

ETUDE DE QUELQUES THEMES
D'OPTIQUE PHYSIQUE

B.LEPRETRE, R. ADAD
Institut Newton, Marseille

Les thèmes retenus sont ceux qui figurent au programme d'optique des classes de Spéciales M, M', P, P'. Les calculs et graphiques ci-après ont été réalisés à l'aide du logiciel Mathematica, sur plateforme NeXT.

1 Fentes de Young - Influence de la diffraction

- **Cas d'une fente seule**

On considère le dispositif des fentes de Young. a étant la distance entre les deux fentes et b leur largeur, on pose $a = k b$. La source est une fente fine, parallèle à $x'x$, placée au foyer objet d'une première lentille.

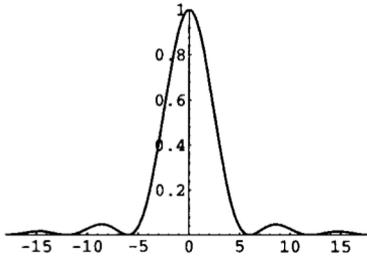
Soit i l'interfrange du phénomène d'interférence observé "à l'infini", c'est-à-dire dans le plan focal d'une seconde lentille, dite lentille de projection.

Si X est l'abscisse des points du plan focal, et si on pose $x = \frac{X}{i}$, on trouve que la diffraction par une fente seule conduit à une intensité lumineuse :

$$I = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{\pi x}{k}\right)}{\left(\frac{\pi x}{k}\right)^2}$$

On prend $k = 6$.

La courbe représentative a l'allure suivante :

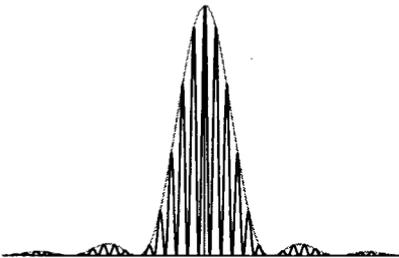


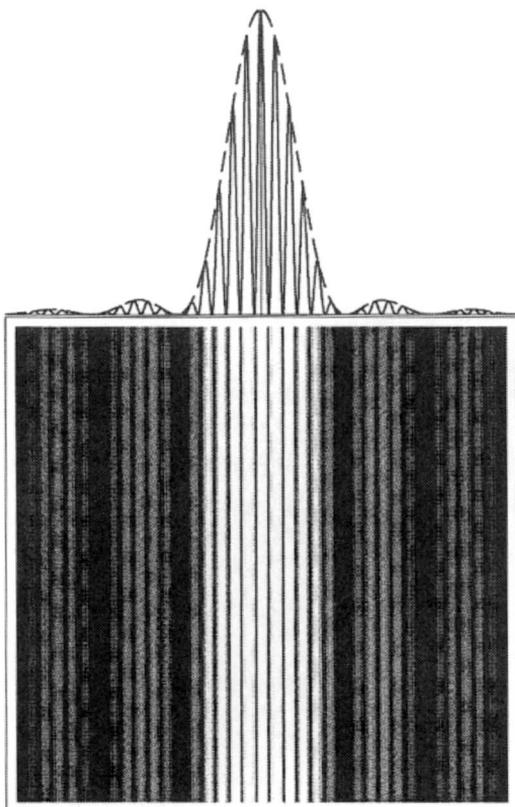
• **Cas de deux fentes**

L'intensité donnée dans le plan focal par deux fentes de Young est :

$$I = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{\pi x}{k}\right)}{\left(\frac{\pi x}{k}\right)^2} \cos^2(\pi x)$$

La courbe représentative montre clairement les interférences :





Ci-dessus, la figure de diffraction telle qu'elle apparait sur l'écran.

2 Défauts de cohérence temporelle

L'interférence entre deux ondes monochromatiques produit une intensité lumineuse sur un écran donnée par l'expression classique :

$$I = \frac{I_0}{2} (1 + \cos(\phi))$$

i_0 est l'intensité maximale observée sur l'écran (franges lumineuses), ϕ est le déphasage entre les deux ondes.

Un défaut de monochromaticité produit un phénomène de brouillage de la figure d'interférence, qui se traduit par une expression de i du type :

$$I = \frac{I_0}{2} (1 + V \cos(\phi))$$

V est le "facteur de visibilité" des franges.

- **Interférences produites à partir de deux longueurs d'onde voisines**

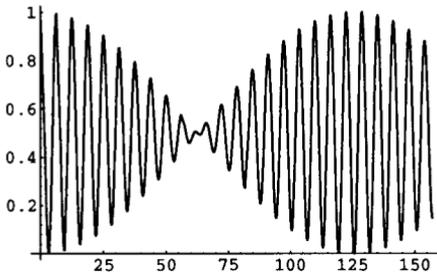
La lumière contient deux raies de longueurs d'onde λ_1 et λ_2 proches et de même intensité (exemple : le doublet du sodium).

Le facteur de visibilité est alors donné par :

$$V = \cos\left(\frac{(\lambda_2 - \lambda_1) \phi_0}{2 \lambda_0}\right)$$

où $\lambda_0 = \lambda_1$ ou λ_2 et où ϕ_0 est le déphasage entre les deux ondes pour la longueur d'onde λ_1 ou λ_2 .

On obtient :



V est dans ce cas une fonction périodique. Cette courbe ressemble aux courbes de battements observées en mécanique.

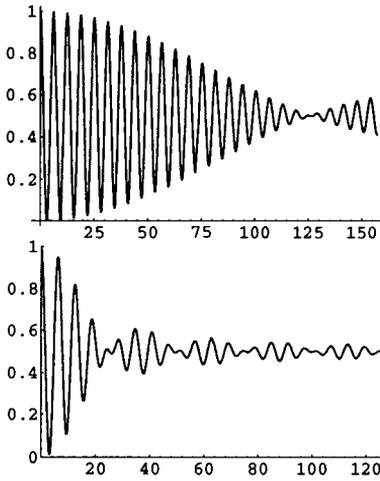
• **Interférences produites à partir d'une bande continue de fréquences**

La source de lumière émet continûment dans une bande de fréquences comprises entre N_1 et N_2 , l'intensité spectrale étant constante. On obtient alors :

$$V = \frac{\sin(u)}{u} \text{ avec } u = \frac{\phi_0 (N_2 - N_1)}{2 N_0}$$

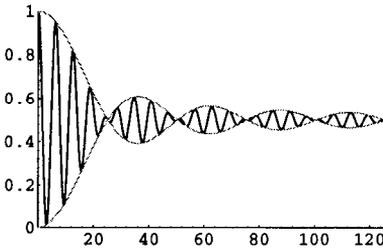
où $N_0 = \frac{N_1 + N_2}{2}$ et où ϕ_0 est le déphasage correspondant à la fréquence N_0 .

Contrairement au cas précédent, V n'est plus périodique mais tend vers 0, d'autant plus rapidement que $N_2 - N_1$ est plus grand.



Les courbes $I(\phi)$ sont enveloppées par les courbes d'équations

$$I = \frac{I_0}{2} (1 + V) \quad \text{et} \quad I = \frac{I_0}{2} (1 - V)$$



Ces courbes ressemblent aux courbes de battements amortis, observés en mécanique.

3 Interférences à ondes multiples de Pérot - Fabry

Ce dispositif interférentiel est constitué par une lame mince de verre à faces parallèles, recouverte sur ses deux faces d'une couche semi-réfléchissante.

Le coefficient de réflexion pour l'amplitude sur une face est R .

Le phénomène est observé par transmission.

On nomme Φ le déphasage entre deux ondes successives dans une direction d'observation donnée et I_0 l'intensité maximale observée sur la figure d'interférences.

On prendra $I_0 = 1$.

Avec ces notations, on obtient :

$$I = \frac{I_0}{1 + m \sin^2\left(\frac{\Phi}{2}\right)}$$

Avec :

$$m = \frac{4R}{(1-R)^2}$$

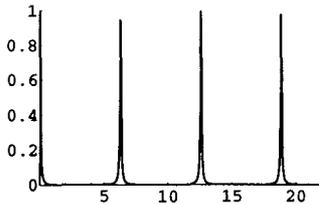
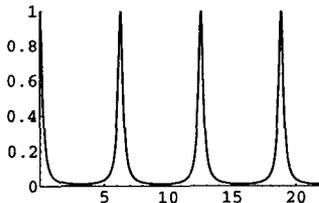
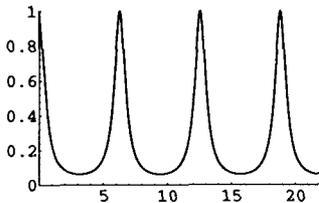
Le tableau suivant donne quelques valeurs pour R et m :

R	m
0.60	15
0.80	80
0.85	151
0.90	360
0.95	1520

Lorsque R augmente, la figure d'interférences est de moins en moins lumineuse mais de plus en plus contrastée.

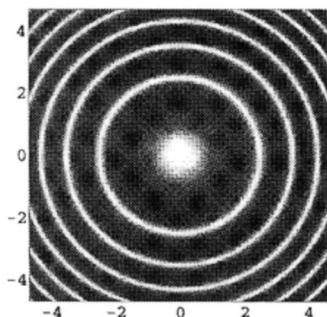
• Visualisation des courbes $I(\Phi)$

Les trois courbes suivantes correspondent successivement à :
 $R = 0.60$, $R = 0.80$, puis $R = 0.95$:

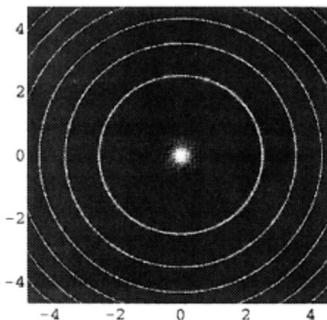


- Visualisation des figures d'interférences

Ces deux figures correspondent à $R = 0.60$ et $R = 0.95$. On observe nettement, entre la première et la seconde, la diminution de luminosité et l'augmentation de contraste :



Le fond d'écran est plus sombre, les franges sont plus fines. Les anneaux dont l'éclairement est le même que le centre ont un rayon proportionnel à la racine carrée des entiers successifs.



4 Interférences à l'infini entre N ondes cohérentes

On s'intéresse à un dispositif interférentiel à N ondes, par exemple N fentes fines identiques équidistantes éclairées par une onde plane de lumière monochromatique en incidence normale.

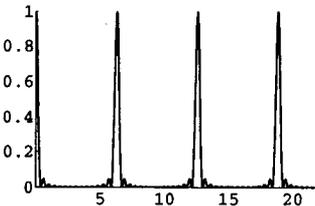
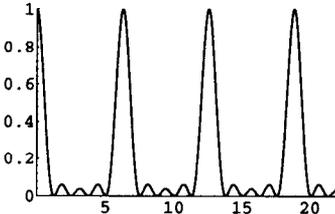
On nomme Φ le déphasage entre deux ondes émergentes successives dans une direction d'observation donnée et I_0 l'intensité maximale observée sur la figure d'interférences.

Avec ces notations, on obtient :

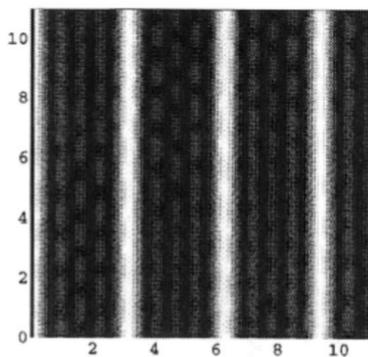
$$I = \frac{I_0}{N^2} \frac{\sin^2(N \frac{\Phi}{2})}{\sin^2(\frac{\Phi}{2})}$$

Lorsque N augmente, la figure d'interférences est de plus en plus lumineuse et de plus en plus contrastée (le nombre de maxima secondaires augmente).

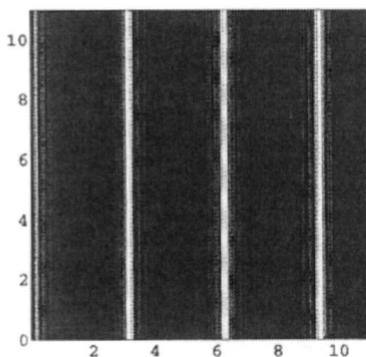
- Visualisation des courbes $I(\Phi)$ pour N = 5 puis N = 15 :



- Figures d'interférences correspondantes :

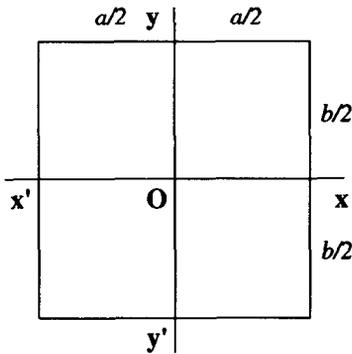


Dans la figure ci-dessous, le fond d'écran est plus sombre.
Les maxima secondaires ont presque disparu.



5 Diffraction par une fente rectangulaire

Soit la fente de diffraction suivante, éclairée par une onde plane se propageant selon $z'z$:



L'onde plane est formée à l'aide d'une source quasi-ponctuelle placée sur Oz , au foyer objet d'une lentille.

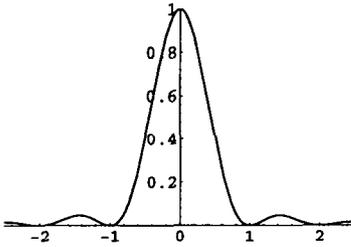
M étant un point situé à l'infini, on désigne par α et β les cosinus directeurs de la direction OM par rapport aux axes Ox et Oy , et par λ la longueur d'onde de la lumière utilisée.

L'intensité observée dans la direction OM est donnée par :

$$I(\alpha, \beta) = I(0, 0) \frac{\sin^2\left(\frac{\pi \alpha a}{\lambda}\right)}{\left(\frac{\pi \alpha a}{\lambda}\right)^2} \frac{\sin^2\left(\frac{\pi \beta b}{\lambda}\right)}{\left(\frac{\pi \beta b}{\lambda}\right)^2}$$

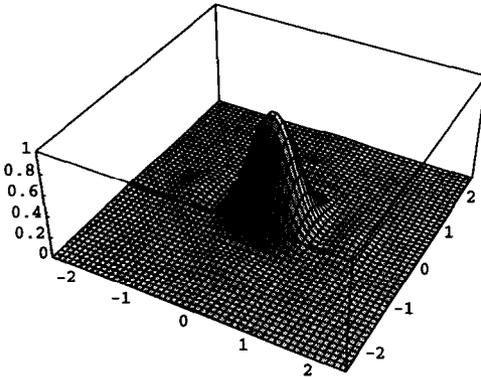
- Cas d'une fente carrée

Intensité lumineuse observée en fonction de x dans le plan (xOz)



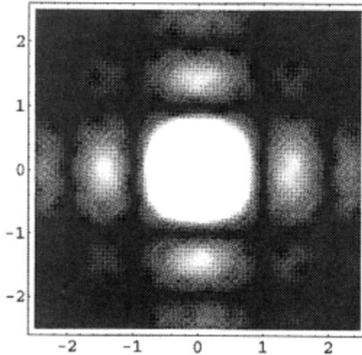
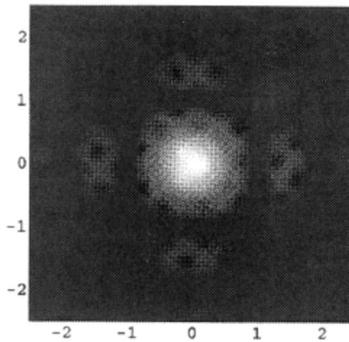
Intensité lumineuse observée en fonction de x et y

Nappe d'équation $z = I(x, y)$:



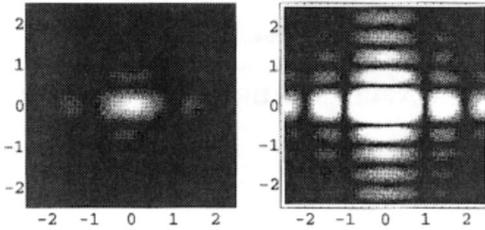
Visualisation de la figure de diffraction

Le second de ces deux graphiques est sans doute plus satisfaisant que le premier puisqu'il bénéficie d'un bien meilleur contraste, ce qui permet de "voir" nettement les maxima secondaires. Toutefois, ce contraste a été obtenu ici de manière artificielle : la première figure correspond beaucoup mieux à ce qui serait effectivement observé expérimentalement.



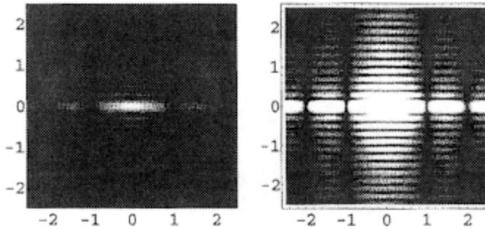
- Cas d'une fente non carrée

Lorsqu'on déforme la fente de diffraction dans le sens vertical, en prenant $b = Ka$ avec $K > 1$, la figure observée sur l'écran subit un écrasement (cf. ci-dessous : $K = 2$ puis $K = 5$). A la limite, la figure de diffraction serait réduite à une raie horizontale si l'on faisait tendre le rapport $\frac{b}{a}$ vers $+\infty$.



Les figures de gauche correspondent à ce qui serait effectivement observé à l'écran.

Celles de droite, par une augmentation artificielle du contraste, mettent en évidence les variations de $I(x, y)$.



Optique.ma

*ETUDE DE QUELQUES THEMES
D'OPTIQUE PHYSIQUE*

*Bernard LEPRETRE - René ADAD
Copyright © INSTITUT NEWTON*

Liste des commandes Mathematica

■ FENTES DE YOUNG : INFLUENCE DE LA DIFFRACTION

□ Cas d'une fente seule :

```
In[1]:=
  i0 = 1;

In[2]:=
  k = 6;

In[3]:=
  i[x_] := i0 Sin[Pi x / k]^2 / (Pi x / k)^2

In[4]:=
  fs1 = Plot[i[x], {x, -18, 18},
    PlotRange -> {{-18, 18}, {0, i0}}]
```

□ Cas de deux fentes :

```
In[5]:=
  i[x_] := i0 (Sin[Pi x / k]^2 / (Pi x / k)^2) Cos[Pi x]^2

In[6]:=
  fs2 = Plot[i[x], {x, -18, 18},
    PlotRange -> {{-18, 18}, {0, i0}},
    Ticks -> None,
    PlotPoints -> 80]

In[7]:=
  Show[fs1, fs2]

i[x_, y_] := i0 Sin[Pi x / k]^2 / (Pi x / k)^2 Cos[Pi x]^2

DensityPlot[i[x, y], {x, -18, 18}, {y, -18, 18},
  PlotPoints -> 100, Mesh -> False,
  FrameTicks -> None, Ticks -> None,
  Axes -> False]
```

■ DEFAUTS DE COHERENCE TEMPORELLE

- Interférence produite à partir de deux longueurs d'onde voisines λ_1 et λ_2 : (exemple = le doublet du sodium)

```
i0 = 1;
i[t_] := 0.5 i0 (1 + Cos[t / 40] Cos[t])
Plot[i[t], {t, 0, 50 Pi}, PlotPoints -> 50]
```

- Interférence produite à partir d'une bande continue de fréquences comprises entre ν_1 et ν_2 :

```
i[t_] := 0.5 i0 (1 + ( Sin[t/40] / (t / 40) ) Cos[t] )
Plot[i[t], {t, 0, 50 Pi}, PlotPoints -> 50]
i[t_] := 0.5 i0 (1 + ( Sin[t/8] / (t / 8) ) Cos[t] )
sc1 = Plot[i[t], {t, 0, 40 Pi}, PlotPoints -> 60,
  PlotRange -> {{0, 40 Pi}, {0, 1}}]
e1[t_] := 0.5 i0 (1 + ( Sin[t/8] / (t / 8) ))
e2[t_] := 0.5 i0 (1 - ( Sin[t/8] / (t / 8) ))
sc2 = Plot[{e1[t], e2[t]}, {t, 0, 40 Pi}, PlotPoints -> 60,
  PlotRange -> {{0, 40 Pi}, {0, 1}},
  PlotStyle -> {{GrayLevel[0.5]}}]
Show[sc1, sc2]
```

■ INTERFERENCES A ONDES MULTIPLES DE PEROT-FABRY

```
i[t_, m_] := 1 / (1 + m Sin[t/2]^2)
```

m est un coefficient qui dépend du coefficient de réflexion R des deux faces de la lame semi-transparente. Avec $R = 0,80$; $m = 80$ et $R = 0,95$; $m = 1520$.

```
Plot[i[t, 15], {t, 0, 7 Pi},
  PlotRange -> {{0, 7 Pi}, {0, 1}}]
```

- Premier cas : $m = 80$

```
Plot[i[t, 80], {t, 0, 7 Pi},
  PlotRange -> {{0, 7 Pi}, {0, 1}}]
```

Optique.ma

□ Deuxième cas : $m = 1520$

```

Plot[i[t, 1520], {t, 0, 7 Pi},
  PlotRange -> {{0, 7 Pi}, {0, 1}}]

r = Sqrt[7 Pi];

DensityPlot[i[x^2 + y^2, 15], {x, -r, r}, {y, -r, r},
  PlotPoints -> 200, Mesh -> False,
  PlotRange -> {{-r, r}, {-r, r}, {0, 1}}]

DensityPlot[i[x^2 + y^2, 80], {x, -r, r}, {y, -r, r},
  PlotPoints -> 200, Mesh -> False,
  PlotRange -> {{-r, r}, {-r, r}, {0, 1}}]

DensityPlot[i[x^2 + y^2, 1520],
  {x, -r, r},
  {y, -r, r},
  PlotPoints -> 400, Mesh -> False,
  PlotRange -> {{-r, r}, {-r, r}, {0, 1}}]

```

■ INTERFERENCES A L'INFINI ENTRE n ONDES COHERENTES

```

ClearAll[i]

i[t_, n_] := (1 / n^2) Sin[n t/2]^2 / Sin[t / 2]^2;

```

□ Interférence entre 5 ondes cohérentes

```

coh1 = Plot[i[t, 5], {t, 0, 7 Pi},
  PlotRange -> {{0, 7 Pi}, {0, 1}}]

```

□ Interférence entre 15 ondes cohérentes

```

coh2 = Plot[i[t, 15], {t, 0, 7 Pi},
  PlotRange -> {{0, 7 Pi}, {0, 1}}]

Show[GraphicsArray[{{coh1, coh2}}]]

ClearAll[i];

i[x_, y_, n_] := (1 / n^2) Sin[n x]^2 / Sin[x]^2;

DensityPlot[i[x, y, 5], {x, 0, 3.5 Pi}, {y, 0, 3.5 Pi},
  PlotRange -> {{0, 3.5 Pi}, {0, 3.5 Pi}, {0, 1}},
  PlotPoints -> 100, Mesh -> False]

DensityPlot[i[x, y, 15], {x, 0, 3.5 Pi}, {y, 0, 3.5 Pi},
  PlotRange -> {{0, 3.5 Pi}, {0, 3.5 Pi}, {0, 1}},
  PlotPoints -> 100, Mesh -> False]

```

Optique.ma

■ DIFFRACTION PAR UNE FENTE CARREE

```
sinc[x_] := If [x != 0, Sin[x] / x, 1];
```

```
ClearAll[i];
```

```
i[x_, y_] := sinc[Pi x]^2 sinc[Pi y]^2;
```

- Intensité lumineuse observée en fonction de x dans le plan (xOz) :

```
Plot[i[x, 0], {x, -2.5, 2.5},
      PlotRange -> {{-2.5, 2.5}, {0, 1}}]
```

- Intensité lumineuse observée en fonction de x et y :

nappe d'équation $z = i(x, y)$

```
Plot3D[i[x, y], {x, -2.5, 2.5}, {y, -2.5, 2.5},
        PlotPoints -> 50,
        PlotRange -> {{-2.5, 2.5}, {-2.5, 2.5}, {0, 1}}]
```

Visualisation de la figure de diffraction :

```
DensityPlot[i[x, y], {x, -2.5, 2.5}, {y, -2.5, 2.5},
            PlotPoints -> 150,
            PlotRange -> {{-2.5, 2.5}, {-2.5, 2.5}, {0, 1}},
            Mesh -> False]
```

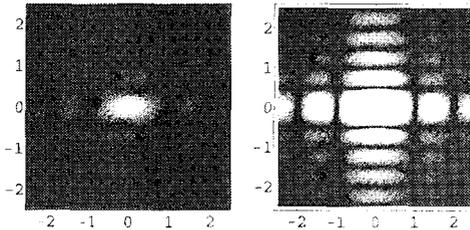
```
DensityPlot[i[x, y], {x, -2.5, 2.5}, {y, -2.5, 2.5},
            PlotPoints -> 150,
            Mesh -> False]
```

■ DIFFRACTION PAR UNE FENTE RECTANGULAIRE

On a choisi $b = 2a$

($a =$ largeur suivant x ' x et $b =$ largeur suivant y ' y) :

```
DensityPlot[i[x, 2 y], {x, -2.5, 2.5}, {y, -2.5, 2.5},
  PlotRange -> {{-2.5, 2.5}, {-2.5, 2.5}, {0, 1}},
  PlotPoints -> 200,
  Mesh -> False]
```



```
DensityPlot[i[x, 5 y], {x, -2.5, 2.5}, {y, -2.5, 2.5},
  PlotRange -> {{-2.5, 2.5}, {-2.5, 2.5}, {0, 1}},
  PlotPoints -> 200,
  Mesh -> False]
```

