Acoustique et propagation des ondes sonores dans les fluides : fondements théoriques

par Jean-Luc MENET
Laboratoire de Mécanique des Fluides - 59300 Valenciennes

RÉSUMÉ

Nous mettons en évidence la nature des phénomènes physiques mis en jeu lors de la propagation d'ondes sonores dans les fluides, en mouvement ou non. On verra notamment que les équations classiques de la Mécanique des Fluides admettent des solutions particulièrement intéressantes dans de nombreux cas, que l'on peut traiter de la même façon qu'en mécanique ondulatoire par exemple.

1. INTRODUCTION

La plupart des termes couramment utilisés en acoustique, et plus particulièrement en aéroacoustique (qui traite des problèmes de propagation du son dans les fluides de type gaz) nous sont généralement familiers, sans que nous sachions toujours quels sont les fondements physiques et mathématiques de l'utilisation de ces termes. La simple propagation du son (onde acoustique) dans un fluide, fût-il au repos, met en jeu des processus qui sont nécessairement issus de la Mécanique des Fluides. Les équations qui interviennent sont issues du bilan de masse (équation de continuité) et du bilan de quantité de mouvement donné, a priori, par les équations de Navier-Stokes. Elles seront ensuite simplifiées pour aboutir à l'équation des ondes.

On voit alors que, derrière la production du son (source acoustique de type haut-parleur par exemple) se cachent les phénomènes de propagation acoustique, qui sont sur de nombreux points voisins des phénomènes classiques de propagation d'ondes. Cela étant, il est essentiel de déterminer avec précision quelle est la quantité physique qui se propage, ne serait-ce que pour pouvoir en déduire toutes les grandeurs qui nous intéressent.

2. PROPAGATION DES ONDES ACOUSTIQUES DANS UN MILIEU AU REPOS

2.1. Grandeurs fluctuantes

La propagation des ondes acoustiques dans un milieu ***homogène*** et ***isotrope*** (gaz ou liquide) est caractérisée par diverses grandeurs physiques (indicée t) décomposables en valeur moyenne (indice 0) et partie fluctuante (sans indice).

Dans le cadre de l'acoustique linéaire (perturbations apportées par l'onde acoustique faibles par rapport aux paramètres au repos), la **pression acoustique** s'écrit :

$$p = p_t - p_0 \tag{1}$$

avec $p << p_0$.

Cette hypothèse est très peu restrictive puisque des bruits très intenses (réacteur par exemple) relèvent encore de l'acoustique linéaire.

Notons que la pression acoustique, qui correspond finalement à une perturbation du champ de pression initial (au sens de la pression thermodynamique, ou plus exactement «thermostatique» puisque le fluide est au repos) est finalement celle que l'oreille «entend». C'est donc d'une fluctuation de pression dont il s'agit : à titre d'exemple, un niveau sonore très élevé de 134 décibels correspond à une pression acoustique de 100 Pascals, soit un millième de la pression atmosphérique.

Plus rigoureusement, la perturbation introduite par une onde acoustique est caractérisée par une variation de masse volumique que l'on peut écrire $\rho = \varepsilon.\rho_1$. Si on effectue une décomposition similaire pour la pression sonore p et la vitesse acoustique $\vec{u}$, on aboutit au système suivant :

$$\begin{cases} \rho_t = \rho_0 + \varepsilon\rho_1 \\ p_t = p_0 + \varepsilon p_1 \\ u_t = u_0 + \varepsilon u_1 \end{cases} \tag{2}$$

avec :

- $|\varepsilon| << 1$;
- ε, p_0 et ρ_0 indépendants de l'espace et du temps ;
- ρ_1, p_1 et u_1 du même ordre de grandeur que ρ_0, p_0 et u_0 ;
- $u_0 = 0$ (fluide au repos en l'absence d'onde acoustique).

A cause notamment du large domaine de variation des grandeurs acoustiques, il est usuel de les exprimer en niveaux (symbole L pour «Level»). Par exemple, le niveau de pression acoustique s'écrit (en décibels) :

$$L_p = 10 \log \frac{\overline{p^2}}{p_{réf}^2} \tag{3}$$

où la pression de référence $p_{réf}$ correspond au seuil d'audition (20 μPa dans l'air et 1 μPa dans l'eau).

2.2. Équation des ondes

On considère le cas général où il existe en un point donné de l'espace une quantité de matière Q apportée par unité de volume et de temps (Q, qui s'exprime en $kg/m^3.s$, correspond à des «sources de débit», c'est-à-dire ici à des sources acoustiques, que le milieu peut contenir), et des forces volumiques F_i appliquées au fluide.

Le fluide est supposé non visqueux et non conducteur de la chaleur. La transformation physique du fluide parcouru par l'onde acoustique est supposée adiabatique, ce qui revient à négliger les échanges de chaleur avec l'extérieur. Enfin, le milieu est supposé infini (sans paroi) et au repos en absence d'onde.

Dans ces conditions, le bilan de masse au sein du fluide permet d'écrire, avec la convention de l'indice répété(1) :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_t) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho_t\, u_{t_j}) = Q \tag{4}$$

De même, en ce qui concerne le bilan de quantité de mouvement, les équations de Navier-Stokes pour un fluide non visqueux se réduisent aux équations d'Euler(1) :

$$\rho_t \left(\frac{\partial u_{t_i}}{\partial t} + u_{t_j} \frac{\partial u_{t_i}}{\partial x_j} \right) = - \frac{\partial p_t}{\partial x_i} + F_i \tag{5}$$

pour chaque valeur de i variant de 1 à 3.

Les équations (4) et (5) se simplifient dans le cas où $Q = 0$ et $F_i = 0$ (point courant infiniment éloigné de toute source acoustique) :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_t) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho_t\, u_{t_j}) = 0 \tag{6}$$

$$\rho_t \left(\frac{\partial u_{t_i}}{\partial t} + u_{t_j} \frac{\partial u_{t_i}}{\partial x_j} \right) = -\frac{\partial p_t}{\partial x_i} \tag{7}$$

On remplace alors, dans les relations ci-dessus, ρ_t, p_t et u_t par leurs expressions issues du système (2), en supposant de plus que $u_0 = 0$ (milieu immobile).

En se limitant au premier ordre du développement en ε (approximation de l'acoustique linéaire), on obtient alors le système suivant :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho_0 \frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \tag{8}$$

$$\rho_0 \frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x_i} = 0 \tag{9}$$

avec : $\rho = \varepsilon\, \rho_1$, $p = \varepsilon\, p_1$ et $u_i = \varepsilon\, u_{i1}$

On remarque au passage que dans l'équation (7), le terme convectif est du deuxième ordre en ε, et peut donc être négligé devant les autres termes d'ordre ε [2].

La relation (9) est fondamentale. Exprimée sous forme vectorielle, elle s'écrit simplement :

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \overrightarrow{\mathrm{grad}}\, p = 0 \tag{10}$$

Ceci exprime que la vitesse acoustique est parallèle au gradient de pression sonore[3]. De là on déduit que l'onde de vitesse acoustique ne peut être que longitudinale (dans un fluide uniquement) : la direction commune du vecteur $\vec{u}$ et de la propagation définissent un rayon sonore normal à la surface d'onde (voir paragraphe 3).

Par ailleurs, dans le cas d'un gaz parfait, la loi de Mariotte est supposée valable, de sorte que l'on peut écrire :

$$\frac{p_t}{\rho_t} = r\,T_t = \frac{R\,T_t}{M} \tag{11}$$

où :

– T_t représente la température absolue du milieu,
– R la constante universelle des gaz parfaits ($R = 8{,}314\ J K^{-1}\,mol^{-1}$),
– M la masse molaire du gaz considéré (M = 29 g/mole pour l'air).

En outre, puisque les pressions et les masses volumiques qui accompagnent les ondes sonores obéissent à une relation adiabatique, on peut aussi écrire :

$$\frac{d\,p_t}{d\,\rho_t} = \gamma\,r\,T_t = \gamma\,\frac{P_t}{\rho_t} \tag{12}$$

avec γ indice isentropique du gaz (rapport des chaleurs spécifiques à pression et volume constants) : notons que γ vaut 1,4 dans le cas d'un gaz parfait diatomique (en particulier pour l'air).

On note que dans le cas où γ est indépendant de la température, la relation (12) s'intègre trivialement pour aboutir à la relation classique :

$$p_t \cdot (\rho_t)^{-\gamma} = \text{Constante} \tag{13}$$

Dans le cadre de l'acoustique linéaire, la relation (12) se réduit à :

$$\frac{d\,p_t}{d\,\rho_t} = \frac{d\,p}{d\,\rho} = \frac{p}{\rho} = \gamma\,r\,T_t \;\#\; \gamma\,r\,T_0 = c_0^2 \tag{14}$$

Il est aisé de remarquer que le terme $\gamma r T_0$ a la dimension du carré d'une vitesse. C'est pourquoi nous l'avons noté c_0^2.

La dérivation de (8) par rapport au temps t permet d'écrire que :

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} = -\rho_0\,\frac{\partial^2 u_i}{\partial t\,\partial x_i} = -\rho_0\,\frac{\partial}{\partial t}(\mathrm{div}\,\vec{u}) \tag{15}$$

On voit apparaître dans cette expression la divergence de la vitesse acoustique. Or, en prenant la divergence de la relation (10), on obtient :

$$\Delta\, p = -\rho_0 \frac{\partial}{\partial\, t} (\mathrm{div}\, \vec{u}) \qquad (16)$$

où Δp représente le Laplacien scalaire de la pression acoustique.

On en déduit immédiatement, à l'aide de (14), l'expression suivante, connue sous la dénomination d'**équation des ondes** :

$$\frac{\partial^2 p}{\partial\, t^2} - c_0^{\,2} \cdot \Delta\, p = 0 \qquad (17)$$

On montrerait de même que la masse volumique ρ obéit à la même «équation d'onde».

La relation (17) est une équation de Laplace classique. Nous allons montrer que c'est une équation de propagation pour la pression acoustique(4).

En particulier, c_0 est la vitesse de propagation de l'onde considérée. C'est la **célérité du son**, correspondant à la vitesse de propagation d'une onde acoustique (c'est-à-dire perceptible à l'oreille), qu'il ne faut pas confondre avec la vitesse des particules. C'est pourquoi nous avons préféré à «vitesse du son» la dénomination «célérité».

3. CAS MONODIMENSIONNEL

Dans ce qui suit, on considère une relation scalaire de la forme :

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial\, t^2} - V^2 \cdot \frac{\partial^2 \psi}{\partial\, x^2} = 0 \qquad (18)$$

avec V = Constante.

Cette relation est identique à la relation (17) dans le cas où la variable scalaire ψ est égale à la pression acoustique p, à condition de supposer que le phénomène physique considéré est purement monodirectionnel : ceci est le cas d'un son émis dans un tube infini de génératrice x par exemple, à condition que l'on se place loin de la source sonore.

V a la dimension d'une vitesse. C'est une constante physique que l'on détermine par la mise en équations du problème considéré. Le cas de l'aéroacoustique correspond à $V = c_0$.

3.1. Intégrale générale de l'équation de propagation (18)

Pour résoudre mathématiquement l'équation aux dérivées partielles (18), on est amené à effectuer le changement de variables classique :

$$X = t - \frac{x}{V} \qquad \text{et} \qquad Y = t + \frac{x}{V} \tag{19}$$

On en déduit immédiatement d'après (18) que :

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial X \, \partial Y} = 0 \tag{20}$$

La solution de l'équation (20) est triviale puisqu'elle s'écrit[5] :

$$\psi = f(X) + g(Y) \tag{21}$$

Ainsi, ψ est la somme de deux variables dont l'une est uniquement fonction de $t - \frac{x}{V}$, tandis que l'autre est uniquement fonction de $t + \frac{x}{V}$.

Il est clair que f et g sont arbitraires : on les détermine par les ***conditions aux limites***. Cependant, elles ont l'une et l'autre des propriétés remarquables que nous allons expliciter ci-dessous.

Soit par exemple $f\left(t - \frac{x}{V}\right)$, qui possède une valeur f_1 en x_1 au temps t_1.

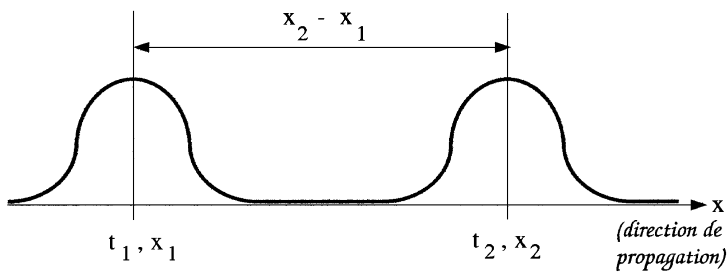

Figure 1 : Exemple de fonction $f\left(t - \frac{x}{V}\right)$.

En un autre point d'abscisse $x_2 > x_1$, et à un autre instant t_2, la fonction f prendra une valeur égale à f_1 chaque fois que l'on aura $t_1 - x_1/V = t_2 - x_2/V$, c'est-à-dire pour $x_2 - x_1 = V\,(t_2 - t_1)$. Cela signifie que la fonction f reprend la valeur f_1 après un trajet $(x_2 - x_1)$, au bout du laps de temps $(t_2 - t_1)$, ce qui est caractéristique d'une translation à vitesse constante V.

Le groupement $t - \frac{x}{V}$ exprime que la fonction f se propage sans déformation à la vitesse constante V dans la direction des x positifs. De même, g se propage sans déformation dans la direction des x négatifs à la vitesse V. La solution générale de (18) est la superposition de ces deux ébranlements.

Les fonctions $f\left(t - \frac{x}{V}\right)$ et $g\left(t + \frac{x}{V}\right)$ sont appelées respectivement **onde progressive et onde régressive** (ou rétrograde).

3.2. Relations scalaires et vectorielles

Certains phénomènes physiques conduisent à des équations de propagation du type suivant, où une fonction scalaire est remplacée par une fonction vectorielle[6] :

$$\frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = V^2 \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial x^2} \tag{22}$$

C'est le cas de la vitesse acoustique $\vec{u}$ par exemple.

Chacune des composantes du vecteur $\vec{A}$ satisfait à une équation du type (18), et se propage donc en $t - \frac{x}{V}$ et $t + \frac{x}{V}$.

Supposons, pour simplifier la démarche, que la propagation se fait uniquement en $t - \frac{x}{V}$ (onde progressive).

En un point x_1 fixe, on peut poser $t_1 = \frac{x_1}{V}$, et $\vec{A}$ s'exprime en fonction de $(t - t_1)$ et $(t + t_1)$, de sorte que tous les points d'abscisse x_1 présentent le même retard t_1 par rapport au phénomène en x = 0. Dans le cas d'une onde progressive harmonique de pulsation ω donnée, tous ces points sont en phase.

A un instant donné, $\vec{A}$ a donc même phase en tout point d'un plan perpendiculaire à l'axe x : ce plan est appelé ***plan équiphase***, ou ***plan d'onde***, et l'équation (22) décrit la propagation d'***ondes planes***[7] dans la direction x normale au plan d'onde.

Si les trois composantes de $\vec{A}$ sont quelconques, le vecteur $\vec{A}$ a une position quelconque par rapport au plan d'onde. Cependant, il existe deux cas particuliers très fréquents :

- $\boldsymbol{A_x = 0}$

$\vec{A}$ est situé dans le plan d'onde. Il s'agit ici d'un ébranlement transversal, qu'on rencontre fréquemment en électromagnétisme par exemple. Si le rapport A_y/A_z est constant (ce qui revient à écrire, en régime sinusoïdal, que A_y et A_z sont en phase), la direction de $\vec{A}$ dans le plan d'onde demeure constante, et l'on dit que l'ébranlement est polarisé rectilignement.

- $\boldsymbol{A_y = A_z = 0}$

$\vec{A}$ est ici perpendiculaire au plan d'onde. Il s'agit d'un ébranlement longitudinal (cas de la vitesse acoustique par exemple).

3.3. Signification physique de la fonction g

Si on dispose d'une source sonore émettant au point x = 0 par exemple, dans la direction des x positifs, il est clair que la fonction g ne peut exister dans l'hypothèse d'un milieu infini suivant cette direction x.

Cependant, s'il existe en un point x = L un obstacle (par exemple un plan perpendiculaire à l'axe x), une partie de l'onde sera réfléchie, et renvoyée vers les x négatifs[8]. Dans ce cas, en tout point d'abscisse x comprise entre 0 et L, il y aura superposition de deux ondes défilant en sens inverse. La fonction g est alors déterminée en fonction de f par des conditions de réflexion. Dans le cas particulier d'un obstacle rejeté à l'infini, on aura rigoureusement g = 0 (onde progressive).

3.4. Signification physique de la fonction f

La fonction f est fixée par les conditions aux limites du problème. En l'occurrence, dans la plupart des cas, elle sera déterminée par la forme de la vibration de la source en x = 0. Pour une propagation sinusoïdale (vibration mécanique), on écrit :

$$f = a \cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{V}\right)\right] \tag{23}$$

Les calculs de propagation peuvent être simplifiés si l'on écrit plutôt[9] :

$$f = a \exp\left[i\,\omega\left(t - \frac{x}{V}\right)\right] \tag{24}$$

Rigoureusement, f est alors la partie réelle de (24).

Si on écrit $f = a \exp(-i\omega x/V) \,.\, \exp(i\omega t)$, le coefficient de $\exp(i\omega t)$ est un nombre complexe dont le module et l'argument représentent respectivement le module et la phase de f.

3.5. Nombre d'onde et vecteur d'onde

Au lieu de la relation (24), on peut écrire la forme générale suivante, pour une onde «sinusoïdale» en propagation suivant un axe r :

$$f = a \exp\left[i\,\omega\left(t - \frac{r}{V}\right)\right] = a \exp\left[i\,(\omega t - k\,r)\right] \tag{25}$$

où λ est la longueur d'onde du signal considéré.

On définit alors le **nombre d'onde** k tel que :

$$k = \frac{\omega}{V} = \frac{2\,\pi}{\lambda} \tag{26}$$

qui représente le nombre de longueurs d'onde λ contenu dans la longueur 2π.

En fait, k définit un vecteur $\vec{k}$ de longueur $2\pi/\lambda$, porté par la normale au plan d'onde.

On écrira donc :

$$f = a \exp\left[i\left(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}\right)\right] \qquad (27)$$

Dans la direction du vecteur $\vec{k}$, la vitesse de propagation de l'onde est V. Elle est inférieure à V dans toute autre direction.

4. ONDE PLANE PROGRESSIVE EN ACOUSTIQUE

Reprenons le cas de l'onde plane sinusoïdale, se déplaçant selon une direction x quelconque. Ce type d'onde présente l'avantage d'un traitement mathématique simple, mais on montre que l'onde sphérique en champ lointain permet d'aboutir aux mêmes conclusions que ci-dessous.

Avec les notations et les hypothèses du **§ 3.**, on sait que la pression acoustique par exemple satisfait à l'équation des ondes, de sorte que l'on peut écrire (onde plane seule) :

$$p = f\left(t - \frac{x}{c_0}\right)$$

La relation (10) s'écrit alors :

$$\rho_0 \frac{\partial u}{\partial t} = - \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{1}{c_0} \frac{\partial p}{\partial t} \qquad (28)$$

On en déduit aussitôt la vitesse acoustique :

$$u = \frac{1}{\rho_0 c_0} f\left(t - \frac{x}{c_0}\right) \qquad (29)$$

4.1. Notion d'impédance acoustique

Les relations (28) et (29) montrent qu'en chaque point, le rapport p/u est constant. On désigne ce rapport comme l'**impédance acoustique caractéristique** (ou **intrinsèque**) Z_c du milieu de propagation :

$$Z_c \approx \frac{P_{\text{onde plane}}}{u_{\text{onde plane}}} = \rho_0 c_0 \qquad (30)$$

en confondant ρ_t avec sa valeur moyenne ρ_0 (hypothèse acoustique).

On remarque en effet que Z_c ne dépend que du milieu de propagation. On note aussi que la relation (30) est indépendante de la forme de vibration de la source.

Z_c est aussi appelée **impédance itérative**, puisqu'elle correspond à la propagation d'une onde plane dans un tuyau infiniment long.

Notons que, pour l'air à 0°C et à une atmosphère, Z_c vaut 428 $kg.m^{-2}.s^{-1}$.

Si l'on utilise enfin la notion générale d'impédance en physique, on peut définir l'**impédance acoustique spécifique** Z_s (ou unitaire) :

$$Z_s = \frac{p}{u} \qquad (31)$$

On voit ici que l'impédance acoustique spécifique dépend aussi du milieu de propagation, mais qu'elle n'est égale à l'impédance itérative que dans des cas rares (onde plane par exemple).

4.2. Intensité acoustique

L'**intensité acoustique** est définie comme la variation moyenne du flux d'énergie mécanique due à une perturbation acoustique. On montre qu'elle est égale au produit moyen de la pression sonore par la vitesse acoustique, la moyenne étant évidemment une moyenne temporelle.

Dans le cas d'une onde plane progressive, l'intensité acoustique vaut :

$$I = \overline{pu} = \frac{\overline{p^2}}{\rho_0 \, c_0} = \frac{p_{eff}^2}{\rho_0 \, c_0} = \rho_0 \, c_0 \, u_{eff}^2 \qquad (32)$$

grâce à l'introduction classique des valeurs efficaces indicées «eff».

L'intensité acoustique s'exprime en W/m^2.

4.3. Réflexion d'une onde acoustique

On considère ici deux ondes planes sinusoïdales de pulsation ω se propageant en sens inverse selon l'axe des x, normal à une paroi plane disposée dans le milieu de propagation (on suppose que la paroi se situe en x = 0) :

– l'onde sonore incidente se propage suivant les x croissants, et génère une pression acoustique : $p_i = p_+ \exp\left[i\,(\omega t - kx)\right]$;

– du fait de la réflexion, il existe au même point une onde sonore réfléchie, se propageant suivant les x décroissants, et dont la pression acoustique vaut : $p_r = p_- \exp\left[i\,(\omega t + kx)\right]$.

Dans ces conditions, la pression acoustique totale vaut :

$$p = p_i\,(x, t) + p_r\,(x, t) \tag{33}$$

On définit le **coefficient de réflexion**[10] à la paroi par :

$$C_r = \frac{p_-}{p_+} = |C_r| \exp\,(i\,\phi) \tag{34}$$

D'où finalement :

$$p\,(x, t) = p_+ \exp\,(i\omega t)\left[\exp\,(-\,ikx) + C_r \exp\,(ikx)\right] \tag{35}$$

On en déduit l'expression de la vitesse acoustique :

$$u\,(x, t) = \frac{p_+}{\rho_0 c_0} \exp\,(i\omega t)\left[\exp\,(-\,ikx) - C_r \exp\,(ikx)\right] \tag{36}$$

Le rapport p/u (**impédance acoustique spécifique**) prend donc une valeur complexe qui vaudra en x = 0 l'impédance $\mathscr{Z}$ de la paroi. On définit alors l'**impédance réduite** Z de la paroi comme le rapport $\mathscr{Z}/Z_c$:

$$Z = \frac{p}{u\,\rho_0\,c_0} = \frac{1 + C_r}{1 - C_r} \tag{37}$$

On peut donner pour les problèmes de réflexion d'ondes sonores quelques cas particuliers simples :

1 - $Z = \infty$ ou $C_r = 1$:

C'est le cas d'une paroi rigide. La vitesse acoustique y est constamment nulle. La pression acoustique sur ce plan est le double de celle qui existerait en absence de réflexion. La réflexion est totale. On dit que l'**onde est stationnaire**.

2 - $Z = 0$ ou $C_r = -1$:

C'est le cas hypothétique (car incapable de transmettre une pression) d'un tuyau ouvert théorique, fermé sur la «masse acoustique». Un tuyau ouvert dans l'atmosphère en est une bonne approximation. C'est aussi le cas de la surface souple (telle que la surface de l'eau pour les ondes se propageant dans l'eau). La pression acoustique est nulle sur la paroi, alors que la vitesse est le double de ce qu'elle vaudrait en absence de réflexion. L'onde réfléchie a même amplitude que l'onde incidente, mais elle est déphasée de π à la réflexion. La réflexion est totale et on a encore un système d'ondes stationnaires.

3 - $Z = 1$ ($\mathscr{Z} = Z_c = \rho_0 \cdot c_0$) ou $C_r = 0$:

C'est le cas d'un tuyau infini, ou fermé sur l'impédance itérative. Il n'y a pas d'onde réfléchie, de sorte que seule subsiste une onde plane progressive se propageant longitudinalement. Ce cas est capital du point de vue des applications physiques, notamment lorsque le tuyau sert de ligne de transmission d'un signal acoustique entre un générateur et un récepteur. Lorsqu'une ligne de transmission est ainsi terminée sur son impédance itérative, on dit qu'il y a **adaptation d'impédance**.

Plus généralement, l'impédance au plan de réflexion prend une valeur complexe, qui introduit à la fois un changement d'amplitude et un changement de phase, comme en témoigne la relation (34). Ainsi, en chaque point, l'onde est la somme d'une onde progressive et d'une onde stationnaire : on parle généralement d'**onde quasi-stationnaire**.

5. SIGNAL ACOUSTIQUE QUELCONQUE

Il est clair que nous n'avons abordé, dans ce qui précède, que des cas tout à fait particuliers relatifs à un **son pur**, engendrant une onde sinusoïdale de pulsation ω donnée.

On peut aisément étendre le discours précédent à des signaux plus complexes qui seraient des combinaisons de signaux sinusoïdaux. Par exemple, on désigne parfois par **son composé**, la somme de plusieurs vibrations sinusoïdales de fréquence respectives f, 2f, ..., nf.

Quant à ce qu'on appelle physiquement **bruit**, c'est une vibration non harmonique, le «bruit» le plus général étant la superposition de vibrations sinusoïdales (spectre de raies) et aléatoires (spectre continu).

Soit un signal acoustique temporel s(t) (par exemple la pression sonore), périodique, de période T donnée. On sait que l'on peut décomposer s(t) en série de Fourier, et le transformer ainsi dans le domaine fréquentiel.

Si le signal s(t) n'est pas périodique, tout se passe comme si la période tendait vers l'infini, et la série de Fourier précédente est remplacée par une intégrale de Fourier. Là encore, s(t) a été transformée dans le domaine fréquentiel.

Sans entrer dans les détails d'une théorie classique d'analyse du signal, nous voyons finalement qu'un bruit constitué d'une superposition de vibrations sinusoïdales et aléatoires peut se traiter avec la même rigueur qu'un son pur, grâce à la transformation de Fourier du signal considéré. Il suffit pour cela de le décomposer dans le domaine fréquentiel, et de raisonner sur chaque fréquence $f = \omega / 2\pi$. Une fois connue la solution du problème pour chaque «composante» ω (par résolution de l'équation des ondes avec des conditions aux limites relatives au problème physique), le signal temporel global peut être reconstitué par transformation de Fourier inverse. Cela justifie a posteriori la recherche de solutions temporelles sinusoïdales pour l'équation des ondes (17), après séparation des variables spatiales et temporelle d'un signal acoustique quelconque.

Ainsi, ce qui a été reporté dans les paragraphes précédents dans le cas d'un son pur, demeure valable pour l'étude de «bruits complexes», dès lors qu'ils sont traitées par la transformation de Fourier et l'analyse fréquentielle.

6. CONCLUSIONS

Dans ce qui précède, nous avons voulu rappeler quels sont les fondements théoriques, mathématiques et physiques de l'aéroacoustique.

On a vu comment, à partir d'une vibration émise par une source sonore, une onde se crée et se propage. On a vu aussi comment celle-ci se réfléchit et crée ainsi un système d'ondes stationnaires ou quasi-stationnaires. On a vu enfin comment, en employant une terminologie appropriée, on peut traiter la plupart des problèmes simples d'aéro-acoustique.

On verrait de même que, ces bases étant posées, le traitement théorique de bruits complexes est rendu possible par une analyse appropriée (de type Fourier par exemple).

Tout cela, évidemment, ne va pas sans ce qui est la base de toute science physique, à savoir la mesure. L'étude du bruit, notamment, nous permettrait de comprendre la complexité d'une telle mesure. On verrait que ce qui compte n'est pas tant la «valeur» physique d'un bruit, que sa «valeur» physiologique, c'est-à-dire la sensation toute subjective qu'il génère sur l'auditeur, créant parfois de la gêne et des nuisances.

On verrait que la simple utilisation du terme «décibel» pose en soi de nombreux problèmes de fond.

Une fois encore, pour aller plus loin dans ce sens, il nous faut user d'un vocabulaire parfois rébarbatif, mais qui permet de «chiffrer» le plus correctement possible l'influence d'un bruit sur une personne physique.

Alors seulement, le lecteur pourra se faire une idée assez complète de ce qu'est véritablement l'aéroacoustique.

BIBLIOGRAPHIE

– R. Gener : *«Célérité du son dans les gaz : tube de Kundt»* - Bulletin de l'Union des Physiciens n° 715.

– L. Landau et E. Lifchitz : *«Physique théorique»* - Tome 6 - Chap. VIII (Le son) - Éditions Mir.

– P. Liénard et P. François : *«Acoustique physique et perceptive»* - Éditions Eyrolles.

– J.-J. Matras : *«Le son»* - Que sais-je n° 93 - PUF.

– J.-P. Maury : *«Phénomènes vibratoires»* - Éditions Armand Colin.

– J. Max : *«Traitement du signal et applications aux mesures physiques»* - Tome 1- Éditions Masson.

– R. Moreau : *«Propagation guidée des ondes acoustiques»* - Bulletin de l'Union des Physiciens n° 742.

– J.W.S. Lord Rayleigh : *«The theory of sound»* - New York - Dover Publications.

– M. Soutif : *«Vibrations propagation diffusion»* - Éditions Dunod.

– P. TANGUY et D. THOUROUDE : *«Tuyaux sonores : à propos de la propagation de l'énergie en acoustique»* - Bulletin de l'Union des Physiciens n° 699.

NOTES

(1) On rappelle que cette convention, dite convention d'Einstein, indique que chaque fois qu'un indice est répété, il faut le lire comme une somme, sur l'indice en question, de la variable choisie. Par exemple :

$$\frac{\partial}{\partial x_j}(G_j) \quad \text{signifie} \quad \sum_{j=1}^{3}\left(\frac{\partial}{\partial x_j}(G_j)\right)$$

(2) Pour une onde sinusoïdale se propageant à la vitesse V (son pur), il est clair que cela revient simplement à écrire que la vitesse acoustique u est très inférieure V. On montrerait, au moyen de la transformation de Fourier, que ce résultat est applicable à un signal acoustique quelconque (voir paragraphe 5. du présent article).

(3) Plus rigoureusement, c'est la dérivée partielle par rapport au temps de la vitesse acoustique, qui est parallèle au gradient de pression sonore. Or, pour un son pur, cette dérivée partielle est évidemment parallèle à $\vec{u}$. On montrerait encore que ce résultat peut être étendu à une onde sonore quelconque.

(4) D'une manière générale, si l'on note $\Delta\psi$ le laplacien scalaire d'une fonction ψ, l'équation d'onde pourra s'écrire $\Box\,\psi = 0$, qui fait intervenir le d'Alembertien $\Box$. Si on note que le potentiel des vitesses Φ (tel que $\vec{u} = \overrightarrow{\text{grad}}\,\Phi$) est tel que $\Phi = \dfrac{1}{\rho_0}\displaystyle\int_t p\,dt$, on s'aperçoit que l'équation d'onde $\Box\psi = 0$ est valable pour $\psi = p$, ρ, Φ, et aussi vectoriellement $\vec{u}$.

(5) On parle parfois, pour désigner le terme $t - \dfrac{x}{V}$, de temps retardé, expression qui exprime clairement les propriétés physiques de la fonction f.

(6) Il existe des phénomènes encore plus complexes, où la vitesse V elle-même dépend de la direction considérée. C'est le cas par exemple de la propagation des ondes acoustiques dans les matériaux solides. Pour décrire correctement la propagation, il

faut alors recourir à une étude tridimensionnelle dont la relation (22) n'est qu'un cas particulier.

(7) Plus généralement, une onde est dite plane quand elle résulte du déplacement brusque d'un plan à l'origine de la propagation.

(8) On peut aussi «juxtaposer» deux ondes issues de deux sources acoustiques séparées de la distance L et émettant en sens inverse.

(9) Un signe «moins» est parfois introduit dans l'une ou l'autre des relations (23) ou (24). Dans tous les cas, l'écriture n'est qu'une convention de signe, mais il est vrai qu'un signe négatif devant le terme $\omega\left(t-\frac{x}{V}\right)$ est classique, notamment dans les problèmes de mécanique ondulatoire. En acoustique, les deux écritures coexistent, mais celle que nous proposons nous paraît être la plus couramment utilisée de nos jours.

(10) Évidemment, le coefficient de réflexion pour l'énergie vaudra dans ces conditions $(Cr)^2$. Il suffit, pour s'en convaincre, d'écrire la conservation de l'énergie, et de considérer la relation (32) en regard des relations (35) et (36).