

Oscillateurs à relaxation* à circuit R-C

par André POINSOT (=)
Université de Bourgogne - 21000 Dijon

1. LE CIRCUIT R-C EN MODE INTÉGRATEUR

Le signal de sortie est prélevé aux bornes du condensateur. A sortie ouverte, un même courant i traverse la résistance et le condensateur (figure 1).

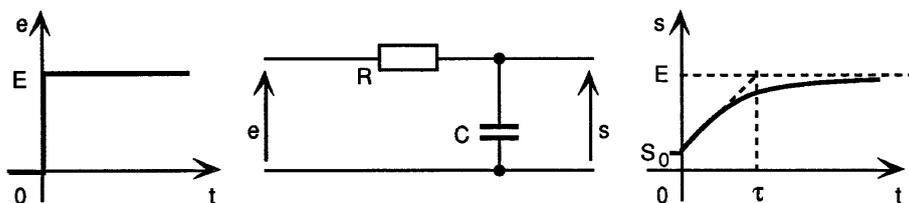


Figure 1 : Réponse du circuit intégrateur à un échelon de tension.

$$i = \frac{e - s}{R} = C \frac{ds}{dt}$$

La réponse $s(t)$, est solution d'une équation différentielle du premier ordre :

$$RC \frac{ds}{dt} + s = e$$

* **N.D.L.R.** : Un oscillateur à relaxation est plus généralement un système qui possède deux états d'équilibre instable et qui alterne périodiquement entre eux. La durée nécessaire au passage d'un état vers l'autre ne dépend que d'un temps caractéristique du système.

Il existe de tels oscillateurs en mécanique, en électricité, en chimie, en physique moléculaire, en écologie, etc.

En électronique, ces oscillateurs sont le plus souvent à la base d'horloge ou de générateur de signaux.

B. V.

On s'intéressera plus particulièrement à la réponse à un échelon de tension de hauteur E (figure 1). Alors, la réponse pour $t \geq 0$ est de la forme :

$$s(t) = (S_0 - E) e^{-t/\tau} + E$$

Cette fonction fait apparaître trois paramètres :

- la constante de temps $\tau = RC$
- la valeur initiale $s(0^+) = S_0$,
- la valeur asymptotique $s(\infty) = E$.

Si le signal d'excitation est maintenu à la valeur $e(t) = 0$ depuis $t = -\infty$ jusqu'à $t = 0^-$, alors le condensateur est complètement déchargé quand survient l'échelon de tension et $s(0^-) = 0$. Mais en l'absence de toute hypothèse sur la valeur de $e(t)$ pour $t < 0$, on doit considérer que $s(0^-)$ peut prendre n'importe quelle valeur.

En intégrant l'équation différentielle de $t = -\varepsilon$ jusqu'à $t = +\varepsilon$, on obtient :

$$RC [s(\varepsilon) - s(-\varepsilon)] + \int_{-\varepsilon}^{+\varepsilon} s \, dt = \int_{-\varepsilon}^{+\varepsilon} e \, dt$$

Envisageons maintenant le passage à la limite $\varepsilon \rightarrow 0$. La fonction $e(t)$ reste finie autour de l'origine. S'il en est de même de la fonction $s(t)$, hypothèse de stabilité que le physicien retiendra volontiers, les intégrales tendent vers zéro avec ε et il reste :

$$s(0^+) = s(0^-) = S_0$$

Le circuit intégrateur délivre une tension de sortie continue (au sens mathématique). Il fait disparaître les discontinuités qui peuvent se trouver sur le signal d'entrée. Lorsque la tension d'entrée est constante, de valeur E , la tension de sortie tend asymptotiquement vers cette valeur.

2. OSCILLATEUR À RELAXATION UTILISANT UN CIRCUIT RC INTÉGRATEUR

L'utilisation de l'amplificateur comme composant actif universel permet d'uniformiser la présentation des montages électroniques. La figure 2 reproduit le schéma classique d'un oscillateur à relaxation.

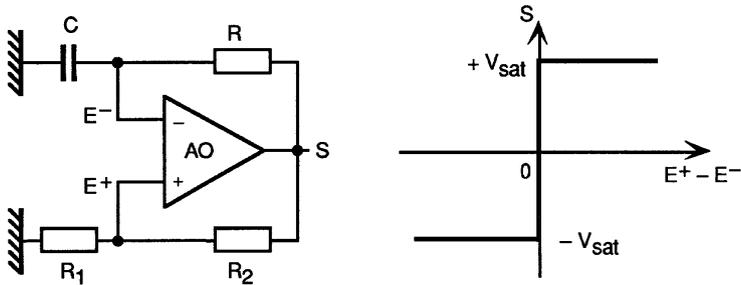


Figure 2 : Oscillateur à relaxation à circuit intégrateur et caractéristique de l'amplificateur opérationnel.

La présence d'une réaction positive interdit de traiter uniquement le cas du fonctionnement linéaire. On traitera plutôt l'amplificateur opérationnel comme un comparateur de gain infini :

$$S = \begin{cases} +V_{\text{sat}} & \text{si } E^+ > E^- \\ -V_{\text{sat}} & \text{si } E^+ < E^- \end{cases}$$

L'équation $E^+ = E^-$ définit le point de commutation d'un état saturé vers l'état saturé opposé.

L'état $E^+ = E^- = S = 0$ constitue un point de repos possible, mais il est instable. Envisageons en effet un front de perturbation $\Delta S > 0$ sur la sortie. Ce front va se trouver transmis en E^+ , avec atténuation, mais instantanément, tandis que le signal $E^-(t)$ ne monte que lentement conformément à la réponse du type intégrateur (figure 3). Dans un premier temps on aura donc $E^+ > E^-$, et l'amplificateur opérationnel va réagir en accentuant la dérive positive du signal $S(t)$ qui continuera de monter jusqu'à la saturation.

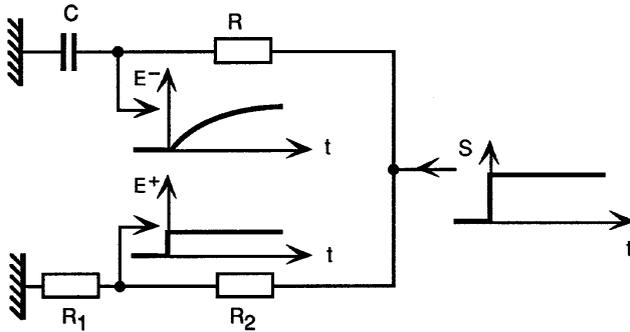


Figure 3 : Réponses en E^+ et E^- à un échelon de tension en S.

Or l'état $S = +V_{sat}$ ne peut pas constituer un état de repos stable. Au bout d'un certain temps le courant de charge du condensateur devient négligeable, et alors :

$$E^+ = \frac{R_1 V_{sat}}{R_1 + R_2} < E^- = V_{sat}$$

ce qui est contradictoire avec l'hypothèse $S = +V_{sat}$. On vérifie de même que $S = -V_{sat}$ ne peut pas être une situation stable, si bien que ce circuit va présenter des oscillations incessantes entre les états $S = +v_{sat}$ et $S = -V_{sat}$ (figure 4).

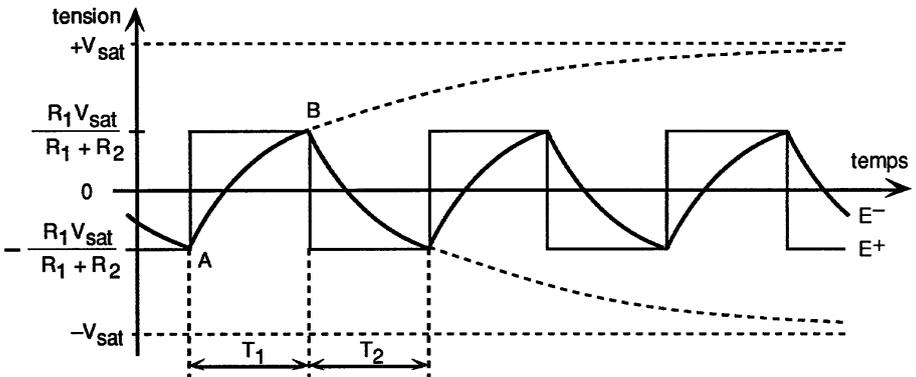


Figure 4 : Oscillations de relaxation de type intégrateur.

En prenant l'origine des temps en A, on peut écrire :

$$E_{AB}^-(t) = (V_A - V_{\text{sat}}) e^{-t/RC} + V_{\text{sat}}$$

On calcule alors le temps T_1 nécessaire pour passer de A en B :

$$T_1 = RC \operatorname{Ln} \frac{V_{\text{sat}} - V_A}{V_{\text{sat}} - V_B}$$

Les niveaux de tension V_A et V_B sont connus :

$$V_B = -V_A = \frac{R_1 V_{\text{sat}}}{R_1 + R_2}$$

et la symétrie du montage entraîne $T_1 = T_2$:

$$T_1 = T_2 = RC \operatorname{Ln} \left(1 + \frac{2R_1}{R_2} \right)$$

En résumé on formulera, sur ce type d'oscillateur à relaxation, les remarques suivantes :

- le signal $E^-(t)$ reproduit la réponse d'un circuit intégrateur attaqué par un signal en créneaux ;
- les signaux $E^+(t)$ et $E^-(t)$ ne sortent pas du domaine de fonctionnement normal ($-V_{\text{sat}}$, $+V_{\text{sat}}$) ;
- le montage fonctionne sans problème et les vérifications qualitatives ou quantitatives sont satisfaisantes tant que la fréquence d'oscillation n'est pas trop grande ;
- le défaut le plus immédiat à détecter est lié aux temps de montée et de descente des signaux.

Ces temps se calculent comme le produit de *slew rate* (vitesse de balayage) de l'amplificateur opérationnel, par l'étendue $2V_{\text{sat}}$ du domaine de tension à balayer. Ils ne sont donc pas liés à la période des oscillations de relaxation, et ils vont contribuer à la période pour une fraction non négligeable si on diminue trop la constante de temps RC.

3. LE CIRCUIT RC EN MODE DÉRIVATEUR

Le signal de sortie est ici prélevé aux bornes de la résistance (figure 5).

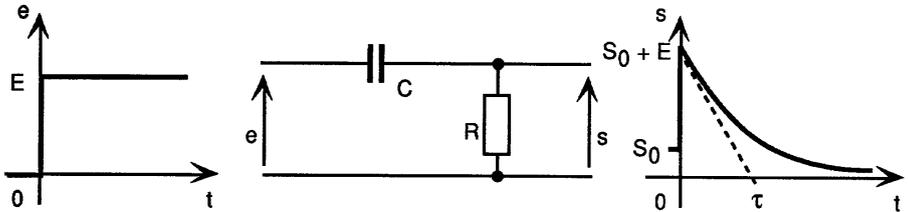


Figure 5 : Réponse du circuit dérivateur à un échelon de tension.

Exprimons, à sortie ouverte, le courant traversant le condensateur et la résistance :

$$i = C \frac{d}{dt} (e - s) = \frac{s}{R}$$

ce qui donne une équation caractéristique :

$$RC \frac{ds}{dt} + s = RC \frac{de}{dt}$$

L'intégration de cette équation différentielle entre $t = -\epsilon$ et $t = +\epsilon$, donne :

$$RC [s(+\epsilon) - s(-\epsilon)] + \int_{-\epsilon}^{+\epsilon} s \, dt = RC [e(+\epsilon) - e(-\epsilon)]$$

Quand $\epsilon \rightarrow 0$, il est physiquement raisonnable de considérer que l'intégrale tend vers zéro.

$$\text{On obtient alors : } s(0^+) - s(0^-) = e(0^+) - e(0^-).$$

La réponse du circuit dérivateur à un échelon de tension en $t = 0$, obéit, pour $t \geq 0$, aux équations :

$$\begin{cases} s(t) = s(0^+) e^{-t/RC} \\ s(0^+) = s(0^-) + E \end{cases}$$

Le circuit dérivateur transmet intégralement une discontinuité de tension survenant à l'entrée. Lorsque la tension d'entrée est constante, la tension de sortie tend asymptotiquement vers zéro.

4. OSCILLATEUR À RELAXATION UTILISANT UN CIRCUIT RC DÉRIVATEUR

Le schéma de la figure 6 est un peu moins classique que celui de la figure 2. Il présente en effet quelques inconvénients dont nous allons discuter.

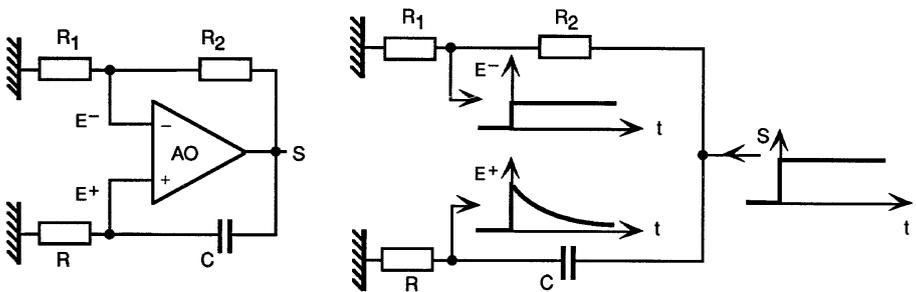


Figure 6 : Oscillateur à relaxation utilisant un circuit dérivateur et signaux de retour en réponse à front de tension sur la sortie S.

Le point de repos $E^+ = E^- = S = 0$ est instable. En effet, un front de perturbation $\Delta S > 0$, est intégralement transmis et E^+ tandis qu'il parvient atténué en E^- . L'amplificateur opérationnel va donc réagir en accentuant la dérive positive de la sortie qui va monter jusqu'à la tension de saturation. Toutefois, l'état $S = +V_{\text{sat}}$ ne peut pas constituer un état d'équilibre stable. En effet le courant de charge du condensateur va s'amortir et la tension E^+ tend asymptotiquement vers une valeur nulle, tandis que E^- reste constant. La situation $E^+ > E^-$, nécessaire pour observer $S = +V_{\text{sat}}$, ne saurait se prolonger au-delà d'un certain temps. Il en va de même quand $S = -V_{\text{sat}}$, si bien que l'on observe des oscillations entretenues entre ces deux états. Dans l'hypothèse où les courants d'entrée de l'amplificateur opérationnel sont nuls, on observe les signaux de la figure 7.

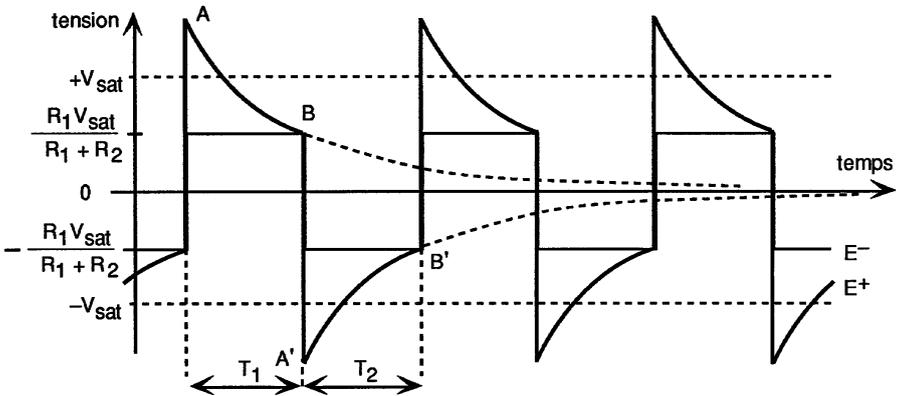


Figure 7 : Oscillation de relaxation de type dérivateur.

Le signal $E^-(t)$ reproduit, avec atténuation, les oscillations du signal de sortie entre $S = +V_{\text{sat}}$ et $S = -V_{\text{sat}}$. La transmission vers E^+ , des fronts de hauteur $2V_{\text{sat}}$, permet de calculer les niveaux remarquables de tension :

$$V_A = -V_{A'} = \frac{R_1 + 2R_2}{R_1 + R_2} V_{\text{sat}} \quad \text{et} \quad V_B = -V_{B'} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{\text{sat}}$$

Lorsque les tensions de saturations sont symétriques, la symétrie des signaux entraîne l'égalité des durées T_1 et T_2 . En écrivant l'équation de l'arc exponentiel AB, avec l'origine des temps en A, on obtient :

$$E_{AB}^+(t) = V_A e^{-t/RC}$$

qui donne au bout d'un temps T_1 :

$$T_1 = T_2 = RC \ln \frac{V_A}{V_B} = RC \ln \left(1 + \frac{2R_2}{R_1} \right)$$

Comme dans le montage précédent, les durées de commutation, liées au *slew rate* (vitesse de balayage) de l'amplificateur opérationnel, ne seront négligeables qu'en basse fréquence.

En choisissant $R_1 = R_2$, on obtient la même période d'oscillation pour les montages 2 et 6 :

$$T = T_1 + T_2 = 2RC \ln 3 = 2,2 RC$$

Les montages ne sont pourtant pas équivalents, et les chronogrammes théoriques de la figure 7 ne correspondent pas très bien avec les observations expérimentales. Le problème provient des crêtes du signal $E^+(t)$ qui sortent du domaine normal ($-V_{sat}$, $+V_{sat}$) de fonctionnement à l'entrée de l'amplificateur opérationnel. Pendant la durée de ce dépassement, le courant d'entrée I^+ ne peut plus être considéré comme nul, mais son évaluation n'est pas facile. Il faut examiner le schéma interne de l'amplificateur opérationnel, et en particulier les circuits de protection des entrées généralement prévus par les constructeurs.

Pour retrouver les signaux de la figure 7, il faut limiter le courant I^+ par une résistance série (figure 8a), ou éviter son apparition en limitant l'excursion de la tension de sortie par un circuit écrêteur (figure 8b). Les vérifications expérimentales, tant qualitatives que quantitatives deviennent alors possibles.

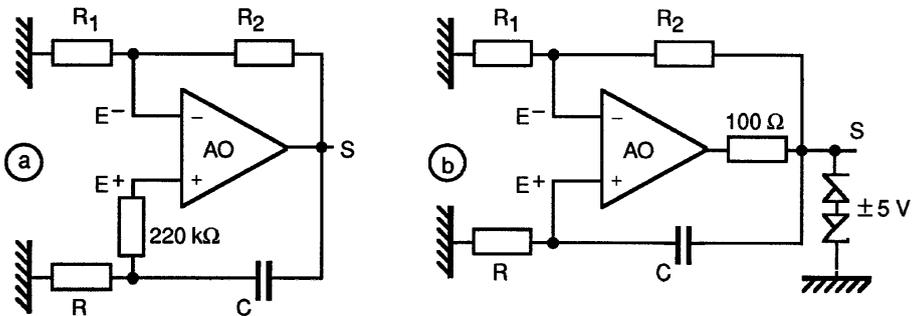


Figure 8 a et b : Montages permettant d'éviter les effets perturbateurs du courant I^+ ou d'éviter son apparition.

On trouve encore un circuit dérivateur dans le montage oscillateur réalisé à partir de deux ou trois portes logiques CMOS (figure 9).

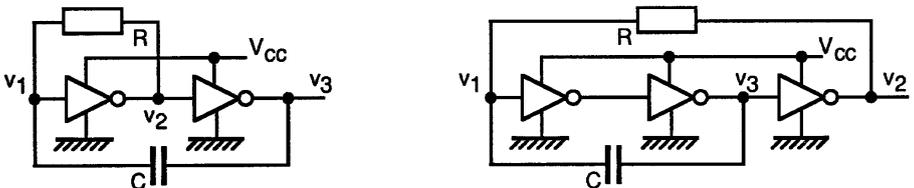


Figure 9 : Oscillateurs CMOS contenant un circuit dérivateur.

Les signaux v_2 et v_3 sont des signaux logiques, car délivrés par des portes logiques. Ils ne peuvent prendre que deux valeurs, ce sont donc des signaux en créneaux, grossièrement analogues de E^- et S respectivement. La tension v_1 est par contre un signal analogique, délivré par un circuit dérivateur attaqué par la tension en créneaux v_3 . Elle est l'analogue de la tension E^+ , et elle sort périodiquement du domaine normal de fonctionnement ($0, V_{cc}$) de l'inverseur logique. Les diodes de protection de l'entrée v_1 , toujours présentes dans un circuit CMOS, entrent en conduction chaque fois que cette tension dépasse la tension d'alimentation ou devient négative. Le problème est maintenant bien connu grâce à l'article de M. J. RZEPKA (B.U.P. n° 749, décembre 1992), qui propose d'utiliser une forte résistance de limitation de courant en série dans l'entrée de l'inverseur concerné. Le détail du circuit de protection, qui peut varier d'un constructeur à l'autre, ne demande pas à être connu.

5. CONCLUSION

Dans l'étude des circuits électriques, il est d'usage d'attaquer les problèmes avec les hypothèses simplificatrices les plus fortes (composants idéaux). Ces hypothèses sont toujours suffisantes pour une analyse pertinente de fonctionnement, mais elles ont un domaine de validité limité, et il n'est pas toujours immédiat d'en discerner les frontières. Ce n'est bien souvent qu'en passant à la phase expérimentale que se révèlent les écarts au fonctionnement idéal.

BIBLIOGRAPHIE

- D. AUBERT : «*Circuit dérivateur - Circuit intégrateur, théorie, montages, applications*», B.U.P. n° 751, p. 253, février 1993.
- J. RZEPKA : «*Un montage mal aimé : le multivibrateur astable*», B.U.P. n° 749, p. 1523-1530, décembre 1992.