Astronomie et stroboscopie

par Hubert GIÉ et Irène TIRASPOLSKY

Les nouveaux programmes de physique s'intéressent à l'astronomie. Nous proposons des approches parallèles pour expliquer l'expérience classique de stroboscopie d'un disque et pour introduire la notion de jour sidéral et de jour solaire moyen.

Considérons l'expérience du disque éclairé par stroboscopie : Un disque blanc portant un secteur noir tourne à la vitesse de 10 tours par seconde. Un stroboscope envoyant 9,7 éclairs par seconde (97 éclairs en 10 secondes) donne l'impression d'un secteur qui tourne lentement. La fréquence notée N est l'inverse de la période. Pour le disque, la période est le temps mis pour faire un tour exprimé en secondes. La fréquence est exprimée en s^{-1} ou Hertz, c'est aussi la vitesse de rotation en tours par seconde. Pour le stroboscope, la période est le temps entre deux éclairs. Raisonnons en temps : la fréquence des éclairs est un peu plus petite que celle du disque, donc le temps entre deux éclairs est un peu plus grand que le temps pour faire un tour. Entre deux éclairs le secteur noir fera un peu plus d'un tour, on le voit donc tourner lentement dans le même sens que le sens réel.

Quand le secteur a fait en apparence un tour complet, c'est-à-dire au bout du temps T(apparent), il y a eu un tour de plus que d'intervalles entre deux éclairs. Le disque a fait (k + 1) tours de période $T(\text{disque}) = (1/10)$ s tandis qu'il y a eu k intervalles entre deux éclairs de période $T(\text{éclair}) = (1/9{,}7)$ s. Le nombre k n'est pas un entier, si le temps T(apparent) n'est pas un multiple entier de T(éclair).

$$T(\text{apparent}) = (k+1)\,T(\text{disque}) = kT(\text{éclair}) \tag{1}$$

Prenons l'inverse de chaque terme pour faire apparaître les fréquences et remplaçons 1/T(éclair) et 1/T(disque) respectivement par N(éclair) et N(disque) :

$$\frac{1}{T(\text{appar})} = \frac{N(\text{disque})}{k+1} = \frac{N(\text{éclair})}{k} = \frac{N(\text{disque}) - N(\text{éclair})}{k+1-k}$$

d'où, $$N(\text{apparent}) = N(\text{disque}) - N(\text{éclair}) \qquad (2)$$

L'application numérique donne une fréquence apparente de : $10 - 9{,}7 = 0{,}3\ s^{-1}$, ce qui donne une période apparente de 3,33 s.

La relation (1) permet de calculer k. Dans notre exemple, $k = 97/3$ soit 32,33. La relation (1) peut aussi s'écrire :

$$\frac{T(\text{éclair})}{T(\text{disque})} = 1 + \frac{1}{k}$$

le raisonnement est valable si les périodes du disque et des éclairs sont très voisines, c'est-à-dire lorsque k est grand, mais il n'est pas nécessairement entier. Au voisinage du rapport 2 ou n, on peut aussi écrire $T(\text{éclair})/T(\text{disque}) = 2 + 1/k$ ou $(n + 1/k)$ mais l'analogie étudiée ici n'est plus possible. On suppose donc $k > 1$; on se place au voisinage du rapport 1 pour T(éclair)/T(disque).

Sous cette forme, on voit aussi que si la période des éclairs est un peu plus petite que la période du disque on remplacera $(k + 1)$ par $(k - 1)$ ou :

$$\frac{T(\text{éclair})}{T(\text{disque})} = 1 - \frac{1}{k}$$

Entre deux éclairs, le disque aura fait un peu moins d'un tour, le mouvement apparent est alors en sens inverse du mouvement réel et le même calcul donne :

$$N(\text{apparent}) = N(\text{éclair}) - N(\text{disque})$$

Nous pouvons retrouver cette relation entre les fréquences ou les inverses de périodes, en cherchant la relation qui lie le jour sidéral et le jour solaire moyen.

Simplifions l'étude du mouvement de la Terre autour du Soleil. La Terre tourne sur elle-même avec une période d'un jour sidéral : 23 h 56 min 4 s. Elle fait en un an, c'est-à-dire environ 365,25 jours une révolution autour du Soleil. La trajectoire est une ellipse, le Soleil est à l'un des foyers et le plan de la trajectoire est incliné de 23°27' sur le plan de l'équateur.

Pour obtenir le jour solaire moyen, on prend pour trajectoire un cercle dans le plan de l'équateur. Le mouvement de révolution autour du Soleil a lieu dans le même sens que la rotation de la terre sur elle-même, mouvement repéré lui aussi par rapport aux étoiles. (figure 1).

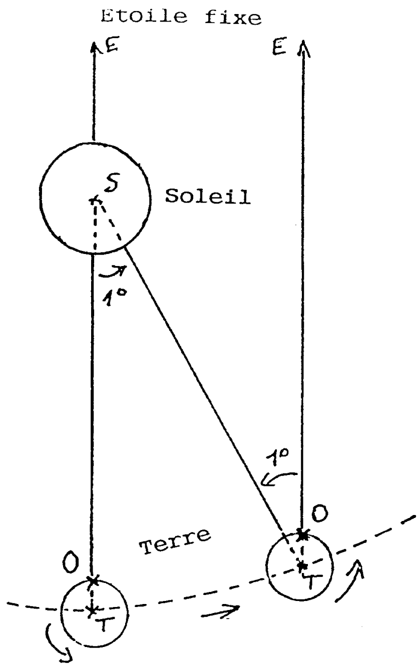

Figure 1 : Rotation et révolution de la Terre.

Soit un point O (observateur) à la surface de la Terre. Quand le point O a fait un tour, la Terre s'est déplacée d'environ 1° dans le même sens (360° en 365 jours) et il faut environ 4 minutes supplémentaires pour que O soit à nouveau sur la droite TS reliant le centre de la Terre au centre du Soleil. Le jour solaire est donc plus long que le jour sidéral d'environ 4 minutes. Au bout d'un an, la Terre a fait un tour complet et le point O a fait un tour de plus que de jours solaires. Autrement dit, l'année dure 365,25 jours solaires ou 366,25 jours sidéraux.

$$T_{année} = (k + 1)\, T_{sidéral} = k T_{solaire} \quad \text{avec} \quad k \approx 365{,}25 \qquad (3)$$

En prenant les inverses, on passe aux fréquences comme pour le calcul de stroboscopie :

$$N(\text{année}) = N(\text{jour sidéral}) - N(\text{jour solaire})$$

soit :
$$\frac{1}{\text{année}} = \frac{1}{\text{jour sidéral}} - \frac{1}{\text{jour solaire}} \qquad (4)$$

par définition, le jour solaire dure exactement 24 h, on peut donc calculer le jour sidéral, connaissant l'année. On trouve 23 h 56 min 4 s On peut aussi faire un exercice sur les chiffres significatifs. Avec sept chiffres significatifs l'année tropique (voir remarque 1) dure 365,2422 jours. Avec 11 chiffres significatifs elle dure 365,24219906 jours.

On peut souligner l'utilité ou l'inutilité d'un grand nombre de chiffres significatifs. Le jour solaire est en fait donné à quelques millièmes de seconde près 86 400,000 s (voir remarque 2) soit huit chiffres significatifs. La fréquence de l'année 1/365,24 étant quatre cents fois plus petite que la fréquence solaire, il suffit de cinq chiffres significatifs pour l'année pour obtenir le jour sidéral au centième de seconde près.

Montrons que les deux raisonnements précédents, mathématiquement semblables, sont en fait des cas particuliers de la composition des vitesses angulaires de deux mouvements de rotation uniformes autour d'axes parallèles entre eux. La fréquence N s'exprime comme la vitesse de rotation en tours par seconde. On obtient la vitesse angulaire notée souvent ω en multipliant par 2π.

Introduisons le vecteur vitesse angulaire $\vec{\omega}$, ce qui permet de transposer les relations de composition des vitesses rectilignes à la rotation. Considérons les mouvements par rapport à un référentiel R.

Translation : Deux mobiles Ao et Bo ont un mouvement rectiligne et uniforme sur un axe Ox. La vitesse relative de Bo par rapport à Ao s'écrit : $\vec{v}(Bo/Ao) = \vec{v}(Bo/R) - \vec{v}(Ao/R)$.

Rotation : Soit deux mobiles A et B, en rotation circulaire, uniforme dans le même sens, autour d'un axe Oz. Les vecteurs vitesses angulaires $\vec{\omega}_A$ et $\vec{\omega}_B$ sont portés par l'axe de rotation perpendiculaire au plan du mouvement. Le trièdre direct donne un vecteur dans le sens Oz pour un sens de rotation positif dans le plan xOy. (ou plus simplement, le tire-bouchon avance dans le sens de $\vec{\omega}$ quand il tourne dans le sens de la rotation).

La vitesse linéaire de A, s'écrit vectoriellement $\vec{v}(A) = \vec{\omega}\,(A) \wedge \overrightarrow{OA}$, O étant un point quelconque de l'axe de rotation (ici choisi dans le plan du mouvement : figure 2). Cette vitesse ne permet pas d'étudier simplement le mouvement relatif de B par rapport à A, il faut considérer les vecteurs vitesse angulaire pour retrouver la périodicité des positions relatives. Sur la figure 2, les angles $\alpha_A = \omega\,(A)\,t$ et $\alpha_B = \omega\,(B)\,t$, repèrent les positions de A et B par rapport au référentiel R. L'angle $\alpha_B - \alpha_A = (\omega\,(B) - \omega\,(A))\,t$ donne la position de B relative à A. Quand cet angle a augmenté de 2π, B et A retrouvent la même position relative. La période du mouvement relatif est donc : $T = 2\pi / |\omega\,(B) - \omega\,(A)|$.

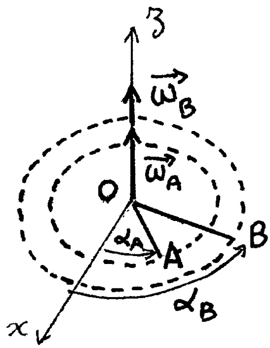

Figure 2 : Mouvements circulaires uniformes.

La vitesse angulaire du mouvement relatif est donnée par la relation :

$$\vec{\omega}\,(B/A) = \vec{\omega}\,(B) - \vec{\omega}\,(A) \tag{5}$$

Si les axes de rotation ne sont plus confondus mais parallèles, la relation reste valable.

STROBOSCOPIE

Le disque D, blanc au secteur noir, tourne à la vitesse N(disque). Le stroboscope peut être obtenu au moyen d'un deuxième disque, percé d'un trou, tournant dans le même sens devant une lampe (figure 3).

Quand les deux disques tournent à des vitesses angulaires voisines, on voit le secteur noir tourner lentement. La relation (5) s'applique, B étant un point du secteur noir et A, un point du trou. Les vecteurs vitesse angulaire perpendiculaires aux plans des disques donnent la fréquence apparente de rotation du secteur :

$$\vec{\omega}\,(B/A) = \vec{\omega}\,(\text{disque/repère fixe}) - \vec{\omega}\,(\text{trou/repère fixe}) \qquad \omega = 2\pi N$$

$$N(\text{appar}) = N(\text{disque}) - N(\text{éclair}) \qquad \text{ou l'opposé.}$$

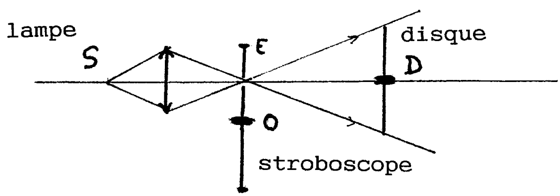

Figure 3 : Disque obturateur tournant devant une lampe pour éclairer D.

SOLEIL ET TERRE

La composition des mouvements peut se faire avec la vitesse angulaire de l'observateur terrestre ou comme on peut le voir sur la figure 1 avec les angles, en multipliant la vitesse angulaire par le temps :

$$\omega t(\text{solaire}) = \omega t(\text{sidéral}) - \omega t(\text{révolution})$$

puisque révolution et rotation ont lieu dans le même sens.

Le mouvement apparent est ici le jour solaire.

La composition des vitesses s'applique mais l'observateur O a un mouvement relatif par rapport à la direction Terre-Soleil et un mouvement d'entraînement de la Terre autour du Soleil, le jour sidéral étant un mouvement absolu par rapport à la sphère céleste.

$$\vec{\omega}\,(\text{jour solaire}) + \vec{\omega}\,(\text{année}) = \vec{\omega}\,(\text{jour sidéral})$$

on retrouve la relation (4).

Le même raisonnement permet de calculer le jour lunaire (24 h 50 min 28 s), temps séparant deux instants où la lune se trouve en face de l'observateur terrestre : alignement centre de la Terre, observateur, et Lune.

$$N(\text{jour lunaire}) = N(\text{jour sidéral}) - N(\text{révolution sidérale lunaire})$$

$$\frac{1}{\text{jour lunaire}} = \frac{1}{\text{jour sidéral}} - \frac{1}{T(\text{révolution lunaire})}$$

$$T(\text{révolution sidérale lunaire}) = 27{,}321661 \text{ jours.}$$

Le signe moins vient du fait que la Lune tourne autour de la Terre dans le même sens que la Terre sur elle-même.

Notre observatoire, la Terre, tournant autour du Soleil, lorsque nous déterminons la période de révolution d'une autre planète, nous obtenons la période synodique, c'est à dire apparente vue de la Terre. Pour obtenir la période sidérale il faut utiliser la composition des vitesses angulaires.

$$\vec{\omega}\,(\text{planète}/R) = \vec{\omega}\,(\text{planète}/\text{Terre}) + \vec{\omega}\,(\text{Terre}/R) \quad \omega = 2\pi/T$$

ce qui donne, en prenant comme unité de temps l'année :

$$\frac{1}{T(\text{sidéral})} = \pm\frac{1}{T(\text{synodique})} + 1$$

Le signe plus correspond aux planètes plus proches du Soleil dites inférieures qui ont une vitesse angulaire plus grande que la Terre. Celles qui sont plus éloignées dites supérieures ont une vitesse angulaire plus petite d'où le signe moins.

La période synodique représente le temps au bout duquel la position relative Terre, Soleil, planète (ou satellite) se retrouve à l'identique, par exemple les trois à peu près alignés, en conjonction. Dans le cas de la Lune, la période des phases est la période synodique (29,53 jours).

$$\frac{1}{\text{Tsid }(27{,}32\text{ j})} = \frac{1}{\text{Tsyn }(29{,}53\text{ j})} + \frac{1}{\text{année }(365{,}25\text{ j})}$$

D'une façon générale, on retrouve, dans différents domaines de la physique, la différence des fréquences, lorsqu'on superpose deux phénomènes périodiques. En particulier, la superposition de deux grandeurs sinusoïdales se ramène à l'étude précédente en représentation de Fresnel (vecteurs tournants). (Battements).

REMARQUE 1 - *Année sidérale et année tropique*

L'année sidérale dure 365,2564 jours, c'est celle qui intervient dans les lois de Képler. L'année sidérale est constante. Mais l'intersection des grands cercles de l'équateur céleste et de l'écliptique se déplace lentement en sens inverse du mouvement de la Terre : c'est la précession des équinoxes due au mouvement de l'axe des pôles. Comme l'axe de rotation d'une toupie, cet axe tourne autour de la direction normale au plan de l'écliptique en décrivant un cône en 26 000 ans.

Avec l'année sidérale, le jour de l'équinoxe se décalerait comme les solstices au cours des millénaires. Pour que les saisons restent fixes dans l'année, on utilise l'année tropique, temps entre deux passages du rayon-vecteur Terre-Soleil par le point équinoxial de printemps ou point vernal γ.

L'année tropique dure 365,2422 jours ce qui donne en fait pour le jour sidéral 23 h 56 min 4,091 s au lieu de 4,099 s qui serait la valeur correcte. Le jour sidéral n'est donc pas sidéral à huit millièmes de seconde près. On parle de jour stellaire quand on utilise l'année sidérale.

Pour la même raison, le calendrier Julien continue à se décaler par rapport à notre calendrier Grégorien. L'année Julienne dure exactement 365,25 jours. L'année Julienne est plus longue de 0,007801 jour que l'année Grégorienne (année tropique). Ces décalages se cumulent et donnent un jour entier de décalage au bout de (1/0,007801) ans soit 128,2 ans.

L'effet d'un nombre k de jours, trop petit ou trop grand par rapport à celui de l'année tropique, se voit très bien sur les heures de l'équinoxe de printemps. Si l'année comporte 365 jours < 365, 2422 j l'équinoxe retarde puis lorsque l'année comporte 366 jours > 365, 2422 j l'équinoxe avance d'un peu moins d'un jour.

1992	20 mars	8 h 49 min
1993	20 mars	14 h 42 min
1994	20 mars	20 h 29 min
1995	21 mars	2 h 15 min
1996	20 mars	8 h 4 min

On constate que l'équinoxe dérive de 45 min en 4 ans, c'est pourquoi les années séculaires multiples de cent sans être multiples de quatre cents ne sont pas bissextiles.

L'année Grégorienne que nous venons de définir, n'est pas exactement l'année tropique. On obtient 365,2425 jours, une différence de trois dix-millièmes de jour avec l'année tropique. Il a été décidé que les années 4000, 8000, etc. ne seraient pas bissextiles.

REMARQUE 2 - *L'unité de temps*

Voyons les effets de la diminution lente de l'année tropique et du ralentissement de la rotation de la Terre : l'année tropique perd une demi-seconde par siècle et le jour sidéral s'allonge d'environ deux millisecondes par siècle.

On peut écrire la relation (3) sous la forme :

$$\text{Tsolaire} = \text{Tsidéral}\ (1 + \frac{1}{k})$$

pour l'année 1900, k = 365,242199.

Une diminution de l'année tropique donc de k a, comme l'allongement du jour sidéral, pour effet un allongement du jour solaire. Or, ce jour solaire de 86400 secondes définissait l'unité de temps, la seconde. Une unité ne doit pas s'allonger. Il a fallu définir la seconde à partir d'une année déterminée, l'année 1900. C'est le temps des éphémérides. Depuis, ces deux causes de variation du jour solaire (qui sont du même ordre de grandeur) ont donné un décalage entre le Temps des Éphémérides et le Temps Universel obtenu par les observations célestes, de plus d'une minute. (voir tableau en Annexe). En 1994, le jour solaire moyen dure 86400,002 secondes. Pour compenser ces variations dont ne tient pas compte le calendrier et pour suivre aussi les accélérations ou les ralentissements imprévisibles de la rotation de la Terre, le Bureau International de l'Heure (BIH) rajoute (ou éventuellement enlève) une seconde à la journée quand c'est nécessaire. Ainsi, le 1er janvier 1991 et les 1er juillet 1992, 1993 et 1994, il y avait une seconde de plus dans la journée. A cause de cette seconde intercalaire, nous devions retarder nos montres d'une seconde.

REMARQUE 3 - *Jour solaire moyen et jour solaire vrai, temps solaire et temps civil*

Sur la figure 4 on voit l'effet de l'inclinaison du plan de l'écliptique sur le plan de l'équateur pour l'observateur terrestre. Quand le Soleil apparent passe dans le plan de l'équateur, un déplacement apparent de 1° sur l'écliptique correspond à un déplacement vers l'est de 0,92°. Quand le soleil apparent passe au solstice, un déplacement apparent de 1° sur l'écliptique correspond à 1°08 vers l'est. La vitesse angulaire apparente vers l'est est variable et serait variable, même si l'orbite de la Terre autour du Soleil était un cercle.

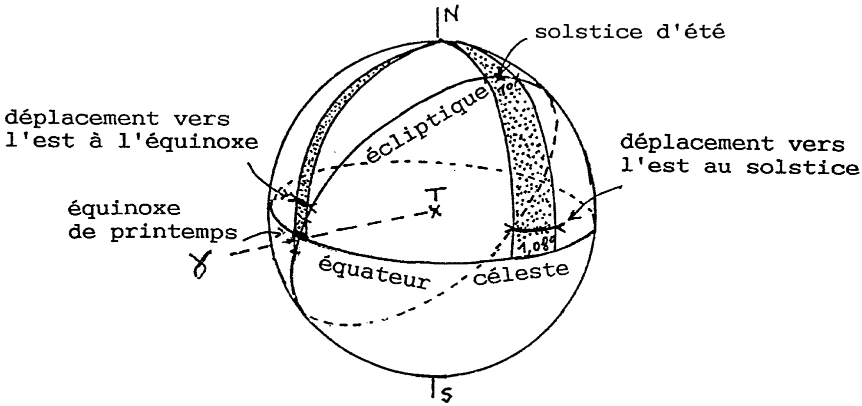

Figure 4 : Mouvement apparent du Soleil vers l'est, dû à l'inclinaison de l'écliptique sur l'équateur.

Sur la figure 5, la loi des aires est illustrée. L'aire balayée par le rayon Terre-Soleil par unité de temps est constante. La vitesse de la Terre sur son orbite est maximum au périgée, c'est-à-dire le 4 janvier. L'équation du temps permet de passer du jour solaire moyen au jour solaire vrai.

Le jour solaire moyen est une durée. Le passage du Soleil au méridien se produit à Oh de temps solaire moyen. Par convention, on ajoute 12 h au temps solaire moyen pour obtenir le temps civil. Le temps civil du méridien de Greenwich est appelé Temps Universel, noté UT. Ensuite, on tient compte des 24 fuseaux horaires.

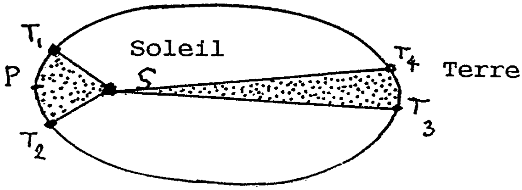

Figure 5 : Loi des aires.

BIBLIOGRAPHIE

– G. ABELL - Exploration of the Universe.

– A. ACKER - Astronomie (édition 92 Masson).

– J.-J. DELCOURT - Astronomie et Mesure du Temps (Masson).

– J. DELHAYE - Cours d'Astrophysique (Hermann).

– Éphémérides Astronomiques 1994 (Masson).

– Observatoire de Paris, 75 ans au Service de l'Heure Universelle.

– Observer's Handbook 1993 (University of Torento Press).

– I. TIRASPOLSKY - Diapositives commentées «La Terre dans l'Univers» (Géographie-Astrophysique Nathan).

Annexe

Unité de Temps et échelles de Temps

Le tableau suivant donne les décalages entre les principales échelles de temps utilisées: UT temps universel, UTC temps universel coordonné sont des échelles non uniformes, TAI temps atomique international, TT temps terrestre et TE temps des éphémérides sont des échelles uniformes. La seconde du TE est la fraction 1/31 556 925,9747 de l'année tropique 1900. Dans cette échelle, la longitude du Soleil (ou position du Soleil sur l'écliptique) s'écrit sous la forme : $L_0 + L_1 t + L_2 t^2$ et sa mesure ou celle de la longitude de la Lune à un instant donné permet de déterminer t. L'origine du TE est prise le 1er janvier 1900. Cette seconde TE était l'unité SI entre 1960 et 1967. La seconde de temps atomique se définit en fixant la valeur de la fréquence d'une transition atomique de l'atome de Césium 133 (entre deux niveaux hyperfins de l'état fondamental) à 9,192 631 770 GHz. C'est l'unité SI depuis 1967.

Elle semble, en étudiant l'écart TE-TAI, plus courte que l'unité du TE d'environ 10^{-9} s mais elle est surtout beaucoup mieux déterminée. C'est pourquoi l'échelle TE de temps des éphémérides a été remplacée en 1984 par l'échelle TT de temps terrestre (ou TDT, temps dynamique terrestre) dont l'unité est l'unité SI et qui coïncide en 1984 avec le temps des éphémérides 84. L'échelle TAI coïncidait le 1^er^ janvier 1958 avec le Temps Universel.

retard

échelles de temps

UT 95 (temps universel) échelle non uniforme liée au jour solaire moyen. Elle dépend des variations régulières et irrégulières de la rotation terrestre. Prend un retard d'environ 0.8s par an sur le TAI, pour ces dernières années.

+0,9s maximum

UTC 95 (temps universel coordonné) Temps diffusé par la radio sous forme codée pour avoir une précision d'1ms (France-Inter GO 163,84KHz). Il diffère du TAI d'un nombre entier de secondes, c'est pourquoi il est donné avec la précision du TAI. Il suit l'échelle UT à moins d'une seconde près. Il est retardé environ tous les ans d'une seconde par rapport au TAI, c'est donc une échelle constituée de fragments uniformes. L'horloge parlante donne (UTC + 1h) en hiver et (UTC + 2h) en été à 20ms près.

29s en 1995

TAI (temps atomique international) échelle uniforme, unité: la seconde SI. L'horloge atomique à Césium donne la seconde avec une incertitude relative inférieure à 10^{-13}.

32,184s fixe

TT (temps terrestre) échelle uniforme dont l'unité est la seconde SI. Elle coïncide en 1984 avec l'échelle de temps des éphémérides (dont l'unité est la seconde TE) et la remplace.

depuis le 1^er^ juillet 1994	TAI = UTC + 29 s
on a toujours	TT = TAI + 32,184 s
ce qui donne en 1994-95	TT = UTC + 61,184 s