ETUDE DES SOURCES DE BRUITS DANS UN SYSTEME DE DETECTION OPTIQUE

Mr L. Jacubowiez
PRAG à SupOptique
Centre Universitaire d'Orsay Bat 503

Mrs. J.F. Roch, J.P. Poizat et P. Grangier
Laboratoire "Optique Quantique"
Institut d'Optique
Centre Universitaire d'Orsay Bat 503

BRUIT D'AMPLIFICATION
BRUIT THERMIQUE D'UNE RESISTANCE
BRUIT DE PHOTONS

UNE EXPERIENCE DE REDUCTION DU BRUIT DE PHOTONS

L'objet de cet article est de présenter des expériences simples permettant d'étudier et de mesurer les sources de bruit présentes dans tout système de détection optique : bruit d'amplificateur, bruit thermique d'une résistance (bruit Johnson), bruit de photons (bruit de Schottky ou "shot noise" en Anglais).

Le bruit de photons a été longtemps considéré comme une limite fondamentale liée à la nature quantique de la lumière. Il est parfois attribué à tort au détecteur lui même. En fait, le bruit de photons dépend de la source lumineuse utilisée et, dans certaines conditions très particulières, il est possible de descendre en dessous de cette limite. C'est l'objet de la troisième partie qui présente une expérience simple de réduction de bruit de photons.

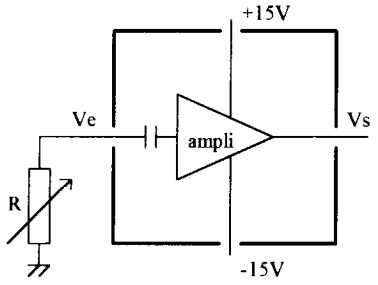
Ces manipulations ont été dans un premier temps réalisées pour les travaux pratiques de l' Ecole Supérieure d'Optique, avec l'aide précieuse des chercheurs du groupe de recherche "Optique Quantique", Jean-François Roch, Jean-Philippe Poizat et Philippe Grangier. Elles sont largement inspirées d'expériences recherches effectuées dans ce laboratoire sur les méthodes de réduction des fluctuations quantiques de la lumière.

Elles ont ensuite été dupliquées pour la section Physique de l'ENS Cachan dans le cadre de la préparation à l'épreuve de montage de l' Agrégation de Physique.

La réalisation pratique doit beaucoup à Thierry Avignon, « Super-Technicien » au service des travaux pratiques de SupOptique, que je tiens à remercier ici pour son aide toujours efficace et amicale.

1 - Bruit d'amplification

Ce premier montage permet de mettre en évidence le bruit d'un amplificateur, le bruit thermique d'une résistance, de vérifier sa dépendance en température et d'évaluer la constante de Boltzmann.



Amplificateur : Bruit thermique

Figure 1

On utilise l' amplificateur "bruit thermique" dont le schéma est donné en annexe. On connecte l'entrée directement à un boîtier de résistances allant de 0 à 1 MΩ

Il s'agit d'un amplificateur très bas bruit à 2 étages : le premier étage est réalisé avec un amplificateur intégré (AH0013) dont le bruit en tension est particulièrement faible (2 nV/√Hz). La contribution du bruit en courant (10 fA/√Hz) est toujours négligeable dans les conditions d'utilisation.

Son gain est environ 250, sur une bande passante à -3dB de 50 kHz - 1.6 MHz.

Remarque : Tous les circuits réalisés doivent être placés dans des boîtes métalliques et connectés par des câbles et des prises BNC pour éviter que tout rayonnement électromagnétique ne vienne perturber les mesures. On pourra aussi s'affranchir des bruits des alimentations en utilisant des batteries rechargeables pour alimenter les amplificateurs et polariser les photodiodes.

Il est possible de mesurer la tension efficace de bruit de l'amplificateur, ramenée à l'entrée, V_{nE} , et vérifier la valeur constructeur (2 nV/√Hz)). A cet effet, l' entrée de l'amplificateur est ramenée à la masse.

Les mesures de bruit peuvent être effectuées, soit avec un oscilloscope analogique ou numérique (ex : HP 57604B), soit avec un analyseur de spectre (exemple : Tektronix 2712) :

-un oscilloscope permettra d'appréhender l'aspect temporel du bruit :bruit généralement Gaussien.

-un analyseur de spectre permettra de visualiser l'aspect fréquentiel du bruit .

L'utilisation simultanée d'un oscilloscope et d'un analyseur de spectre pour la mesure des tensions efficaces de bruit est très pédagogique.

Mesure du bruit avec un oscilloscope :

On visualise le bruit à la sortie de l'amplificateur sur le plus petit calibre d'un oscilloscope analogique : ce bruit présente un aspect temporel Gaussien.

La tension efficace de ce bruit est approximativement la tension crête à crête divisée par 6 (hypothèse de bruit Gaussien).

Remarque : les oscilloscopes numériques effectuent la mesure de V_{RMS} et de $V_{crête\ à\ crête}$. On peut ainsi vérifier que : $V_{crête\ à\ crête} \approx 6\ V_{RMS,out}$.

La tension efficace de bruit, ramené à l'entrée de l'amplificateur, v_{nE} en $V / \sqrt{Hz}$, est

$$v_{nE} = \frac{V_{RMS,\ out}}{Gain\sqrt{\frac{\pi}{2} f_{-3dB}}} \quad \text{en } V / \sqrt{Hz}$$ (pour un amplificateur filtre passe-bas du 1° ordre)

où f_{-3dB} est la fréquence de coupure haute de l'amplificateur.

On tracera le diagramme de Bode pour déterminer précisément le gain et la fréquence de coupure haute de l'amplificateur (utiliser un GBF délivrant une très faible tension (<2 mV efficace)).

Mesure du bruit avec un analyseur de spectre :

L'analyseur de spectre permet de visualiser la puissance de bruit à la sortie de l'amplificateur en fonction de la fréquence. Ce bruit est un bruit blanc dans la bande passante de l' amplificateur (figure 2).

L'analyseur de spectre (ex : Tektronix 2712) permet de plus de mesurer directement la densité spectrale de bruit (puissance de bruit ramenée à une bande de fréquence de 1 Hz).

Cette densité spectrale de puissance, mesurée à la fréquence choisie, est affichée par l'analyseur en dBm/Hz :

$$P(en\ dBm / Hz) = 10\log\left(\frac{P(en\ W / Hz)}{10^{-3}\ W}\right)$$

L'impédance d'entrée de l'analyseur est R = 50 Ω, on obtient la tension efficace de bruit à la sortie de l'amplificateur :

$$V_s(en\ V / \sqrt{Hz}) = \left[50 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{\left(\frac{P(en\ dBm/Hz)}{10}\right)}\right]^{\frac{1}{2}}$$

La tension efficace de bruit de l'amplificateur, ramenée à l'entrée, V_{nE}, est obtenue en divisant par le gain de l'amplificateur à la fréquence choisie.

Si le circuit est bien réalisé, on obtient une tension efficace de bruit de l'amplificateur ramenée à l'entrée voisine de la valeur constructeur : $_{nE}(en\ V / \sqrt{Hz}) \approx 2nV / \sqrt{Hz}$.

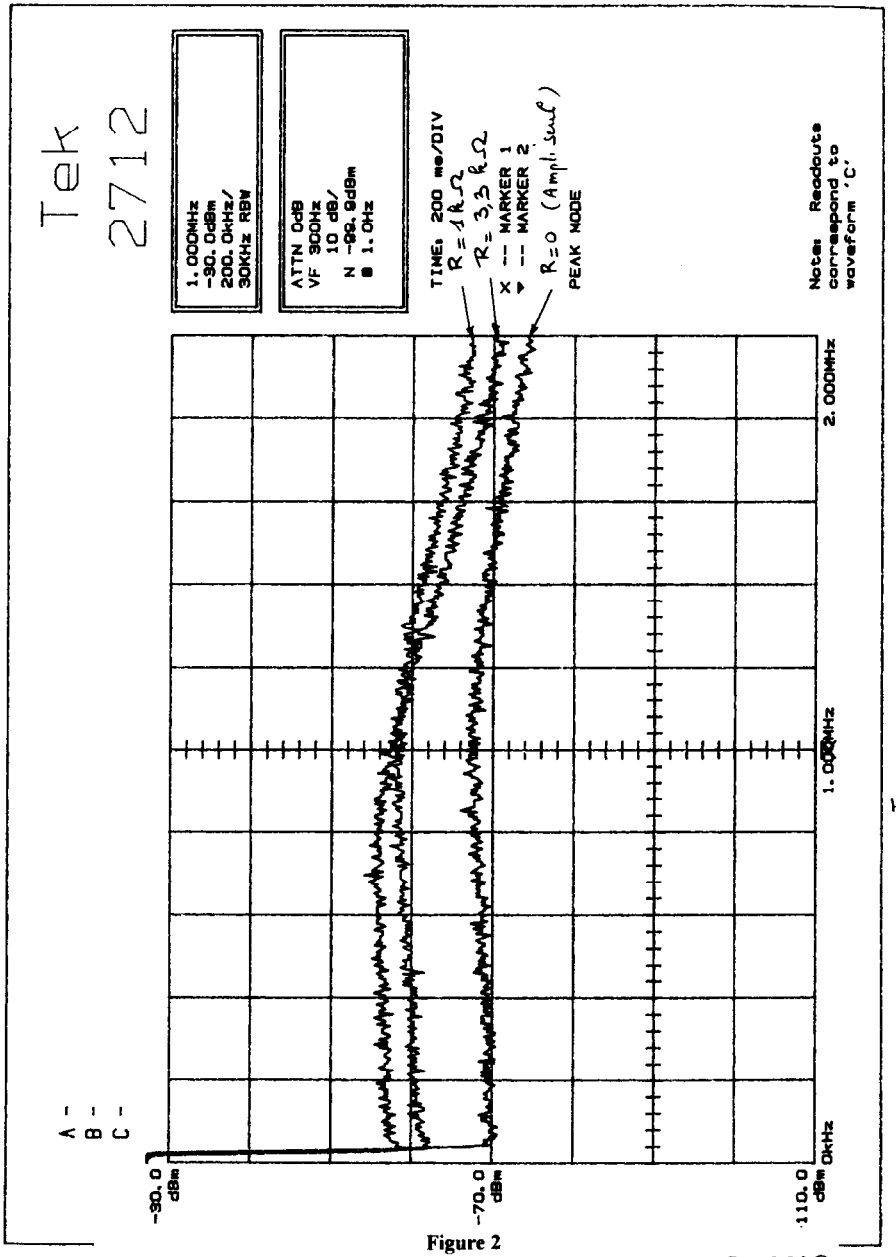


Figure 2
Bruit à la sortie de l'amplificateur pour des résistances d'entrée 0, 1 kΩ et 3,3 kΩ

2- Bruit thermique d'une résistance

Le bruit thermique d'une résistance, R, est représenté par une source de tension fluctuante dont la valeur efficace est donnée par la formule de Johnson-Nyquist :

$$v_R = \sqrt{4kTR} \quad \text{en V}/\sqrt{\text{Hz}}$$

où k est la constante de Boltzmann : $k = 1.38\ 10^{-23}\ \text{J.K}^{-1}$

L'amplificateur, étudié dans la partie précédente, permet d' étudier le bruit thermique d'une résistance placée à l'entrée.

Il suffit de mesurer, avec l'analyseur de spectre, la densité spectrale de bruit à la sortie de l'amplificateur pour les différentes résistances placées à l'entrée. Les mesures de la figure 3 ont été effectuées à 40 kHz.

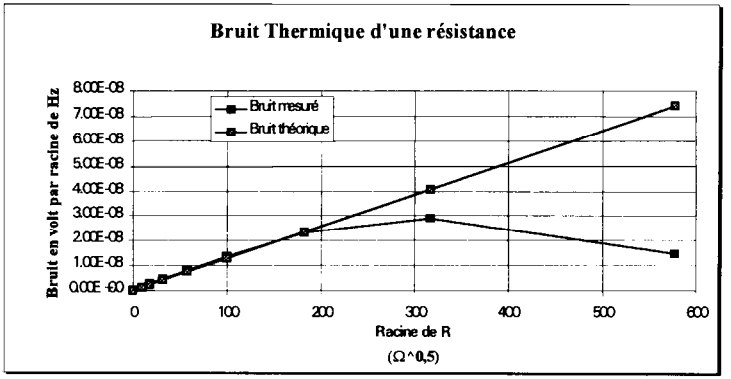


Figure 3

Remarque importante : Les mesures ne sont visiblement correctes que pour R < 40 kΩ. Au-delà, la résistance et les capacités parasites des câbles et de l'entrée l'amplificateur réalisent un filtre passe-bas (figure 2) qui modifie le gain de l'amplificateur.

La fréquence de coupure est $f_{-3dB} = \dfrac{1}{2\pi RC}$ (on trouve pour R= 40 kΩ et $f_{-3dB} = 40$ kHz, une capacité parasite de 100pF).

Remarque 2 : On a, à l'entrée de l'amplificateur, deux sources de bruit de tension indépendantes : la tension de bruit de l'amplificateur, étudiée au paragraphe précédent et le bruit thermique de la résistance. Ces sources de bruits sont indépendantes : ce sont leurs puissances qui s'ajoutent.

La tension efficace de bruit mesurée à la sortie de l'amplificateur est :

$$v_{RMS,out} = Gain \cdot \sqrt{v_R^2 + v_{Ne}^2} \quad \text{en V}/\sqrt{\text{Hz}}$$

Le bruit thermique est donc : $v_R^2 = \sqrt{\frac{v_{RMS,out}^2}{Gain} - v_{Ne}^2}$ en $V/\sqrt{Hz}$ (le gain de l'amplificateur est mesuré précisément à 40 kHz)

Remarque 3 : Le bruit thermique d'une résistance est un bon étalon de bruit (à une fréquence de quelques dizaines de kilohertz). Il permet éventuellement d'étalonner l'analyseur de spectre pour la mesure du bruit.

Influence de la température sur le bruit thermique d'une résistance :

La mesure du bruit thermique d'une résistance permet d'accéder à la température thermodynamique (en Kelvin). On peut ainsi vérifier la formule de Nyquist en faisant varier la température d'une résistance. On place, par exemple, une résistance de 1 kΩ dans un boîtier métallique que l'on plonge dans de l'azote liquide. La tension efficace de bruit dans l'azote liquide est divisée par 1,96 par rapport à la tension efficace de bruit à température ambiante (figure 4).

3- Bruit de photons

Rappels théoriques :

Le bruit de photons limite tout système de détection de flux lumineux. Il est lié directement à la nature corpusculaire de la lumière.

Les photons reçus par un détecteur suivent une statistique de Poisson : en terme plus imagé, les photons arrivent sur le détecteur de façon totalement désordonnée. Ce désordre est lié simplement à la source lumineuse (émission aléatoire des atomes excités).

Si la surface du détecteur reçoit en moyenne ***N*** photons pendant un temps d'intégration τ, l'écart type sur le nombre de photons reçus est égal à $\sqrt{N}$.

Le bruit de photons se traduit au niveau des détecteurs quantiques par le bruit de Schottky ("shot noise", en Anglais). Pour une photodiode, chaque photon reçu a une probabilité, η, de créer une paire électron-trou. Les électrons qui traversent la barrière de potentiel, à l'image des photons qui les ont créés, suivent eux aussi une statistique de Poisson : le nombre moyen d'électrons traversant la photodiode pendant un temps d'intégration τ et son écart type sont : $N_{e,moy} = n_e \tau$ $\sigma_{N_e} = \sqrt{n_e \tau}$

où n_e est le nombre moyen d'électrons traversant la photodiode par seconde.

Cette opération d'intégration pendant un temps, τ, correspond à un filtrage dans l'espace de fréquence dont la bande passante équivalente est : $\Delta f = \frac{1}{2\tau}$.

Le courant moyen dans la photodiode est : $I_{ph} = n_e e$.

Le bruit sur courant est : $\boxed{\sigma_{i_{ph}} = \frac{\sigma_{N_e}}{\tau} e = \sqrt{n_e \frac{e^2}{\tau}} = \sqrt{2 e I_{ph} \Delta f}}$ (Formule de Schottky)

Ce bruit est un bruit blanc : la puissance de bruit est proportionnelle à $\sigma_{i_{ph}}^2$, donc à Δf.

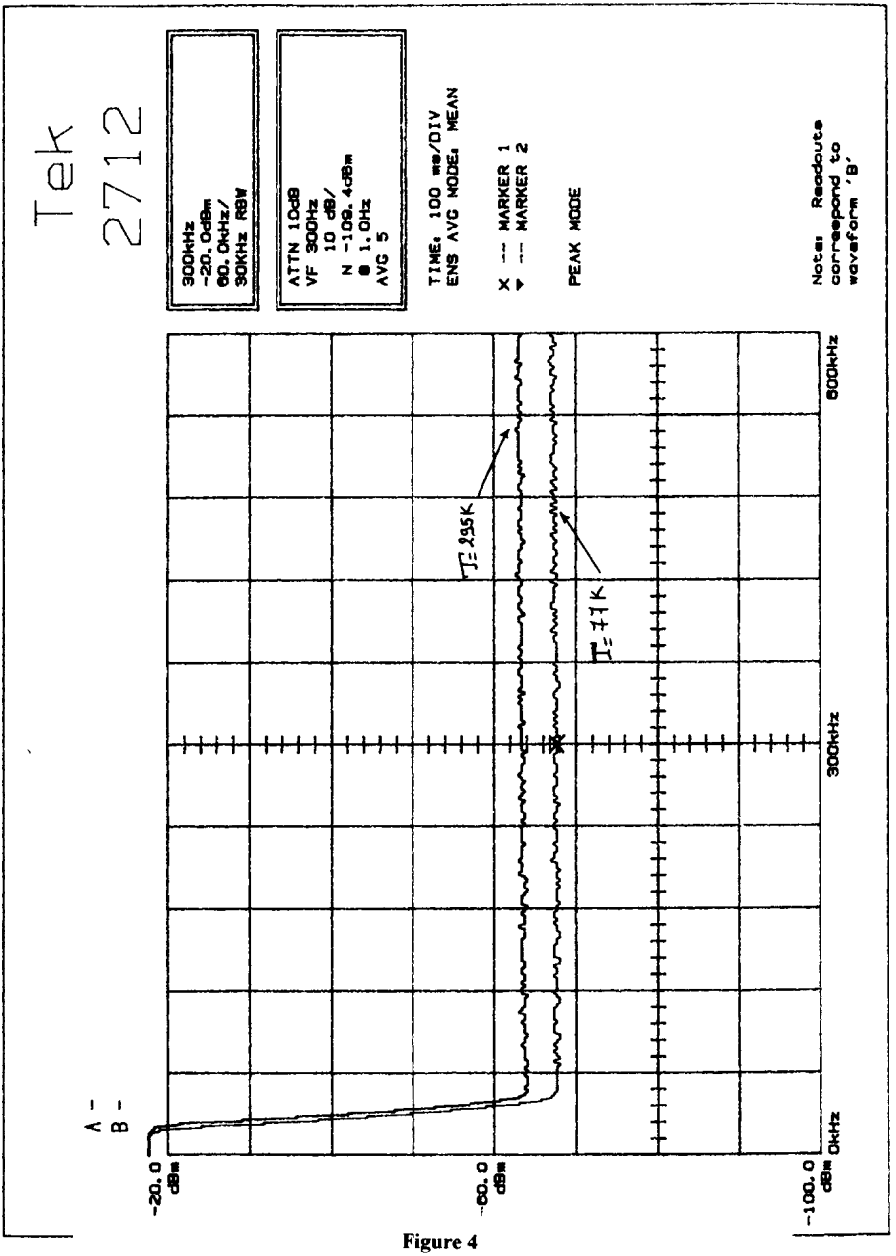


Figure 4

Influence de la température sur le bruit thermique d'une résistance de 1 kΩ

Expérimentations :

Ce deuxième montage (figure 5) permet de mettre en évidence le bruit de photons, de vérifier sa dépendance en fonction du courant photonique moyen et éventuellement, à partir de la formule de Schottky, de déduire une estimation de la charge de l'électron.

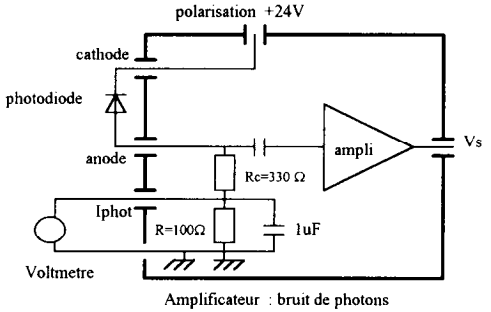


Figure 5

On utilise le même montage amplificateur de tension très bas bruit (schéma en annexe). La photodiode (E.G.G. C30809 de rendement quantique 0.83 à 900 nm) , polarisée en inverse, est placée dans un petit boîtier métallique.

Le bruit de photons apparaît comme une tension de bruit aux bornes de la résistance de charge, R_C, de 330 Ω :

$$b.phot. = R_c\sqrt{2eI_{ph}\Delta f}$$

La résistance de 100 Ω, en série avec R_C, permet de mesurer le courant moyen (ou courant photonique) dans la photodiode (le modèle "petit signaux" montre que cette résistance est court-circuitée par la capacité de 1 μF pour les fréquences correspondant à la bande passante de l'amplificateur).

Mesures :

Comme précédemment, on mesure la tension efficace de bruit à la sortie de l'amplificateur avec l'analyseur de spectre, pour une fréquence de 40 kHz, lorsque l'on fait varier le courant photonique de 0 à 12 mA. On éclaire la photodiode avec une lampe blanche quelconque (par exemple : une simple lampe de poche).

Le bruit mesuré est dû au bruit de photons, au bruit d'amplification et au bruit Johnson de la résistance de charge, R_C . Les tensions efficaces de bruits correspondantes s'ajoutent de manière quadratique. On en déduit donc le bruit de photons :

$$b.phot\,(I_{ph}) = \frac{1}{Gain}\sqrt{V_{RMS,out}(I_{ph})^2 - V_{RMS,out}(0)^2}$$

où $_{RMS,out}(0)$ est le bruit mesuré lorsque la photodiode n'est pas éclairée. Il correspond aux contributions du bruit thermique de la résistance, R_C, et du bruit d'amplification.

On peut tracer : $V_{b.phot.}(I_{ph}) = f(\sqrt{I_{ph}})$ (figure 6, bruit mesuré à f = 40 kHz) et déduire la charge de l'électron à partir de la pente de la droite obtenue.

On peut aussi montrer, en éclairant la photodiode avec d'autres sources (lampe de bureau, laser), que le bruit est toujours égal, et parfois supérieur, au bruit de photons.

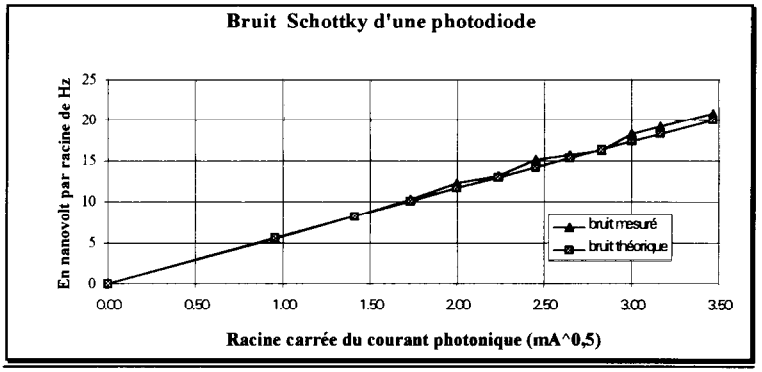


Figure 6

3- Réduction du bruit de photons

On a longtemps considéré que le bruit de photons (dont la traduction électrique est le bruit Schottky) était une limitation fondamentale des systèmes de détection optique.

L'objet de cette dernière partie est de montrer qu'il est possible de descendre en dessous du "bruit de photons".

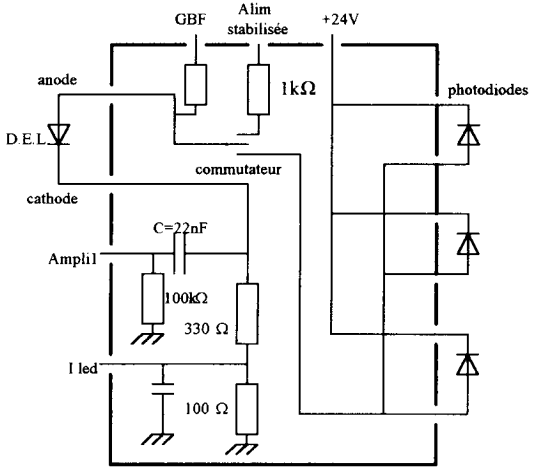
L'idée consiste à utiliser pour éclairer la photodiode une diode électroluminescente de rendement quantique élevé (environ 17 %, à température ambiante). La statistique des photons émis va alors "suivre" la statistique des électrons passant dans la diode électroluminescente. Si le courant dans celle-ci présente un bruit faible (courant "Sub-Poissonnien"), le bruit de détection sera alors inférieur au bruit de photons. On montre ainsi que le bruit de photons est lié à la source lumineuse et non au détecteur.

La diode électroluminescente et la photodiode sont placées face à face, dans un petit boîtier métallique, très proches l'une de l'autre, afin que la photodiode récupère la totalité du flux émis par la diode . La photodiode est reliée au même amplificateur que dans la partie précédente. Un deuxième amplificateur (celui utilisé dans la partie bruit thermique d'une résistance) permet de mesurer le bruit sur le courant circulant dans la diode électroluminescente.

Un boîtier de commutation (figure 7) permet d'alimenter la diode électroluminescente (Hamamtsu L2656 à 890 nm), soit par une alimentation stabilisée (type alimentation Fontaine), soit par un courant généré par trois photodiodes en parallèle éclairées par une lampe blanche.

Dans les deux cas, on utilisera le même courant moyen dans la diode électroluminescente.

Mais, dans le premier cas, les fluctuations sur le courant suivent une statistique de Poisson (bruit de photons vu au paragraphe précédent), alors que dans le second cas, le bruit sur le courant est très faible (au moins 20 dB en dessous du courant Poissonien) (figure 9).



Boîtier de commutation

Figure 7

Le principe de l'expérience de réduction de bruit de photons est résumé par la figure 8 :

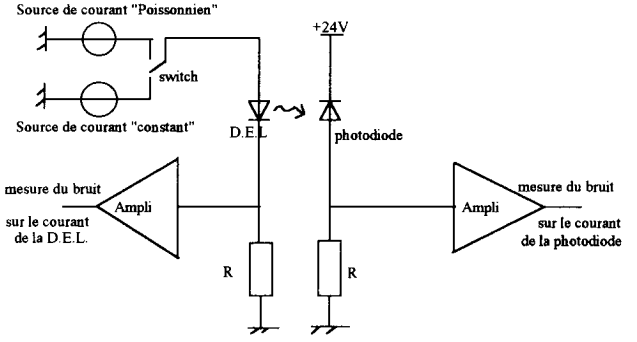


Figure 8

La position **"courant Poissonnien"** permet d'avoir une calibration du bruit de photons. On retrouve, à courant photonique égal, exactement le même bruit de photons que dans la partie précédente.

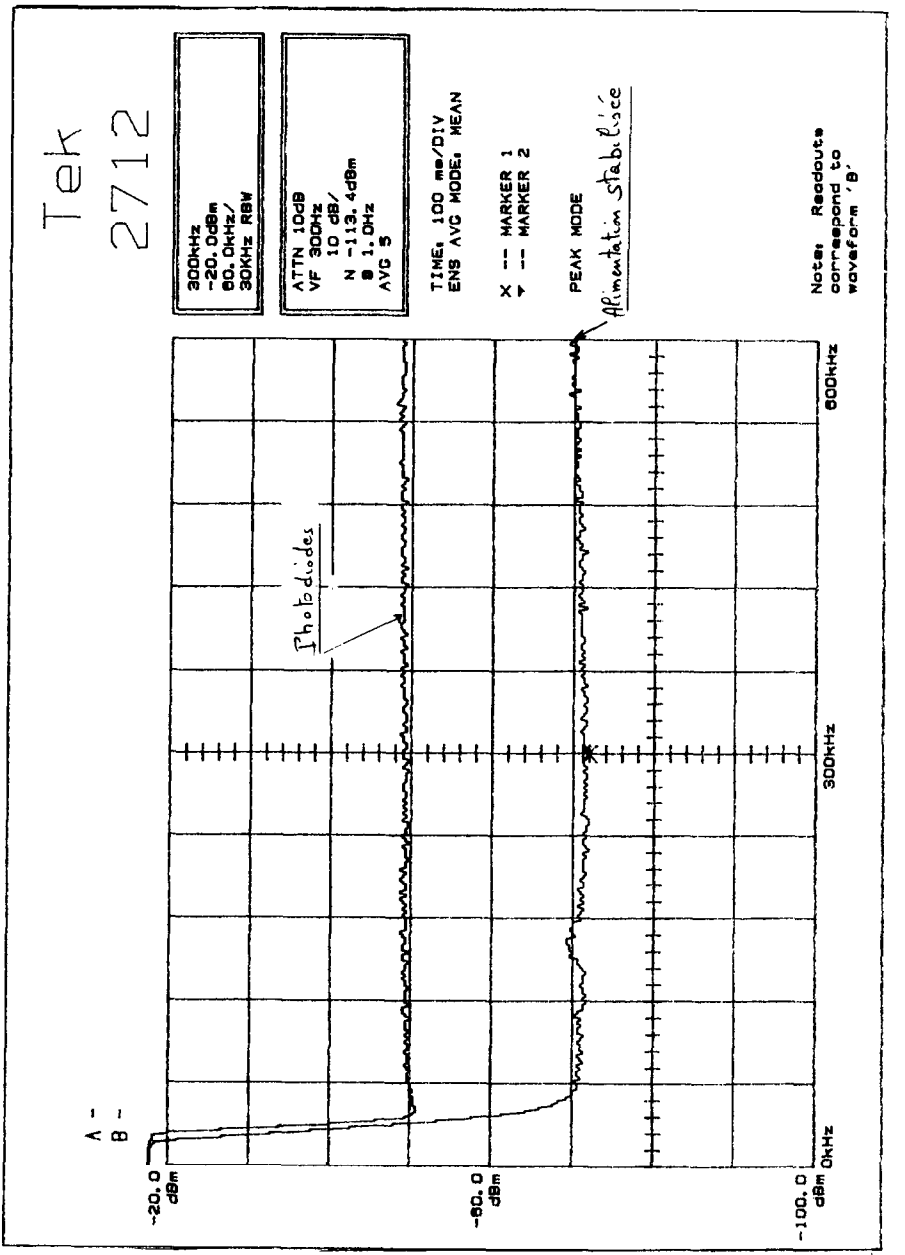


Figure 9
Bruit dans la D.E.L. (courant dans la D.E.L. : 15 mA)

L'expérience de "réduction de bruit de photons" consiste à vérifier que, pour le même courant photonique, le bruit sur le courant dans la photodiode est plus faible lorsqu' on alimente la diode électroluminescente par le courant délivré par une alimentation stabilisée

En mesurant simultanément le courant dans la diode électroluminescente et dans la photodiode on détermine le rendement global, η_T, de la conversion électron-photon pour la D.E.L. et photon-électron pour la photodiode.

On obtient : $\eta_T \approx 0,17$

Lorsque que l'on alimente la diode électroluminescente par une alimentation stabilisée, on constate une **réduction du bruit de photons** entre 50 et 600 kHz de l'ordre **0,5 dBm** (fig.10).

Comment interpréter simplement cette réduction du bruit de photons?

Le flux d'électrons qui passe dans la diode électroluminescente est parfaitement régulé. Le bruit sur le courant est très faible lorsque celle-ci est alimentée par l'alimentation stabilisée (figure 9).

Chaque électron qui traverse la D.E.L. a une probabilité, η_T (produit du rendement quantique de la D.E.L. et du rendement quantique de la photodiode), de donner un électron dans la photodiode. Le nombre d'électrons créés dans la photodiode suit alors une statistique correspondant à une loi binomiale.

Le calcul de la valeur moyenne du nombre d'électrons traversant la photodiode et son écart type donne : $\overline{N_{e,photodiode}} = \eta_T \; N_{e,led}$

$N_{e,led}$: nombre constant d'électrons traversant la D.E.L. pendant un temps τ.

$\overline{N_{e,photodiode}}$: nombre moyen d'électrons traversant la photodiode pendant un temps τ.

$$I_{photodiode} = \frac{\overline{N_{e,photodiode}}}{\tau} e = \eta_T \frac{N_{e,led}}{\tau} e = \eta_T \; I_{led}$$

I_{led} : courant continu dans la D.E.L..

$I_{photodiode}$: courant moyen dans la photodiode.

$$\sigma_{n_{e,photodiode}} = \sqrt{\eta_T (1 - \eta_T) N_{e,led}}$$

et :

$$\sigma_{i_{photodiode}} = \frac{\sigma_{n_{e,photodiode}}}{\tau} e = \sqrt{\eta_T (1 - \eta_T) N_{e,led} \frac{e^2}{\tau^2}} = \sqrt{2 e I_{photo} \Delta f (1 - \eta_T)}$$

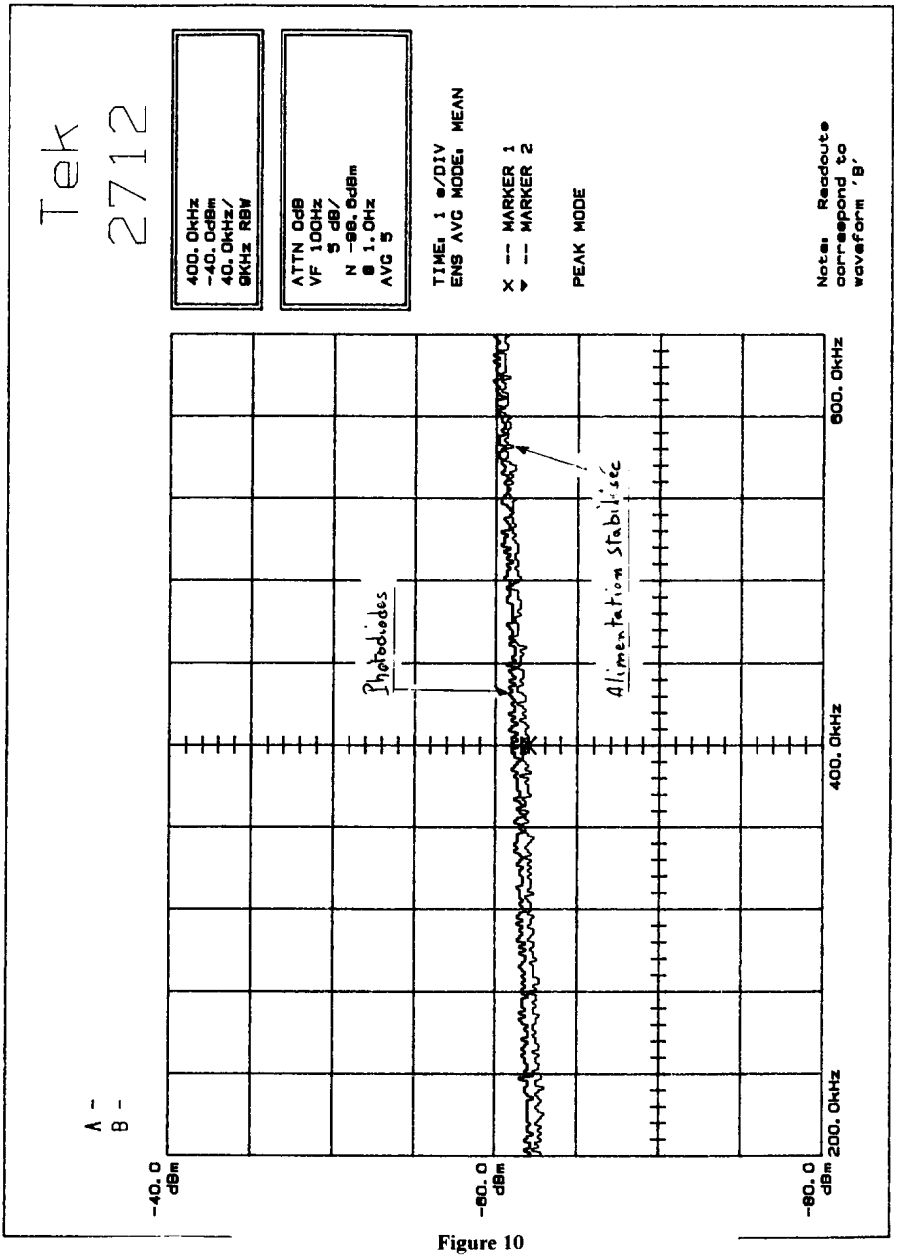


Figure 10
Réduction du bruit de photon ($I_{phot.moyen}$ = 2 mA)

Par rapport au bruit de photons, le bruit en courant est multiplié par le terme : $\sqrt{1-\eta_T}$.

En comparant les puissances de bruit on obtient le rapport:

$$\frac{P_{réduit}}{P_{photons}} = 1 - \eta_T$$

$$P_{réduit}(dBm) - P_{photons}(dBm) = 10\log(1-\eta_T)$$

Si le rendement $\eta_T = \eta_{led} \times \eta_{photodiode}$ était égal à 1, le bruit en courant dans la photodiode serait nul.

Un rendement, η_1 , de 17% permet en principe d'obtenir une réduction de bruit de **0,8 dBm**.

Références pour la partie réduction du bruit de photons :

Sub-Shot-Noise Manipulation of Light Using Semiconductor Emitters and Receivers
J.-F. Roch,J.-Ph. Poizat and P. Grangier
Physical Review Letters Vol 71,Number 13 (1993)

Correlation Effects in Light Sources with High Quantum Efficiency
H.-A. Bachor, P. Rottengatter, and C.M. Savage
Appl. Phys. B 55, 258 (1992)

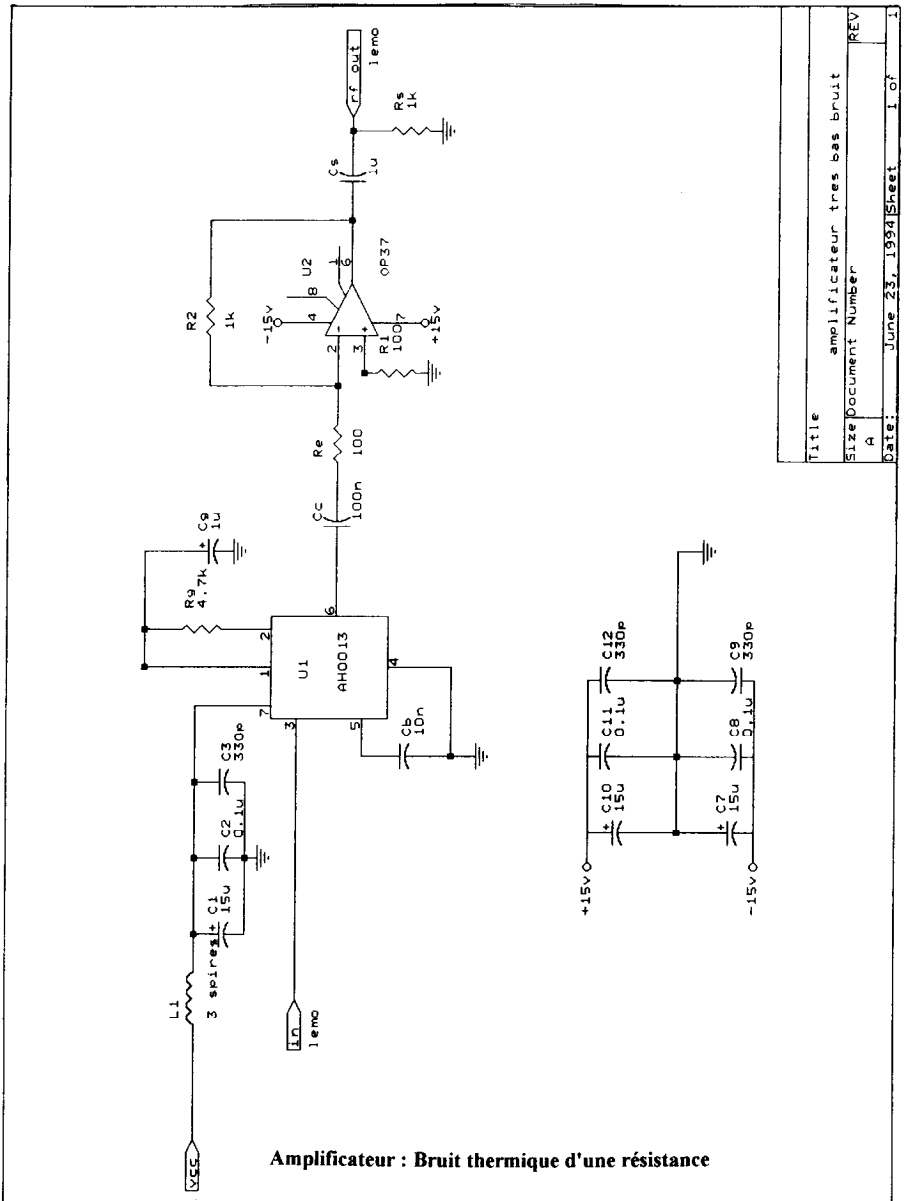
Semiconductor put the squeeze on light
J Ryan and M. Fox
Physics World Mars 1996 page 40

Réduction du bruit de photons utilisant des diodes lasers:

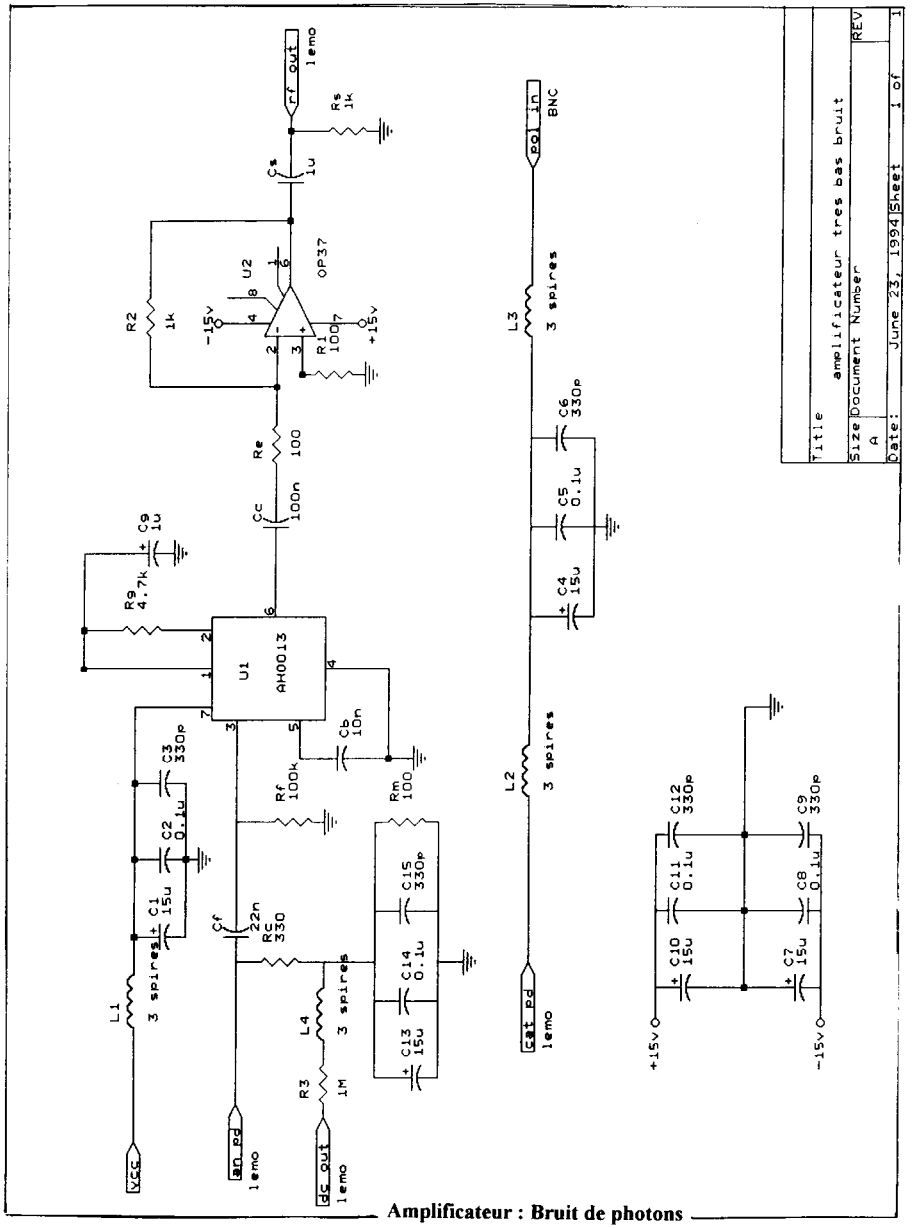
W.H. Richardson, S. Machida and Y. Yamamoto
Physical Review Letters Vol 66, 2867 (1991)

Photon Number Squeezed States in Semiconductor Lazers
Y. Yamamoto, W.H. Richardson, S. Machida
Science Vol. 255 p 1219

Annexe : Plans des amplificateurs bas bruit



Amplificateur : Bruit thermique d'une résistance



Amplificateur : Bruit de photons