'Odille Jacob, 1994
- [8]- "**The Feynman Lectures on Physics**" Addison-Wesley Publishing Co., 1964
- [9]- **L.D.Landau and E.M.Lifshitz**, "**Physique Théorique**" éditions MIR, 1969, voir aussi **R. Feynmann**, "**Surely you are joking Mr Feynman**"
- [10]- **P.-G. de Gennes and J. Prost**, "**The Physics of Liquid Crystals**", Oxford University Press, 1994
- [11]- **P.-G. de Gennes et J. Badoz**, "**Les objets fragiles**", Editions Plon, 1994
- [12]- **P.W. Anderson**, "**Basic notions of condensed matter physics**", Benjamin Publishing Company, 1984
- [13]- **Rudolf Peierls**, "**Surprises in Theoretical Physics**", Princeton University Press, (1979) voir chapitre 4 "Condensed Matter"
- [14]- suggestion fraternelle de **M Piotr Pieranski**
- [15]- **F.C. Frank**, "**On the Theory of Liquid Crystals**", Disc. Faraday Soc. **25**, (1958) 19, voir aussi "**Sir Charles Frank, an eightieth birthday tribute**", Adam Hilger, 1991
- [16]- **W.B. Schneider**, "**A surprising property of Plexiglas rods - An unusual approach to birefringence**", Am. J. Phys. **59** (1991) 1086
- [17]- **C. Furtlehner et X. Leoncini**, "**Structures des membranes smectiques**", stage de Magistère, Orsay 1991
- [18]- **L. Beliard et J.-Ph. Tournellec**, "**Vibrations des membranes smectiques**", Stage de Licence, Orsay 1991

- [19]- **B. Jouvin, J.-P. Fénerol et Ph. Palaric**, "Etude optique de la transition  $SmC^*-SmI$  dans les membranes smectiques", stage de licence, Orsay 1992
- [20]- **H. Dumoulin et E. Riou**, "Tension statique et dynamique des membranes smectiques", stage de Licence, Orsay 1992
- [21]- **J. Heuving**, "Mesure optique de l'épaisseur d'une couche smectique", stage de collège, Orsay 1992
- [21]- **P. Pieranski, L. Beliard, J.-Ph. Tournellec, X. Leoncini, C. Furtlehner, H. Dumoulin, E. Riou, B. Jouvin, J.-P. Fénerol, Ph. Palaric, J. Heuving, B. Cartier and I. Kraus**, "Physics of smectic membranes", *Physica A* **194** (1993) 364
- [22]- **I. Kraus**, "Etudes des films librement suspendus de cristaux liquides thermotropes en phase smectique", Thèse, Orsay 1995
- [23]- **Lord Rayleigh**, "On the colors of thin plates" dans "Scientific Papers", Vol. 1, p. 498
- [24]- **Lord Rayleigh**, "The Theory of Sound", Dover Publications, New York, 1945
- [25]- **M. Kac**, "Can one hear the shape of a drum?", *Am. Math. Month.*, **73** (1966) 1
- [26]- **D.T. Kagan and L.J. Buchholtz**, "Demonstration of normal modes on a bubble membrane", *Am. J. Phys.* **59** (1991) 376
- [27]- **Estelle Torre**, "Vibration des films smectiques" stage de Terminale, Orsay, Décembre 1994
- [28] **M. Brazovskaia**, "Effets non linéaires dans les films smectiques mis en vibrations", Stage de DEA, Orsay 1995, Thèse en cours.
- [29]- **C. Durost, S. Lemonnier**, "Vibrations des films smectiques courbes" stage de Licence, Orsay 1995
- [30]- **J. Bechhoefer, J.-L. Duvail, L. Masson, B. Jérôme, R.M. Hornreich and P. Pieranski**, "Critical Behavior in Anchoring Transitions of Nematic Liquid Crystals", *Phys. Rev. Lett.* **64** (1990) 1911
- [31]- **J.-L. Duvail et L. Masson**, "Transitions d'ancrage aux interfaces cristal/nématique induites par adsorption d'un mélange gazeux ternaire", stage de magistère, Orsay, Juin 1989.
- [32]- **Lionel Liebert**, "Liquid Crystals Synthesis for Physicists", Supplement 14 de la collection "Solid State Physics".
- [33]- pendant le Congrès de la SFP, Olivier Parodi m'a indiqué l'article qu'il a publié avec J.C. Martin en 1975 et dans lequel ils ont analysé la refraction par un prisme cholestérique. Ils ont démontré que dans certaines conditions, un tel prisme produit quatre faisceaux réfractés de polarisations circulaires. Référence: "Light refraction by a cholesteric prism", *J. de Phys.* **36** (1975) C1-273.

[34] - pendant la présentation de cette expérience au Congrès de la SFP à Marseille, un des participants<sup>22</sup> a soufflé de la fumée de cigarette dans le but de rendre visibles les trajets des deux faisceau réfractes. A la surprise générale, un seul des deux faisceau apparût dans le nuage de fumée tandis que l'autre s'obstina à rester presque invisible (du point de vue de l'auditoire). Cette différence de comportement s'explique par les polarisations des deux faisceaux. Le faisceau extraordinaire, étant polarisé dans la direction de l'auditoire  $O/x$ , excite dans le milieu diffusant (particules isotropes de la fumée) les dipôles électriques ayant la même direction  $x$ . Bien entendu, le rayonnement de tels dipôles s'annule dans la direction qui leur est parallèle (voir § 2.2).

[35] - **M. Brazovskaia, C. Even et P. Pieranski**, "**Tambours liquides**" paru dans "**Pour la Science**" **Avril 97**.

- depuis le Congrès de la SFP à Marseille, je me suis intéressé de plus près au problème de Kac concernant la relation entre la forme d'un tambour et le spectre de ses modes propres. Il s'avère que depuis peu les mathématiciens ont réussi à imaginer des paires de **tambours isospectraux**, c'est-à-dire, ayant des formes différentes mais les mêmes fréquences de modes propres. En sachant que les films smectiques placés sous vide se comportent comme des tambours parfaits, je me suis lancé avec mes élèves dans une nouvelle aventure. Par la méthode de gravure de circuits imprimés nous avons réalisé des cadres de forme approprié et mesuré les fréquences des modes propres. Et, ça a marché ! Les tambours smectiques étaient effectivement isospectraux. Avec mes deux collaboratrices, Macha Brazovskaia et Catherine Even, nous avons publié les résultats de nos mesures sous la forme d'un article (que j'espère très lisible) dans le numéro du mois d'Avril 1997 du journal "Pour la Science". A la même occasion, nous avons réalisé un petit film pour l'émission "Archimède" de l'Arte (22 Avril 1997).

---

<sup>22</sup>pour tout dire, le président du Congrès