Modulation d'amplitude, détection synchrone

par Robert LE GOFF
Lycée Gustave Eiffel - 94230 Cachan

RÉSUMÉ

Après avoir exposé les propriétés d'un signal AM et le principe de la démodulation par détection d'enveloppe, il est présenté les avantages du modulateur synchrone. Une boucle à verrouillage de phase permettra de reconstituer la porteuse.

1. MODULATION D'AMPLITUDE

On désire transmettre un signal de la forme :

$$e = \hat{e} \cos \omega t$$

Pour cela on effectue une modulation d'amplitude suivie d'une démodulation. On module en amplitude un signal appelé porteuse d'équation :

$$p = \hat{p} \cos \Omega t$$

Cette modulation ne peut être réalisée que si la fréquence du signal à transmettre est très faible devant celle de la porteuse.

Dans un premier temps, un signal continu est ajouté au signal à transmettre, ce qui donne :

$$e' = \hat{e} \cos \omega t + U_o$$

Cette tension e' et la porteuse p sont appliquées aux entrées X_1 et Y_1 d'un multiplieur.

A la sortie de ce multiplieur, nous obtenons un signal s_1 qui est, à une constante près, le résultat de l'opération $p \cdot e'$.

Soit : $$s_1 = k\, p \cdot e'$$

Donc : $$s_1 = k\, \hat{p} \cos \Omega t\, (\hat{e} \cos \omega t + U_o)$$

Soit encore : $s_1 = k\,\hat{p}\,U_o \left(1 + \dfrac{\hat{e}}{U_o} \cos \omega t\right) \cos \Omega t$

Posons : $k\,\hat{p}\,U_o = A$ et $\dfrac{\hat{e}}{U_o} = m$

m s'appelle le taux de modulation.

L'expression de s_1 s'écrit alors :

$$s_1 = A\,(1 + m \cos \omega t) \cos \Omega t$$

Effectuons un développement de cette expression. Pour cela appliquons la relation :

$$\cos a \,.\, \cos b = [\cos (a + b) + \cos (a - b)]/2$$

Nous obtenons :

$$s_1 = A \cos \Omega t + \frac{A}{2} m \cos (\Omega + \omega) t + \frac{A}{2} m \cos (\Omega - \omega) t$$

Ce qui donne, suivant la valeur de m, les chronogrammes ci-après :

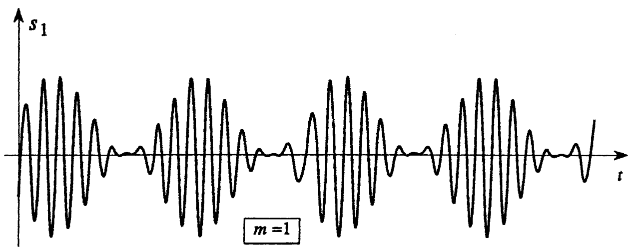

Figure 1

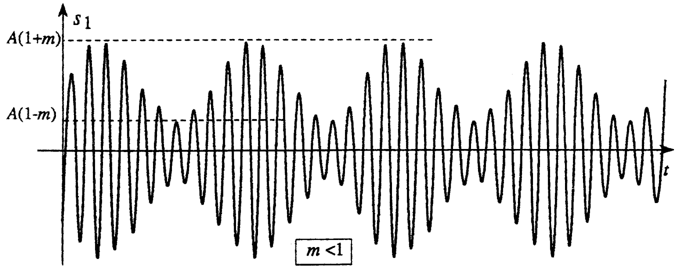

Figure 2

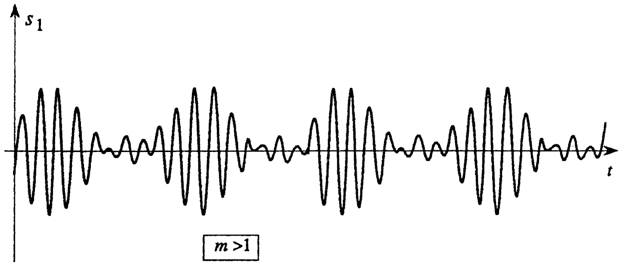

Figure 3

Analyse spectrale de s_1.

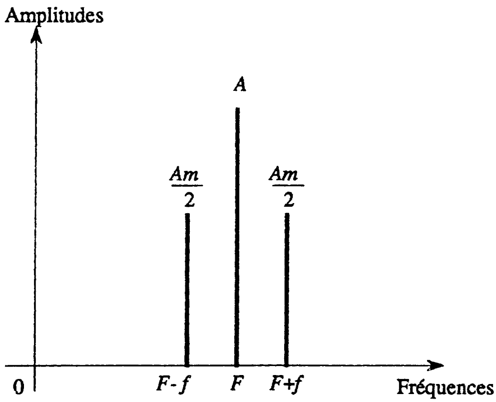

Figure 4

s_1 est un signal modulé dont le spectre en fréquence est formé des trois fréquences suivantes :

$$F, \quad F - f \quad \text{et} \quad F + f$$

avec : $$F = \Omega / 2\pi \quad \text{et} \quad f = \omega / 2\pi.$$

2. DÉMODULATION D'AMPLITUDE

Démoduler une porteuse haute fréquence, consiste à recueillir le signal de modulation :

$$m \cos \omega t$$

à partir du signal : $s_1 = A\,(1 + m \cos \omega t) \cos \Omega t$

2.1. Démodulateur à diode

Prenons l'exemple du signal s_1 correspondant à m < 1 (qui est le seul cas acceptable pour un démodulateur à diode) :

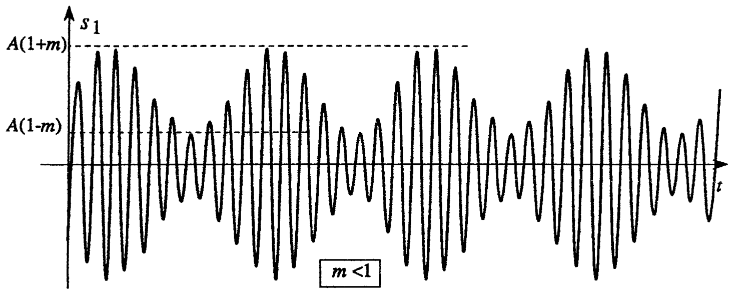

Figure 5

Appliquons le signal s_1 à l'entrée du montage ci-après :

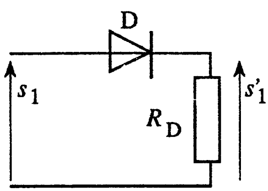

Figure 6

La tension obtenue aux bornes de la résistance R_D a alors la forme suivante :

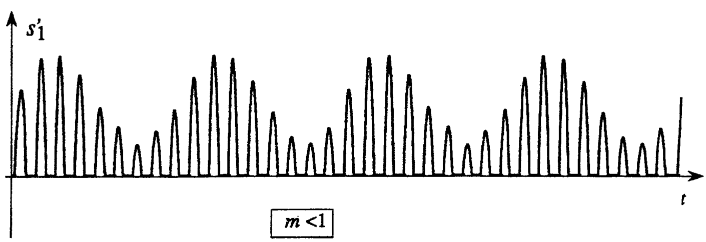

Figure 7

Plaçons en parallèle sur la résistance R_D, un condensateur de capacité C_D telle que le produit R_DC_D soit très grand devant la période 1/F du signal de haute fréquence et que ce même produit R_DC_D soit très faible devant la période 1/f du signal de basse fréquence (c'est-à-dire du signal modulant) :

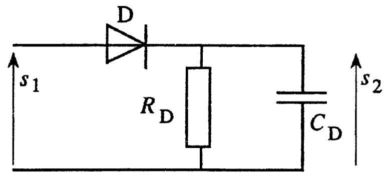

Figure 8

Dans ces conditions, le filtre R_DC_D élimine la porteuse (c'est-à-dire le signal de haute fréquence).

En effet la décharge du condensateur a une durée très faible et la tension s_2 suit sensiblement la forme du signal modulant :

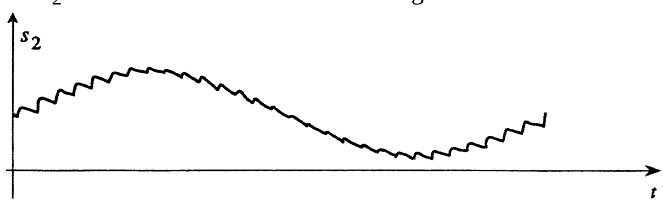

Figure 9

En ajoutant un condensateur C_s, on élimine alors la composante continue :

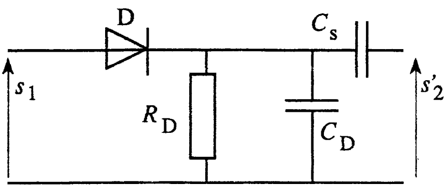

Figure 10

Ce qui donne :

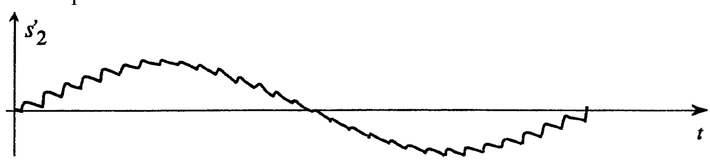

Figure 11

La tension de sortie présente une ondulation de haute fréquence qu'il est possible d'éliminer par insertion d'un filtre supplémentaire.

C'est le rôle de la cellule R_1C_1 de la figure 12 :

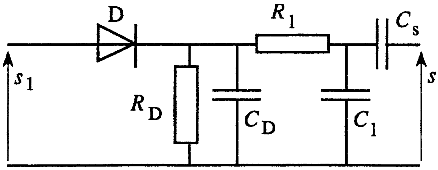

Figure 12

En respectant la condition :

$$1/F << R_1C_1 << 1/f$$

la détection du signal modulant est excellente et on obtient :

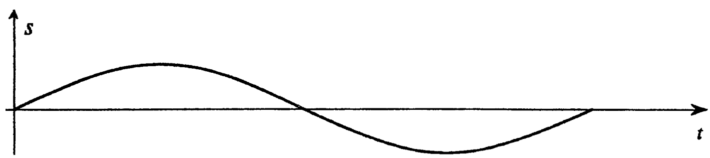

Figure 13

Le démodulateur à diode ne tolère que des indices de modulation inférieurs à 1.

Remarque : Pour permettre une détection à faible niveau, il faut utiliser une diode à faible seuil de redressement : c'est le cas des diodes au germanium et des diodes à pointe.

2.2. Démodulateur synchrone

Cette démodulation s'effectue suivant le principe décrit par le schéma ci-après :

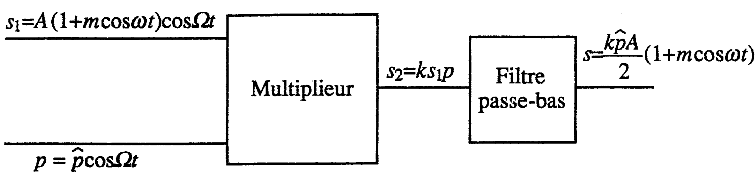

Figure 14

On effectue initialement la multiplication du signal modulé s_1 par la porteuse. En sortie du multiplieur, on récupère un signal s_2 qui a pour expression :

$$s_2 = k\, s_1\, p = k\, \hat{p}\, A\, (1 + m \cos \omega t) \cos^2 \Omega t$$

Transformons l'expression de s_2 en utilisant la relation :

$$\cos^2 x = (1 + \cos 2x)/2$$

Nous obtenons :

$$s_2 = \frac{k\, \hat{p}\, A}{2} (1 + m \cos \omega t)(1 + \cos 2\Omega t)$$

Soit en développant :

$$s_2 = \frac{k\, \hat{p}\, A}{2} (1 + m \cos \omega t + \cos 2\Omega t + m \cos \omega t \cos 2\Omega t)$$

Par application de la relation :

$$\cos a \,.\, \cos b = [\cos (a + b) + \cos (a - b)]/2$$

nous obtenons :

$$s_2 = \frac{k\, \hat{p}\, A}{2} \left[1 + m \cos \omega t + \cos 2\Omega t + \frac{m}{2} \cos (2\Omega - \omega) t + \frac{m}{2} \cos (2\Omega + \omega) t \right]$$

Les conditions sur les fréquences sont telles que :

$$\Omega >> \omega$$

Donc : $2\Omega - \omega >> \omega$ et $2\Omega + \omega >> \omega$

En appliquant la tension s_2 à l'entrée d'un filtre passe-bas de fréquence de coupure f_c telle que :

$$f_c >> f \quad \text{et} \quad f_c << F$$

à la sortie du filtre, on récupère une tension qui a pour expression :

$$s = \frac{k\, \hat{p}\, A}{2} (1 + m \cos \omega t)$$

Après élimination de la composante continue, on obtient :

$$s' = \frac{k\,\hat{p}\,A}{2}\, m \cos \omega t$$

En remplaçant A et m par leurs valeurs, nous obtenons :

$$s' = \frac{k^2\,\hat{p}^2\,\hat{e}}{2} \cos \omega t$$

Exemple : Avec les valeurs $k = 0{,}1\ V^{-1}$; $\hat{p} = 4$ V et $\hat{e} = 6$ V, on obtient :

$$s' = 0{,}48 \cos \omega t$$

Le démodulateur synchrone tolère des indices de modulation supérieurs à 1.

2.3. Reconstitution de la porteuse, boucle à verrouillage de phase

Le démodulateur synchrone que nous venons de présenter dispose à la réception du même oscillateur que celui utilisé à l'émission.

Pour effectuer la même présentation avec deux oscillateurs différents, l'un à l'émission et l'autre à la réception, il est nécessaire de disposer de deux oscillateurs exactement synchrones, c'est-à-dire qui ne présentent aucun déphasage entre eux.

Considérons le cas de deux oscillateurs qui ne le seraient pas exactement.

Soit : $p_1 = \hat{p}_1 \cos \Omega t$ et $p_2 = \hat{p}_2 \cos (\Omega t + \varphi)$

Le schéma de principe du démodulateur reste le même mais avec des signaux d'entrée et de sortie différents :

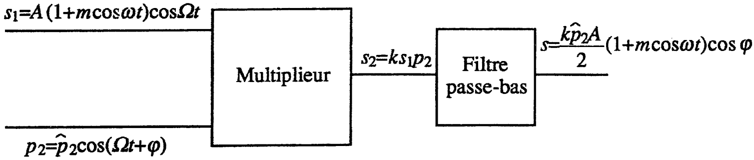

Figure 15

En effet, en sortie du multiplieur, on récupère un signal s_2 qui a pour expression :

$$s_2 = k\, s_1\, p_2 = k\, \hat{p}_2\, A\, (1 + m \cos \omega\, t) \cos \Omega\, t \cos (\Omega\, t + \varphi)$$

Après transformation par application de la relation trigonométrique :

$$\cos a \cos b = [\cos (a + b) + \cos (a - b)]/2$$

nous obtenons :

$$s_2 = \frac{k\, \hat{p}_2\, A}{2} (1 + m \cos \omega\, t) [\cos (2\, \Omega\, t + \varphi) + \cos \varphi]$$

Le développement de l'expression précédente conduit à des composantes de fréquences f, 2F, 2F – f et 2F + f.

En effet :

$$s_2 = \frac{k\, \hat{p}_2\, A}{2} (1 + m \cos \omega\, t) \cos \varphi + \frac{k\, \hat{p}_2\, A}{2} (1 + m \cos \omega\, t) \cos (2\, \Omega\, t + \varphi)$$

Soit encore :

$$s_2 = \frac{k\, \hat{p}_2\, A}{2} (1 + m \cos \omega\, t) \cos \varphi + \frac{k\, \hat{p}_2\, A}{2} \left\{ \cos (2\, \Omega\, t + \varphi) + \frac{m}{2} \cos [(2\, \Omega - \omega)\, t + \varphi] + \frac{m}{2} \cos [(2\, \Omega + \omega)\, t + \varphi] \right\}$$

Le filtre passe-bas élimine les composantes de fréquences 2F, 2F – f et 2F + f. Ce qui donne en sortie du filtre un signal d'expression :

$$s = \frac{k\, \hat{p}_2\, A}{2} (1 + m \cos \omega\, t) \cos \varphi$$

Après élimination de la composante continue, on obtient :

$$s = \frac{k\, \hat{p}_2\, A \cos \varphi}{2}\, m \cos \omega t$$

C'est un signal démodulé dont l'amplitude dépend du déphasage φ. Lorsque les oscillateurs ne sont pas synchrones, φ varie au cours du temps, il en est de même pour le signal démodulé ce qui est inacceptable : ce défaut est appelé «fading».

Dans la pratique, on ne dispose pas du même oscillateur à l'émission et à la réception. On reconstitue le signal provenant de l'oscillateur initial, donc la porteuse, à partir du signal modulé en amplitude.

L'une des solutions consiste à utiliser une boucle à verrouillage de phase.

La figure ci-après illustre le montage de principe d'un démodulateur synchrone.

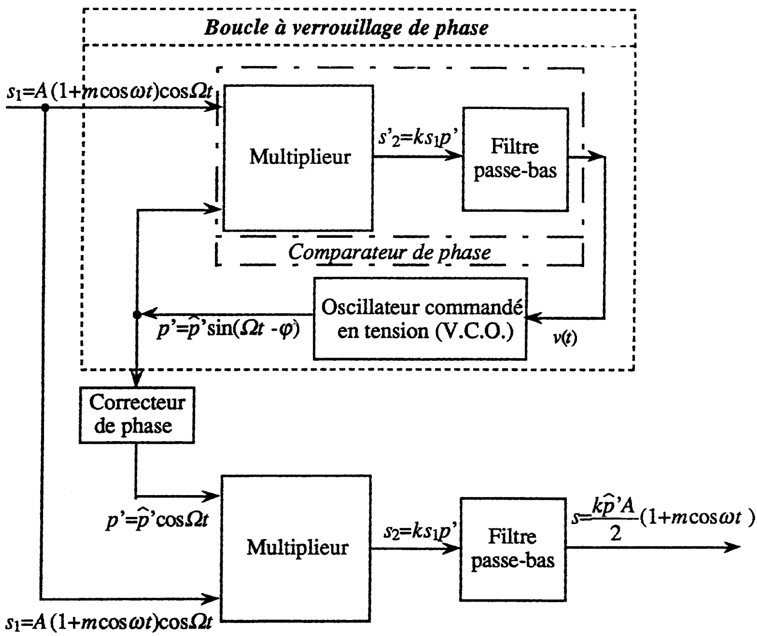

Figure 16 : Démodulateur synchrone.

Étudions la boucle à verrouillage de phase.
L'oscillateur en tension délivre une tension :

$$p' = \hat{p}' \sin(\Omega t - \varphi)$$

dont la phase φ, tout en étant faible, varie dans le temps, aussi peut-on la noter φ(t). Cette phase dépend également de la tension d'entrée v(t) de l'oscillateur suivant la relation :

$$\frac{d\,\varphi(t)}{dt} = k_0\, v(t)$$

k_0 est une constante positive.

$\left|\frac{d\,\varphi(t)}{dt}\right|$ est très petit devant Ω.

A la sortie du multiplieur, on dispose alors d'une tension s'_2 :

$$s'_2 = k\, s_1\, p' = k\, A\, \hat{p}' (1 + m \cos \omega t) \cos \Omega t \sin(\Omega t - \varphi)$$

Soit en utilisant la relation trigonométrique :

$$\sin a \cos b = [\sin(a+b) + \sin(a-b)]/2$$

d'abord : $s'_2 = \frac{k\, A\, \hat{p}'}{2} (1 + m \cos \omega t) [\sin(2\,\Omega t - \varphi) - \sin \varphi]$

puis : $s'_2 = -\frac{k\, \hat{p}'\, A}{2} \left\{ (1 + m \cos \omega t) \sin \varphi - \sin(2\,\Omega t - \varphi) - \frac{m}{2} \sin[(2\,\Omega - \omega) t - \varphi] - \frac{m}{2} \sin[(2\,\Omega + \omega) t - \varphi] \right\}$

Le filtre passe-bas élimine les composantes de hautes fréquences. La tension de sortie du filtre passe-bas est alors :

$$v = -\frac{k\, \hat{p}'\, A}{2} (1 + m \cos \omega t) \sin \varphi$$

Comme : $\frac{d\,\varphi(t)}{dt} = k_0\, v(t)$

on peut écrire : $\frac{d\varphi}{dt} = -\frac{k_0\, k\, \hat{p}'\, A}{2} (1 + m \cos \omega t) \sin \varphi$

Le déphasage φ étant toujours faible, on peut confondre sinφ avec φ. L'équation précédente devient :

$$\frac{d\varphi}{dt} = -\frac{k_0\, k\, \hat{p}'\, A}{2}\,(1 + m \cos \omega\, t)\, \varphi$$

Transformons cette relation :

$$\frac{d\varphi}{\varphi} = -\frac{k_0\, k\, \hat{p}'\, A}{2}\,(1 + m \cos \omega\, t)\, dt$$

Intégrons les deux membres de cette équation :

$$\ln|\varphi| = -\frac{k_0\, k\, \hat{p}'\, A}{2}\left(t + \frac{m}{\omega}\sin \omega\, t\right) + \mathrm{Cste}$$

Donc :

$$\varphi = K e^{-\frac{k_0\, k\, \hat{p}'\, A}{2}\left(t + \frac{m}{\omega}\sin \omega\, t\right)}$$

$$\varphi = K e^{-\frac{k_0\, k\, \hat{p}'\, A}{2} t}\; e^{-\frac{m\, k_0\, k\, \hat{p}'\, A}{2} \cdot \frac{\sin \omega\, t}{\omega}}$$

En régime établi ($t \to \infty$), φ tend vers 0 et la tension de sortie de l'oscillateur commandé en tension a pour expression :

$$p' = \hat{p}' \sin \Omega\, t$$

Le signal de la porteuse a pour expression :

$$p = \hat{p} \cos \Omega\, t$$

Pour que le signal p' soit exactement synchrone du signal p (c'est-à-dire : même fréquence et déphasage nul) il faut introduire un déphasage de π/2 : c'est le rôle du correcteur de phase.

Nous nous retrouvons dans les conditions nécessaires à la réalisation d'une démodulation synchrone.