

Modélisation et fléchage

par M. BRIELLE, G. LE PARC, G. MORA, P. MORA,
C. RAGOT et A. SAVARY

Groupe de recherche CCAFE - MAFPEN - 35000 Rennes

Nos élèves quel que soit leur niveau, ont tendance à réduire leur savoir-faire à l'application de formules et à mener une procédure mathématique conduisant au résultat.

Est-ce leur faute exclusivement ?

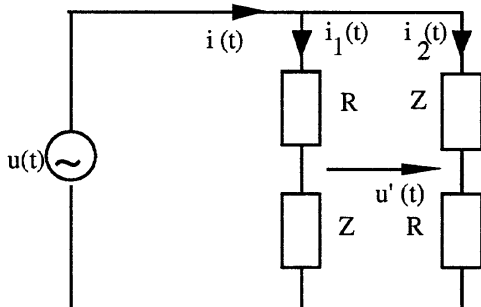
Nous pensons que notre enseignement doit rendre les élèves capables de combattre leurs représentations, de comprendre les concepts fondamentaux de l'électricité, d'utiliser des modèles et de les relier à la réalité.

Cette constatation des difficultés nombreuses rencontrées par les élèves en électricité a donné lieu à de nombreux articles publiés dans le B.U.P. (n° 608 - Octobre-Novembre 1978, p. 231 ; n° 657 - Octobre 1983, p. 81 ; n° 683 - Avril 1986, p. 779 ; n° 706 - Juillet 1988, p. 891 ; n° 753 - Avril 1993, p. 537).

Il n'est pas normal en effet qu'un étudiant de DEUG A ne sache pas résoudre correctement un exercice avec des notions acquises en seconde. Exemple expérimenté (DEUG A à Rennes 1993).

Question :

Exprimer $u'(t)$ en fonction de R , Z et $u(t)$.



$\underline{U}' = \underline{Z} \underline{I}_2 - R \underline{I}_1$ est une formulation fréquemment rencontrée.

Ce type d'erreur provient à notre avis d'une absence de **support visuel** permettant d'appliquer correctement la loi d'additivité des tensions dans la maille.

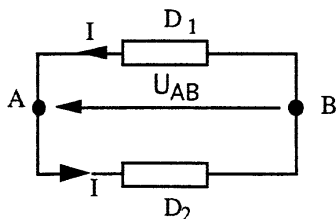
Nous proposons à l'aide d'exemples de montrer l'efficacité et la simplicité résultant de l'usage de la modélisation et du fléchage des tensions (représentation des tensions par des flèches).

1. MÉTHODOLOGIE

1.1. Principe de base

Dans un circuit constitué de deux dipôles parcourus par un courant :

- l'un des dipôles fonctionne en générateur : la flèche représentant la tension a le même sens que le courant,
- l'autre dipôle fonctionne en récepteur : la flèche représentant la tension est de sens contraire au courant.



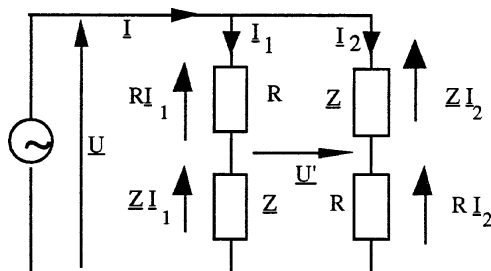
1.2. Démarche

- Modélisation et fléchage des sources de tension : à tout générateur est associée une flèche tension dirigée du pôle – vers le pôle +.
- Choix d'un sens pour le courant.
- Modélisation des autres éléments du circuit et fléchage des tensions à leurs bornes.
- Application de la loi d'additivité des tensions.

Remarques :

- En régime variable la modélisation et le fléchage sont effectués à une date t ;
- Lorsque la nature des différents dipôles est connue, il n'y a pas lieu d'utiliser des valeurs algébriques.

Si cette démarche est appliquée à l'exercice de DEUG A présenté plus haut, on obtient :



ce qui permet d'écrire immédiatement :

$$\underline{U} = \underline{Z} \underline{I}_1 + R \underline{I}_1 = \underline{Z} \underline{I}_2 + R \underline{I}_2$$

entraîne
$$\underline{I}_1 = \underline{I}_2 = \frac{\underline{U}}{R + \underline{Z}} \quad (1)$$

et
$$\underline{U}' = R \underline{I}_1 - \underline{Z} \underline{I}_2$$

qui, d'après (1), devient
$$\underline{U}' = (R - \underline{Z}) \underline{I}_1$$

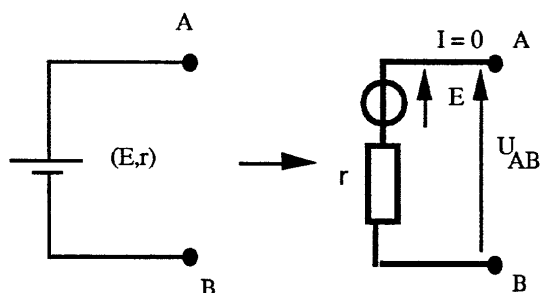
$$\underline{U}' = \frac{R - \underline{Z}}{R + \underline{Z}} \underline{U}$$

1.3. Modélisation d'un générateur de tension continue

En circuit ouvert

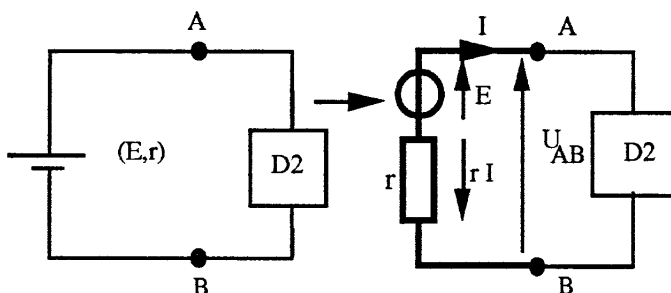
Il résulte de cette visualisation que :

$$U_{AB} = E$$

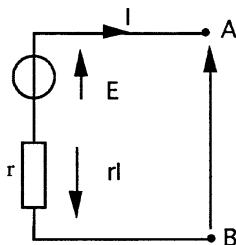


En circuit fermé

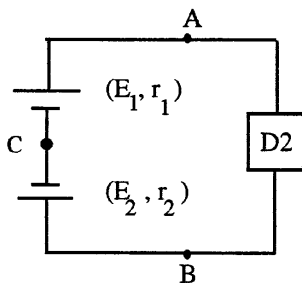
$$U_{AB} = E - r I$$

**Remarques :**

a - Dans la plupart des manuels les schémas électriques sont proposés sans la résistance de charge (voir figure ci-après). Le risque de confusion existe pour certains élèves qui pourraient penser qu'il y a un courant en circuit ouvert.



b - La modélisation présente un grand avantage dans le cas de deux générateurs en opposition. Dans l'exemple suivant nous avons choisi $E_1 > E_2$.



Les élèves écrivent parfois :

$$U_{AB} = U_{AC} + U_{CB}$$

avec :

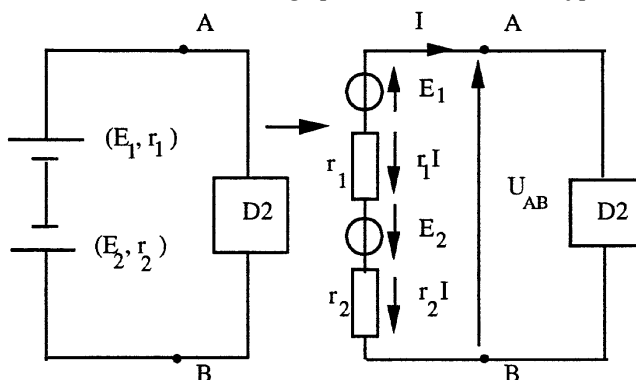
$$U_{AC} = E_1 - r_1 I$$

$$U_{BC} = E_2 - r_2 I$$

(loi d'Ohm pour un générateur) donc :

$$U_{AB} = (E_1 - r_1 I) - (E_2 - r_2 I)$$

La modélisation et le fléchage permettent d'éviter ce type d'erreur.



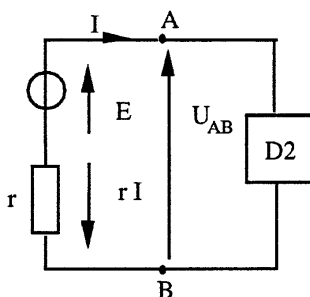
Il résulte de cette **visualisation** que :

$$U_{AB} = E_1 - r_1 I - E_2 - r_2 I = E - r I$$

On peut poursuivre la modélisation de la façon suivante :

avec :

$$E = E_1 - E_2 \quad \text{et} \quad r = r_1 + r_2$$

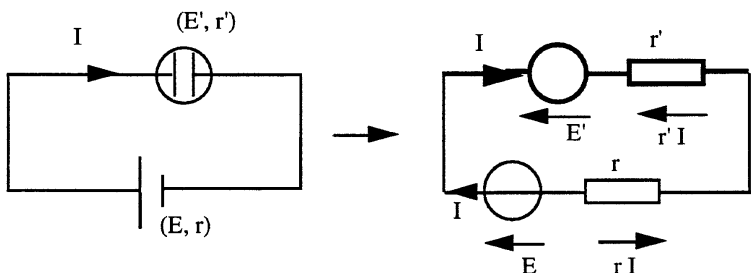


1.4. Modélisation d'un récepteur

Un modèle de récepteur est utilisé dans l'enseignement depuis plusieurs années. Cependant celui-ci correspond maintenant au symbole de la source idéale de tension introduit dans les programmes de seconde.

Même si ce modèle permet de rendre compte du fonctionnement des dipôles générateurs et récepteurs, il existe un risque de confusion pour les élèves qui ne l'utilisent pas fréquemment, risque d'assimiler un récepteur à un générateur.

Nous suggérons donc un autre modèle pour les récepteurs et les diodes en fonctionnement linéaire, modèle présenté figure ci-après et utilisé systématiquement dans la suite de cet article.



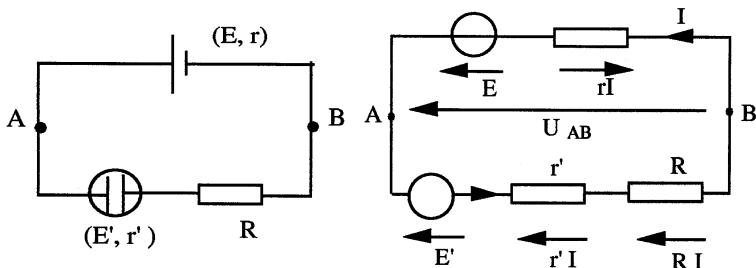
Conclusion

Cette méthode :

- oblige à visualiser le circuit sans faire explicitement référence à une convention (générateur ou récepteur),
- évite la mémorisation des lois d'Ohm,
- supprime le risque d'oublier les résistances internes des générateurs et des récepteurs.

2. MISE EN PLACE DE LA MODÉLISATION ET DU FLÉCHAGE DES TENSIONS

2.1. Pour un circuit n'utilisant que des dipôles élémentaires



a - On modélise le générateur et on place la flèche tension correspondant à sa f.é.m.

b - On indique le sens du courant.

c - On modélise le reste du circuit et on flèche les tensions aux bornes des autres éléments.

Pour déterminer une grandeur (tension ou intensité) l'élève choisira une des deux écritures suivantes :

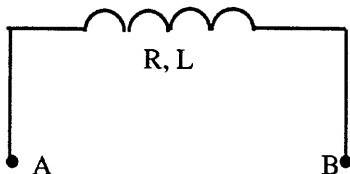
$$E - E' - r'I - RI - rI = 0$$

(loi d'additivité des tensions dans la maille),

$$U_{AB} = E - rI = E' + r'I + RI$$

(loi d'additivité des tensions).

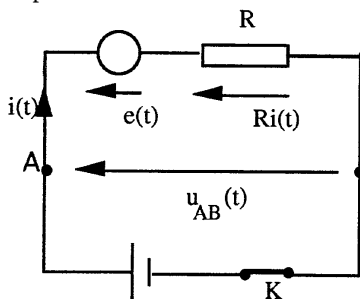
2.2. Pour une bobine réelle



Dans ce paragraphe le modèle traduit le comportement physique ou mode de fonctionnement. On verra la mise en équation ultérieurement.

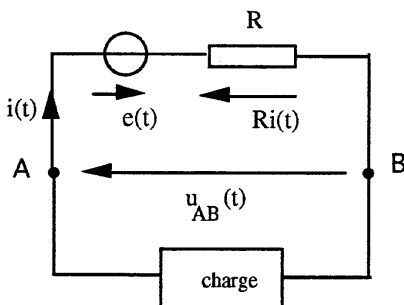
Trois situations peuvent se présenter :

– *la bobine emmagasine de l'énergie* : elle fonctionne en récepteur. Elle est modélisée par :

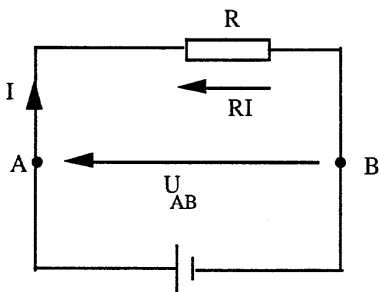


$i(t)$ représente l'intensité à la date t .

– *la bobine restitue de l'énergie* : elle fonctionne en générateur. Elle est modélisée par :



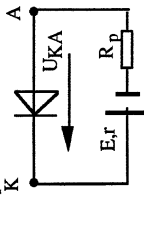
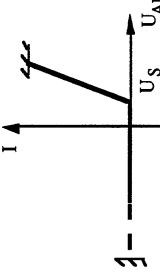
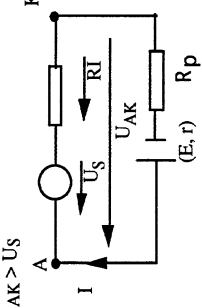
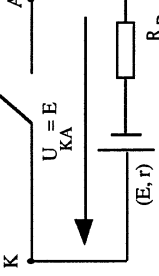
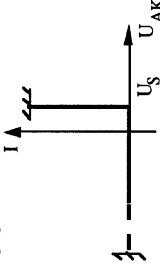
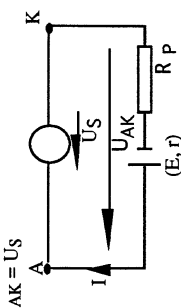
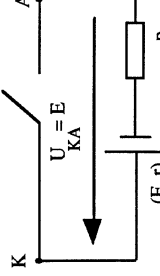
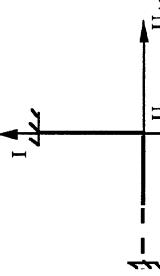
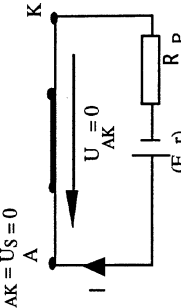
– *la bobine se trouve en régime permanent continu*. Elle est modélisée par :



Remarque : Cette modélisation, basée sur le sens réel du courant, a pour but de faire comprendre le phénomène physique.

2.3. Pour une diode

Les différents états de la diode analysés et modélisés à partir de la caractéristique sont présentés dans le tableau ci-après.

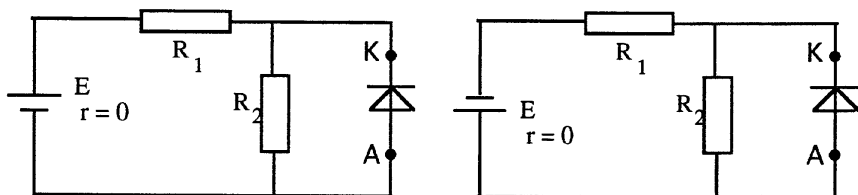
Diode bloquée	DIODE	Diode passante
	← ⇒ a) diode réelle dont la caractéristique a été linéarisée: elle possède une tension de seuil et une résistance interne R_o. 	 $U_{AK} > U_S$
 $U_{AK} < U_S$	b) diode réelle dont la résistance interne peut être négligée 	 $U_{AK} = U_S$
 $U_{AK} < U_S$	c) diode dont la tension de seuil peut être négligée (diode idéale). 	 $U_{AK} = U_S = 0$

3. ACTIVITÉS DE MODÉLISATION

3.1. Niveau seconde

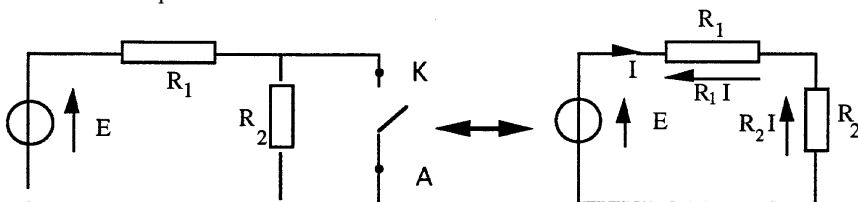
Exercice

La diode est IDÉALE : exprimer l'intensité du courant dans les deux circuits ci-après :



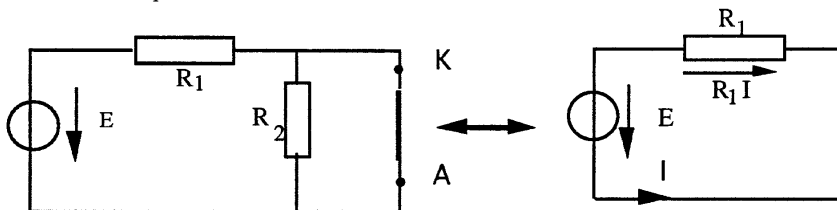
Solution

– **Premier circuit** : $U_{AK} < 0$: la diode est dans l'état bloqué. Le schéma équivalent est :



Le fléchage entraîne : $E - R_1 I - R_2 I = 0$ soit $I = \frac{E}{R_1 + R_2}$.

– **Deuxième circuit** : $U_{AK} > 0$: la diode est dans l'état passant. Le schéma équivalent est :



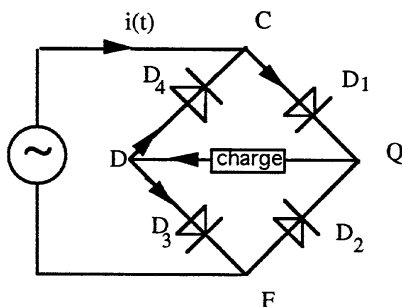
On obtient de même : $E - R_1 I = 0$ soit $I = \frac{E}{R_1}$.

Remarque : Dans un premier stade les élèves peuvent raisonner sur le sens du courant dans la diode, mais ils ne doivent pas perdre de vue que **l'état passant d'une diode est déterminé par le signe de U_{AK}** .

3.2. Niveau première

Fonctionnement d'un pont de Graëtz (avec diodes idéales)

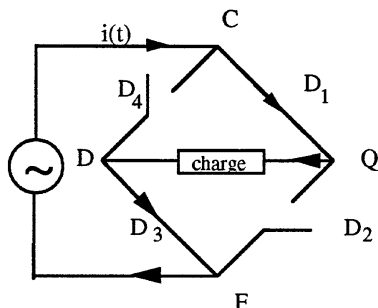
Pendant une alternance si on ne modélise pas, le raisonnement est le suivant :



- en C le courant passe vers D_1 qui est dans le sens «passant» alors que D_4 est bloquée,
- en Q le courant passe vers D à travers la résistance car D_2 est bloquée,
- en D le **courant se partage** D_3 et D_4 étant dans le sens «passant».

Cette démarche associe le sens passant au sens de la «flèche» symbole de la diode (résultat d'un raisonnement séquentiel).

Par contre déterminer au préalable l'état des diodes et les remplacer immédiatement par leurs modèles permet de considérer le circuit comme un **système**. On obtient le schéma suivant :



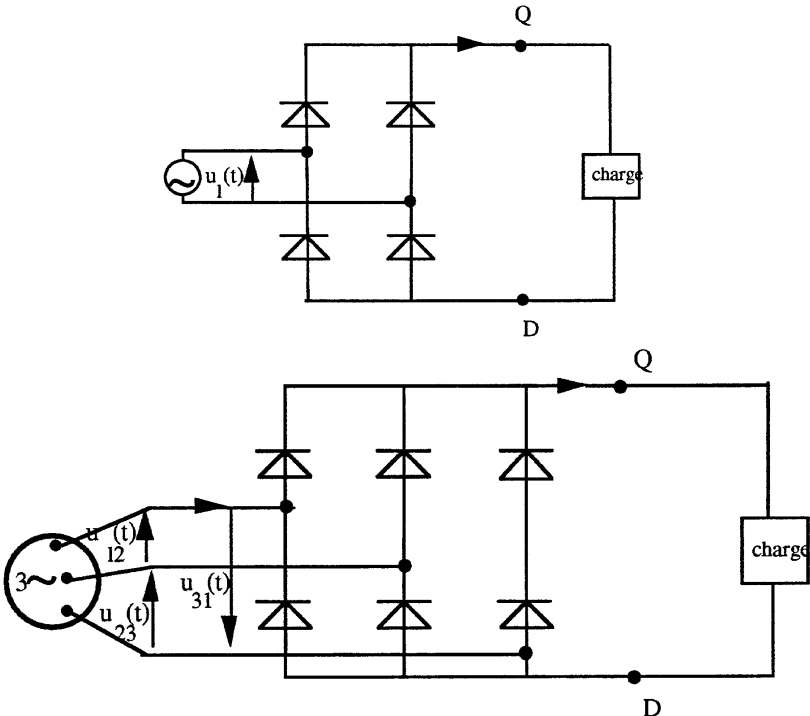
- D_1 et D_3 sont dans l'état passant $\cong$ interrupteurs fermés.
- D_2 et D_4 sont dans l'état bloqué $\cong$ interrupteurs ouverts.
- Il n'y a pas d'ambiguïté en D.

Explication

- «L'anode» de D_1 et «la cathode» de D_4 étant reliées au même point C : les deux diodes ne peuvent être dans le même état. De même pour D_3 et D_2 .
- D_1 est dans l'état passant donc D_4 est bloquée.
- D_3 est dans l'état passant donc D_2 est bloquée.

Le même raisonnement s'applique à l'autre alternance.

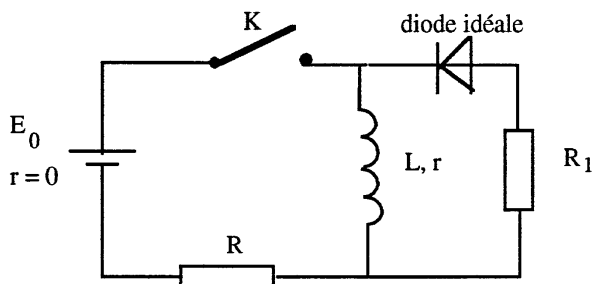
Nous avons représenté le pont comme on le rencontre souvent. Il est préférable de prendre la représentation ci-après généralisable en triphasé.



3.3. Niveau terminale

Exercice

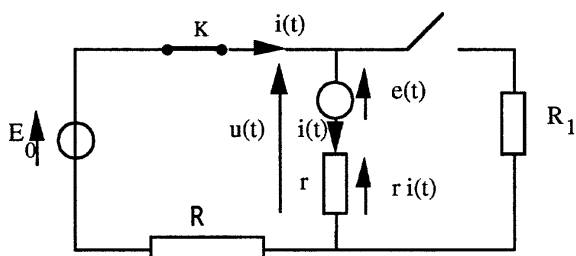
Analyser le fonctionnement du montage ci-dessous lorsqu'on ferme K puis lorsqu'on l'ouvre.



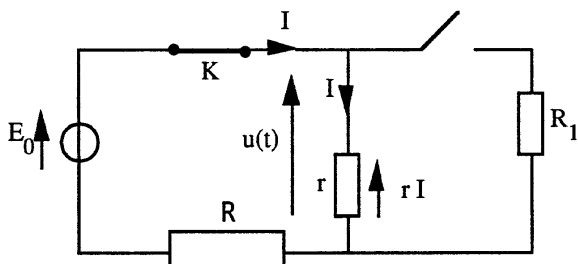
Solution

utilisant la modélisation présentée

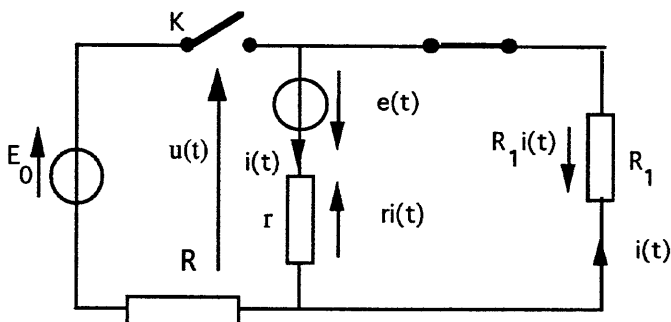
– **Situation a :** on ferme K . On est tout d'abord dans un régime transitoire. La diode est dans l'état bloqué, son modèle est un interrupteur ouvert, et la bobine est un récepteur. Son modèle, voir précédemment, fait apparaître que la flèche représentant $e(t)$ est de sens opposé à $i(t)$.



– **Situation b :** K est fermé et le régime permanent continu est établi : la diode est dans l'état bloqué, la bobine est modélisée par sa résistance.



– **Situation c :** on ouvre K. La bobine se comporte comme un générateur. Son modèle, voir précédemment, fait apparaître que la flèche représentant $e(t)$ est de même sens que $i(t)$. La diode est alors dans l'état passant. Son modèle est un interrupteur fermé.



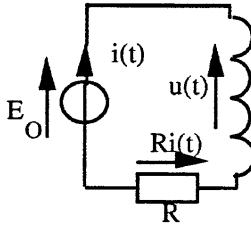
Chaque schéma décrit le fonctionnement réel du système dans l'état correspondant. Ceci permettra à l'élève de bien saisir la réalité physique du problème.

Lorsque ce stade sera atteint il devient indispensable d'utiliser les valeurs algébriques.

Considérons les deux situations a et c précédentes comme deux problèmes distincts. Pour les deux situations on a :

– **Situation a**

Équation : $u(t) + Ri(t) = E_0$

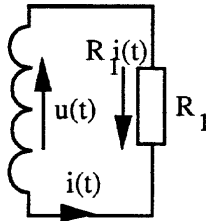


$$r i(t) + L \frac{di(t)}{dt} + R i(t) = E_0$$

La solution de cette équation montre que $i(t)$ est croissant.

– **Situation c**

Équation : $u(t) + Ri(t) = 0$

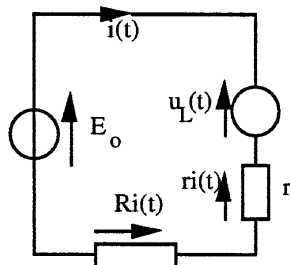


$$r i(t) + L \frac{di(t)}{dt} + R_1 i(t) = 0$$

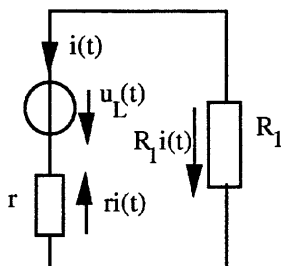
La solution de cette équation montre que $i(t)$ est décroissant.

Il est cependant possible d'aborder la mise en équation à partir de la modélisation présentée précédemment qui tient compte de l'analyse physique initiale. Reprenons les schémas obtenus après la mise en place de la modélisation et du fléchage.

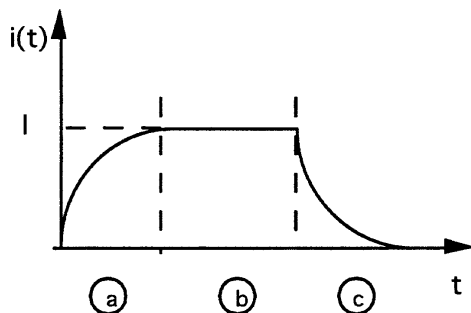
– Situation a



– Situation c



L'utilisation d'un oscillographe permet d'accéder à la loi de variation de l'intensité du courant dans la bobine en fonction du temps.



La courbe ne présente ni discontinuité, ni changement de sens du courant.

Dans la modélisation présentée dans cet article, le sens de la flèche associée correspond obligatoirement à une valeur positive de la grandeur. On devra donc prendre :

$$u_L(t) = |e(t)|$$

soit si i croissant (partie a de la courbe) $u_L(t) = L \frac{di(t)}{dt} > 0$,

soit si i décroissant (partie c de la courbe) $u_L(t) = -L \frac{di(t)}{dt} > 0$.

Les équations obtenues à partir de la loi d'additivité des tensions sont alors les mêmes que précédemment.

Annexe

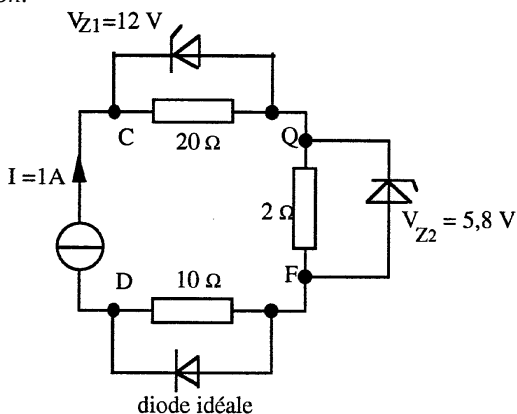
Exercice sur la diode Zéner

L'exercice a pour objectifs :

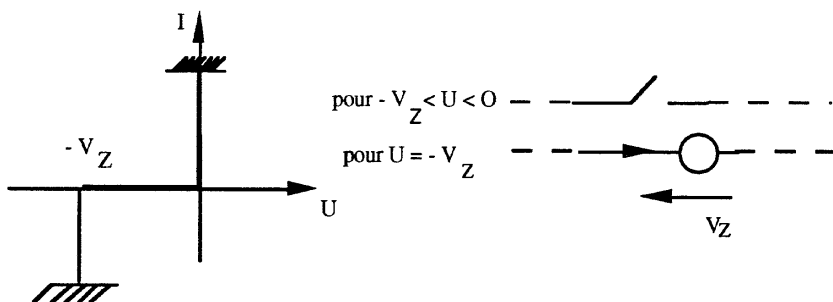
- de montrer l'intérêt de la modélisation,
- d'émettre des hypothèses et de faire des choix.

Il n'a pas d'application pratique.

Analyser le fonctionnement du circuit suivant en utilisant la modélisation.



1. CARACTÉRISTIQUE D'UNE DIODE ZÉNER IDÉALE



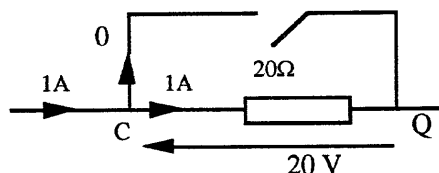
Elle montre qu'une diode Zéner n'a d'intérêt par rapport à une diode classique que si elle est utilisée en inverse.

2. ANALYSE

On cherche, de façon indépendante, le modèle équivalent à chaque portion de circuit comportant une diode en faisant une hypothèse sur son état.

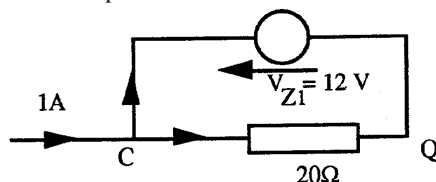
a - Portion CQ : la diode zéner est en inverse.

– Si elle est dans l'état bloqué :



On aurait $V_{CQ} = V_{Z1} = 20\text{ V}$, donc $V_{Z1} > 12\text{ V}$. Hypothèse à rejeter : la diode est donc passante.

– Si elle est dans l'état passant :



La diode limite la tension à 12 V.

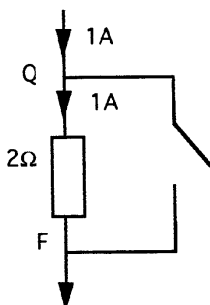
0,6 A dans la résistance

$V_{CQ} = V_{Z1} = 12\text{ V}$.

0,4 A dans la diode.

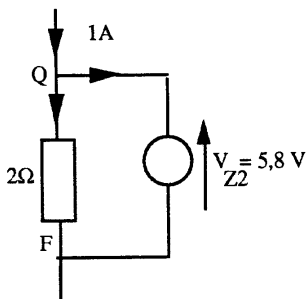
b - Portion QF

– Si la diode est dans l'état bloqué :



$V_{QF} = V_{Z2} = 2 \text{ V}$; $V_{Z2} < 5,8 \text{ V}$. La diode est effectivement dans l'état bloqué.

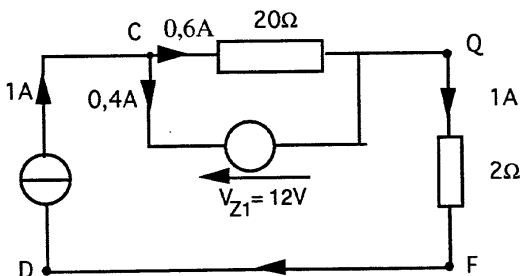
– Si la diode est dans l'état passant :



La tension aux bornes de la diode est de 5,8 V alors : $V_{QF} = 5,8 \text{ V}$ soit $I_{QF} = 5,8/2 = 2,9 \text{ A}$. $I_{QF} > 1 \text{ A}$ impossible donc la diode est bloquée.

Pour la partie FD voir exercice de seconde.

D'où le schéma final



CONCLUSION

Déjà utilisée sous une forme très proche dans les classes spécialisées de l'enseignement technique, cette méthode de «modélisation et de fléchage» a été testée en DEUG première année de l'université de Rennes avec les étudiants (environ deux cent cinquante) inscrits au module «Méthodologie des Sciences Physiques», module s'adressant aux étudiants en difficulté à la fin du premier semestre et qui avaient suivi au premier semestre un enseignement d'électrocinétique.

Les premières conclusions montrent :

- que les étudiants sont obligés de faire un schéma (!) et qu'ils sont obligés de réfléchir (!),
- que le fléchage ne pose aucune difficulté, bien qu'il soit accueilli avec réticence,
- qu'une fois l'habitude prise, la résolution des exercices est grandement facilitée,
- qu'on évite une mathématisation systématique, préjudiciable à la compréhension physique des phénomènes,
- qu'une réflexion naturelle s'effectue sur **le fonctionnement physique** des différents dipôles,
- que l'étude des circuits en alternatif par la méthode des complexes devient un prolongement naturel, bien accepté et rapidement assimilée par les étudiants.

Nous estimons par ailleurs qu'une initiation précoce, c'est-à-dire dès la classe de seconde, est tout à fait possible et qu'on peut alors, sans aucune difficulté, prolonger cette méthode jusqu'à un niveau élevé d'études.

Cette **cohérence** entre les différents niveaux d'enseignement nous paraît enfin particulièrement intéressante pour les enseignants et les élèves qui peuvent travailler les uns et les autres dans la continuité, du lycée à l'université.

Enfin l'enseignement de l'électricité reste très près de l'expérience ce qui est naturellement sa finalité.