

Étude expérimentale de l'effet Doppler avec une cuve à ondes*

par Gérard SERRA
Lycée Saint-Charles - 5, rue Guy Fabre - 13001 Marseille

RÉSUMÉ

L'effet Doppler peut être mis en évidence avec un détecteur dont la vitesse de déplacement est de l'ordre de grandeur de la célérité des ondes, mesurées dans le même référentiel. Les ondes sonores nécessitent des vitesses de détecteur trop importantes pour donner lieu à des mesures aisées. La célérité des ondes à la surface d'une cuve est de quelques dizaines de centimètres par seconde, ce qui facilite une étude quantitative.

1. ÉTUDE THÉORIQUE

Toutes les célérités et les vitesses, colinéaires, sont mesurées algébriquement dans le référentiel du laboratoire, la direction du mouvement est orientée positivement dans le sens de la célérité de l'onde. Si l'on s'en tient à une source fixe et un détecteur mobile de vitesse V_D , la période T_D mesurée par le détecteur est donnée en fonction de la célérité des ondes C et de la période de la source T_S par :

$$T_D = \frac{T_S}{1 + \frac{V_D}{C}}$$

La relation de dispersion donnant la pulsation ω en fonction du vecteur d'onde k des ondes à la surface de l'eau est donnée par la relation de Lord Kelvin :

$$\omega = k \sqrt{\left(\frac{g}{k} + A \cdot \frac{k}{\mu} \right)} \cdot \text{th}(k \cdot h)$$

– pour un liquide incompressible de masse volumique μ ,

* **N.D.L.R.** : Il s'agit de l'astucieux recyclage d'un matériel de lycée assez répandu, correspondant aux anciens programmes de première S.

- une surface libre illimitée de tension superficielle A ,
- une couche liquide de profondeur h ,
- un amortissement négligeable,
- une amplitude petite devant la profondeur et la longueur d'onde [1].

Si l'on admet que les conditions précédentes sont vérifiées, il apparaît que le milieu est dispersif et qu'on aura :

$$\text{une vitesse de phase} \quad V_{\phi} = \frac{\omega}{k} = \sqrt{\left(\frac{g}{k} + A \cdot \frac{k}{\mu}\right)} \cdot \text{th}(k \cdot h)$$

$$\text{et une vitesse de groupe :} \quad V_g = \frac{d\omega}{dk}$$

Dans le cas de l'eau, $A = 7,5 \cdot 10^{-2} \text{ N.m}^{-1}$ et $\mu = 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$. Si l'on prend en compte les fréquences que le vibreur peut produire et les longueurs d'onde permettant une bonne observation sur le dépoli de la cuve on aura un vecteur d'onde dont la valeur est comprise entre 100 et 600 rad.m^{-1} . Avec une profondeur de 6 mm [1], on observe sur la représentation graphique de V_{ϕ} en fonction de k (figure 1), un minimum proche de 300 rad.m^{-1} et une faible variation relative. Dans ce domaine avec une valeur moyenne de C de l'ordre de $0,235 \text{ m.s}^{-1}$, on aura une période T_S comprise entre 44,5 ms et 272 ms, et une fréquence comprise entre 3,74 Hz et 22,5 Hz. La longueur d'onde sera comprise entre 1,05 cm et 6,28 cm. C'est donc cette profondeur que nous utiliserons afin de négliger la dispersion.

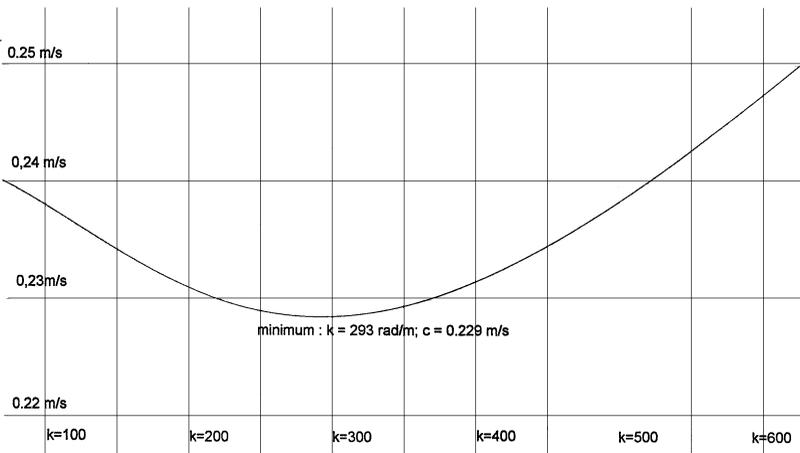


Figure 1 : Célérité des ondes à la surface de l'eau pour k variant de 70 à 628 rad/m .

2. DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL

La cuve Prolabo utilisée ici offre une surface de 600×500 mm, un écran dépoli de 600×380 mm. Le système optique produit une ombre portée sur le dépoli avec un grandissement que j'ai mesuré en collant un ruban adhésif noir de 150 mm de longueur sur la face inférieure de la cuve. Sur le dépoli on mesure une longueur de 255 mm. Le grandissement est donc de 1,70. Le détecteur est tracté verticalement le long d'un guide placé devant cet écran par un moteur pas à pas dipolaire. Récupéré sur un disque dur hors d'usage, il présente les caractéristiques suivantes :

- alimentation pour chaque enroulement : 9,2 V ; 0,24 A,
- résistance en continu pour chaque enroulement : 38 Ω ,
- 200 pas par tour soit un angle de $1,8^\circ$ par pas.

Le circuit alimentant ce moteur vient d'un article de la revue Elektor [3]. Le schéma du montage est donné en figure 2 et le typon est en figure 3.

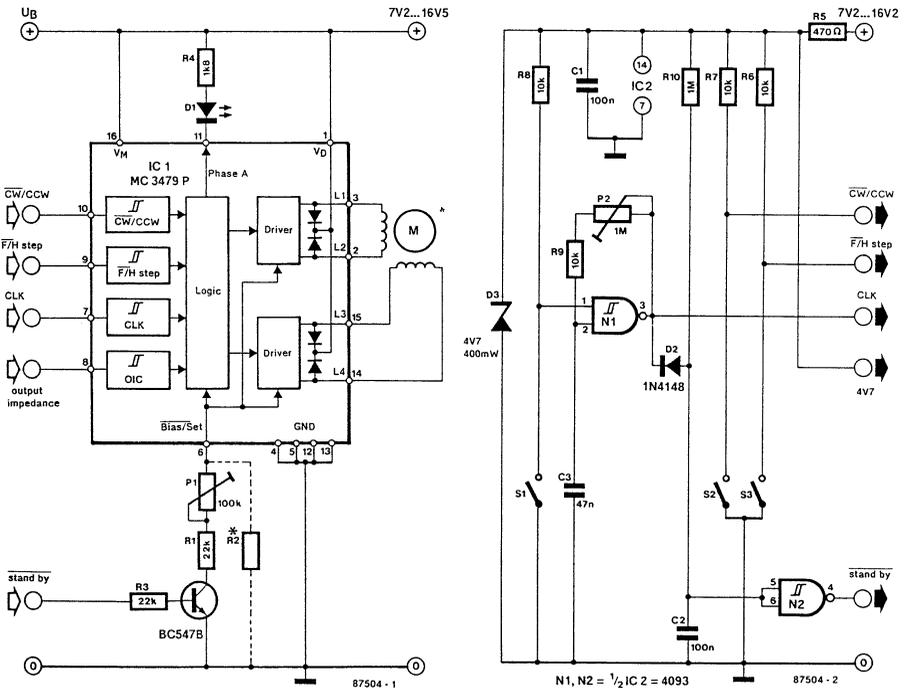
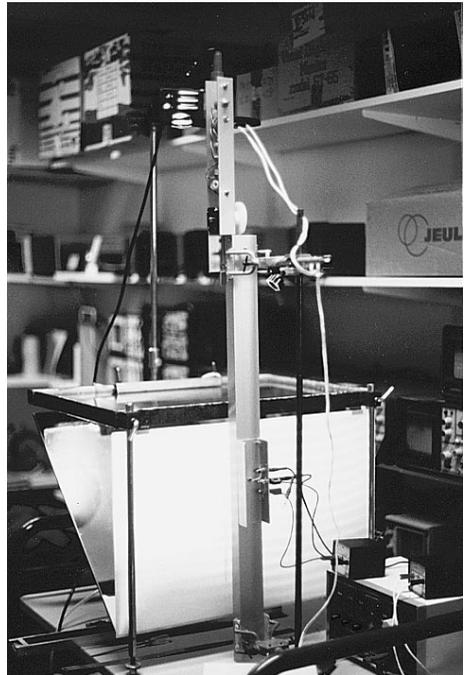
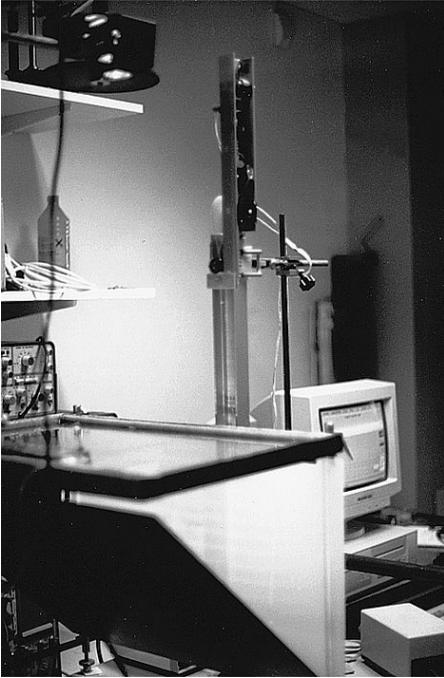


Figure 2 : © Elektor - Juillet-Août 1987.



Le dispositif proprement dit (figure 4), comporte un rail sur lequel se déplace un petit circuit imprimé comportant un phototransistor. Sa résistance d'émetteur donne une tension proportionnelle au flux lumineux reçu et c'est une carte d'acquisition qui enregistre les variations de ce flux en fonction du temps. La proportionnalité n'est pas indispensable car on veut mesurer la période du détecteur par l'espacement des crêtes.

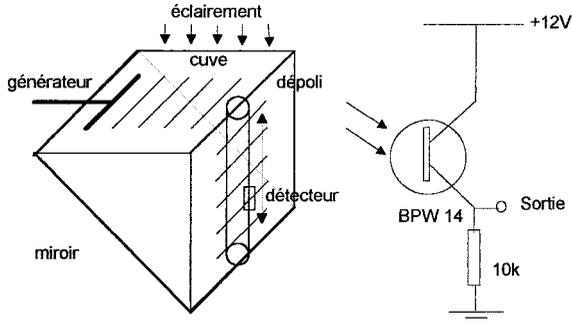


Figure 4

3. MANIPULATION

J'ai commencé par mesurer la période du vibreur en utilisant un capteur de pression donnant une tension proportionnelle à la pression sortant de la machine pneumatique qui alimente ce vibreur. L'enregistrement est donné par la figure 5, [5].

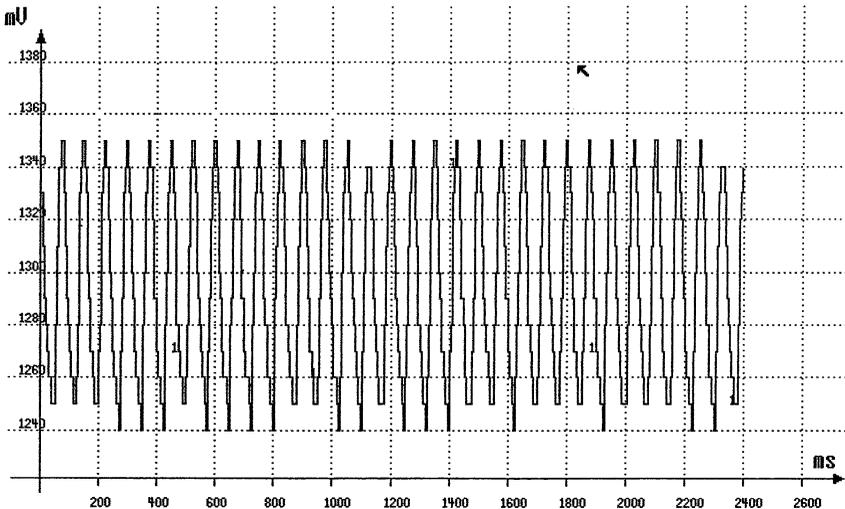


Figure 5

Le résultat donne une période de 75,1 ms, donc une valeur de k égale à 364 rad.m^{-1} .

La mesure de la célérité de l'onde pour une profondeur de 6 mm, nécessite un deuxième capteur identique au premier. Pour obtenir un enregistrement aisément lisible, le tuyau d'arrivée d'air étant pincé, on lance l'acquisition, puis on libère l'arrivée d'air. La distance des deux capteurs est de 20 cm. L'intervalle de temps mesuré sur l'enregistrement est de 0,512 s (moyenne entre cinq valeurs comprises entre 0,506 s et 0,518 s). La célérité ainsi mesurée (en tenant compte du grandissement) vaut $C = 0,230 \text{ m.s}^{-1}$ ce qui constitue une excellente vérification de la relation de Lord Kelvin et nous place dans une plage où la dispersion est négligeable [5].

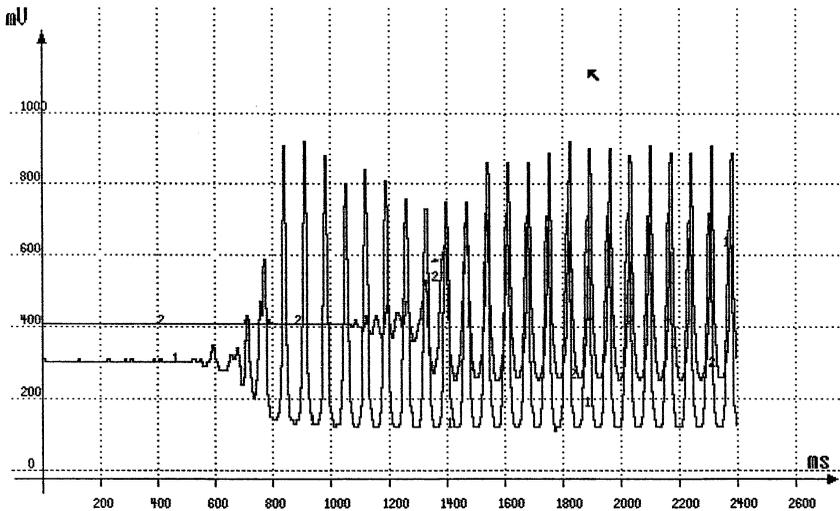


Figure 6

Pour la suite la période est un peu plus faible : elle oscille entre 69,1 ms et 69,4 ms, mais nous place toujours dans la zone de dispersion négligeable (k voisin de 385 rad.m^{-1}).

Le détecteur étant immobile, on fait un premier enregistrement (fichier DPLRxx, [5]) pour une période donnée du générateur. On met alors le détecteur en mouvement et on détermine sa vitesse en mesurant le temps nécessaire pour qu'il franchisse 50 cm. Sans changer le potentiomètre qui règle cette vitesse, on effectue un deuxième enregistrement correspondant à deux mouvements en sens opposés d'une vingtaine de

centimètres (fichier DPLRxx', [5]) ; l'interrupteur S2 facilite ce changement de sens sans modifier la valeur absolue de la vitesse. Un exemple est donné par les figures 6 et 7.

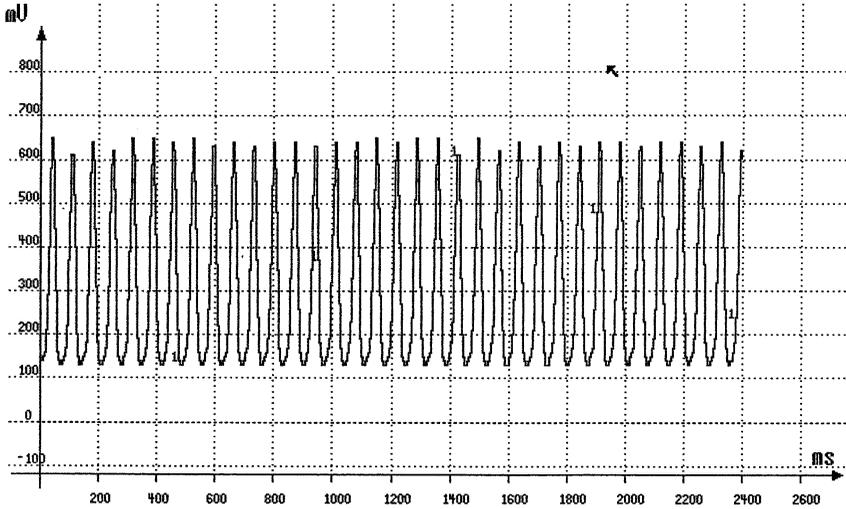


Figure 7

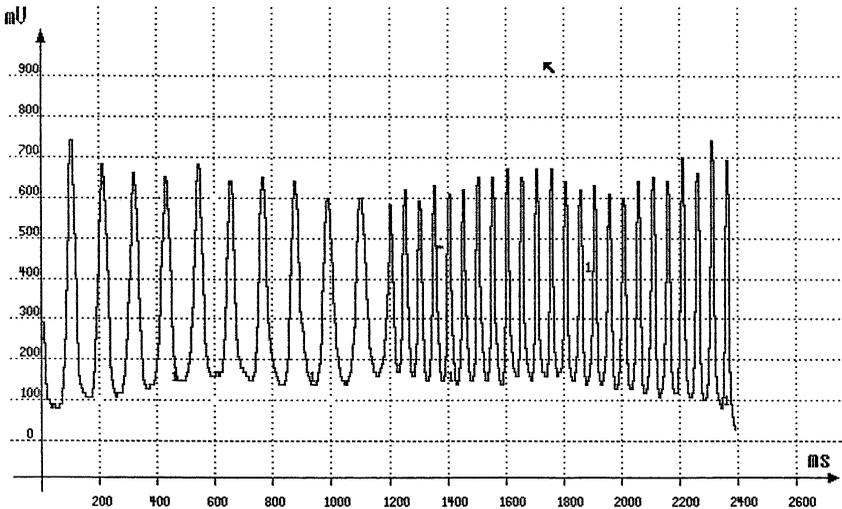


Figure 8

Le tirage sur imprimante des deux enregistrements permet de mesurer T_S , T_D pour V_D et C de même sens et T'_D pour V_D et C de sens opposé et de les comparer aux valeurs données par la relation de Doppler.

4. RÉSULTATS

Dans le tableau qui suit j'ai regroupé les périodes prévues par la formule de Doppler et les périodes mesurées en ms pour les différents enregistrements.

La célérité corrigée pour le dépoli est de $C' = 0,391 \text{ m.s}^{-1}$.

	DPLR01	DPLR02	DPLR03	DPLR04	DPLR05	DPLR06	DPLR07	DPLR08	DPLR09	DPLR10
V_D	0,0717	0,0740	0,0926	0,112	0,133	0,163	0,190	0,218	0,240	0,273
V_D/C'	0,184	0,189	0,237	0,286	0,340	0,417	0,486	0,558	0,615	0,698
T_S	69,1	69,2	69,4	69,4	69,3	69,3	69,3	69,3	69,1	69,3
(T_D) théor.	84,7	85,3	91,0	132	105	119	135	157	180	230
(T_D) mesurée	86,9	87,7	93,8	102	111	131	135	187	199	237
Écart relatif $T_{D_{th}} - T_{D_{mesuré}} \%$	- 2,6	- 2,8	- 3,1	22,7	5,7	- 10,1	0	- 19,1	- 10,6	- 3
(T'_D) théor.	58,4	58,2	56,1	54,0	51,7	48,9	46,6	44,5	42,8	40,8
(T'_D) mesurée	58,3	57,0	54,9	52,6	50,4	47,4	44,0	43,0	42,0	38,8
Écart relatif $T'_{D_{th}} - T'_{D_{mesuré}} \%$	0,2	2,1	2,1	2,6	2,5	3,1	5,6	3,4	1,9	4,9

- La correspondance entre les valeurs prévues et mesurées se fait avec $- 2,3 \% \pm 3,9 \%$ (à 68 % de confiance) pour T_D et avec $+ 2,8 \% \pm 0,6 \%$ (à 68 % de confiance) pour T'_D .
- Globalement la mesure donne une valeur trop grande pour T_D et trop petite pour T'_D . Mise à part deux cas, la manipulation permet une vérification raisonnable de la relation théorique proposée. Il semble qu'il y ait un biais.

5. DÉROULEMENT DE L'ACTIVITÉ (première S)

La manipulation peut se dérouler ainsi :

- indiquer aux élèves les conditions de l'expérience en justifiant la hauteur d'eau grâce au graphe de la figure 1 ;
- mesurer C et justifier la correction donnant C' par la mesure de l'ombre portée sur le dépoli d'une règle posée sur la face inférieure de la cuve. Là encore il importe de vérifier par plusieurs essais que la valeur retenue est d'une précision satisfaisante ;
- mesurer V_D en utilisant des repères distants d'une cinquantaine de centimètres. On effectuera plusieurs mesures et on prendra la moyenne si l'écart entre les valeurs extrêmes est suffisamment faible ;
- enregistrer la réponse du détecteur pour un aller-retour sur une trentaine de centimètres ;
- mesurer à nouveau V_D pour s'assurer que la valeur est bien constante.

Pendant que les élèves calculent les valeurs théoriques des périodes T_D et T'_D , on peut tirer sur imprimante le fichier correspondant et le distribuer pour les mesures expérimentales. Si l'on dispose d'un système de projection de l'écran il est bon d'obtenir cette valeur à l'aide du logiciel d'acquisition afin que les élèves aient bien vu le principe de cette mesure.

La comparaison des valeurs ainsi obtenues doit donner lieu à une discussion sur la précision plus ou moins satisfaisante de la vérification. On insistera sur les discordances dans le cas de T_D pour les justifier par la dérivée de la fonction $T = f(V_D)$.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] Jacques GATECEL : «*Pour un emploi rationnel de la cuve à ondes*», B.U.P. n° 682, mars 1986, article très riche d'enseignement.
- [2] Graphe obtenu avec Graph'x pour Windows de Paul MOUTTE (Société SOFTIA).
- [3] Numéro hors gabarit de juillet-août 1987.
- [4] Typon réalisé avec le logiciel WinCircuit version 5.0 d'Alain MICHEL diffusé dans le domaine public.
- [5] Les enregistrements sont réalisés avec LABO 3 sur une carte d'acquisition CANDIBUS de la Société Langage & Informatique.