Quelques remarques et commentaires sur l'enseignement du concept d'énergie

par José-Philippe et Anne-Marie PÉREZ
31000 Toulouse

RÉSUMÉ

Nous proposons quelques remarques et commentaires sur l'enseignement du concept d'énergie, suggérés par la mise en application des nouveaux programmes de physique dans les classes de Première des lycées. Comme ce concept est largement développé dans l'enseignement post-baccalauréat, ces réflexions s'appuient aussi sur l'enseignement dans les Classes Préparatoires, le premier cycle universitaire, etc.

INTRODUCTION

Les nouveaux programmes de physique de la classe de Première des lycées accordent une plus grande place que dans le passé au concept d'énergie et l'énergie cinétique n'est plus considérée comme une énergie privilégiée. Cela nous paraît être une bonne chose car l'enseignement traditionnel français de mécanique a longtemps rechigné à accorder à ce concept l'importance qu'il méritait.

Cependant, après une lecture attentive, ces programmes et les recommandations associées semblent imposer un mode d'exposition de ce concept qui ne nous paraît pas le plus satisfaisant, à la fois sur les plans historique, épistémologique et pédagogique (didactique si on n'aime pas ce dernier mot). Nous disons bien imposer car aucune autre présentation n'est apparemment permise : on doit commencer par le concept général d'énergie, et cela curieusement sans référence au premier principe de la thermodynamique.

Certains auteurs d'ouvrages ont dû se résoudre non sans peine à adopter le point de vue des programmes officiels.

Dans ce contexte, nous souhaiterions ici faire quelques remarques sur l'enseignement de ce concept, sans restreindre l'analyse au seul niveau de l'enseignement du second degré, puisque seule la thermodynamique permet une définition complète de l'énergie.

L'ÉNERGIE EST UN CONCEPT DIFFICILE À DÉFINIR D'EMBLÉE

A notre avis, la particularité du concept d'énergie est la difficulté de le définir ex nihilo : on l'appréhende de façon progressive en constatant expérimentalement que, dans le changement qu'exprime toute évolution, quelques chose, qui n'est pas un objet mais un concept abstrait, se conserve. C'est ce qui s'est passé historiquement.

Pourquoi donc ne pas avoir profité de l'occasion pour introduire quelques rudiments d'histoire des sciences, sinon d'épistémologie ?

Pourquoi avoir cédé aussi à une présentation générale d'un concept, nécessairement flou à ce niveau élémentaire, avec le risque de favoriser une pensée magique qui n'a pas besoin de l'école pour se développer ? Il est vrai que l'énergie est un concept familier ; mais alors l'intérêt d'en préciser les limites rationnelles n'en demeure-t-il pas plus grand ?

Nous pensons qu'il aurait été préférable de recommander une approche progressive ; commencer par l'énergie cinétique associée à tout mouvement, dans le cas d'un point matériel d'abord, puis d'un solide et enfin pour un système quelconque. On aurait alors montré que, dans certaines conditions expérimentales, cette énergie pouvait se conserver. Il était ensuite instructif de découvrir que, lors d'une chute, la quantité qui se conservait était la somme de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle associée à la pesanteur. Enfin, il restait à faire constater que l'énergie mécanique n'était pas une grandeur conservative puisque non conservée dans le cas général.

Au fond, définir le concept d'énergie par la recherche d'une grandeur physique, de même dimension que l'énergie mécanique, qui, elle, se conserve en toutes circonstances, nous paraît être la façon la plus satisfaisante de procéder. C'est précisément la démarche historique, laquelle a abouti au premier principe de la thermodynamique énoncé en 1852 par le médecin allemand Julius Mayer.

Il n'est peut-être pas inutile de rappeler que l'énergie est un concept relativement récent, en tout cas pas plus vieux que l'entropie ; le mot a été proposé en 1802 par Thomas Young (célèbre pour ses contributions en optique) mais seulement adopté en 1850 par la communauté scientifique internationale.

L'ÉNERGIE INTERNE EST-ELLE UNIQUEMENT DE NATURE MICROSCOPIQUE ?

En thermodynamique, le problème est réanalysé sous un angle nouveau. On ajoute, à l'énergie cinétique d'un système et à son énergie d'interaction avec des champs extérieurs éventuels, une énergie U dite interne telle que la somme $E = E_c + E_{p,\,ext} + U$, appelée énergie totale du système, soit une grandeur conservative, c'est-à-dire une grandeur qui peut être échangée (reçue algébriquement) mais jamais produite (créée ou détruite). Le bilan énergétique du premier principe de la thermodynamique, appliqué à un système fermé, s'écrit alors :

$$\Delta E = W + Q$$

où W et Q sont des termes d'échange ou de transfert d'énergie : le premier est le travail des forces qui ne dérivent pas d'une énergie potentielle (forces non conservatives) et que reçoit le système de l'extérieur par l'intermédiaire de la surface qui le délimite ; le second, appelé chaleur, est l'échange autre que mécanique.

Notons que, selon la définition généralement adoptée, l'énergie interne est constituée de l'énergie cinétique de chaque élément microscopique qui constitue le système, de l'énergie potentielle d'interaction de ces particules, mais aussi de l'énergie potentielle de forces macroscopiques intérieures ; par exemple, l'énergie interne d'un ensemble de galaxies est constituée en grande partie de l'énergie potentielle d'interaction gravitationnelle.

L'ÉNERGIE POTENTIELLE ASSOCIÉE À UN CHAMP EXTÉRIEUR PRÉSENTE-T-ELLE UN INTÉRÊT ?

Le concept d'énergie potentielle n'est pas introduit uniquement lorsque l'interaction est intérieure au système. Certains auteurs s'imposent inutilement cette contrainte. La démarche historique, qui permet de définir l'énergie par la recherche d'une quantité scalaire conservative englobant l'énergie cinétique, ne l'exige pas. L'exemple bien connu est celui de l'énergie potentielle de pesanteur d'une masse ponctuelle dans le voisinage de la surface de la Terre : on sait qu'elle vaut $E_p = mgz$ si z désigne la coordonnée selon la verticale ascendante et qu'il est plutôt encombrant d'englober la Terre dans l'analyse.

Un autre exemple intéressant est celui de l'énergie potentielle centrifuge d'un système. Comme son nom l'indique, cette énergie est celle associée au champ extérieur dont il faut tenir compte lorsque le référentiel d'analyse R' n'est pas galiléen mais tourne uniformément autour d'un axe. On sait, en effet, qu'il apparaît alors deux forces supplémentaires, la force d'inertie de Coriolis qui ne travaille pas et la force d'inertie d'entraînement centrifuge.

Considérons un système matériel en rotation uniforme autour d'un axe fixe par rapport au référentiel du laboratoire. Chaque élément de ce système, de masse m_i, est soumis à une force centrifuge de la forme $m_i\,\Omega^2\,\overrightarrow{H_iA_i}$, Ω étant la vitesse angulaire de rotation de R' par rapport au référentiel terrestre R et H_i la projection de A_i sur l'axe de rotation.

Calculons le travail élémentaire des forces centrifuges qui s'exercent sur le système :

$$\delta T = \sum_i m_i\,\Omega^2\,\overrightarrow{H_iA_i}\cdot d\overrightarrow{OA_i} = \Omega_2 \sum_i m_i\,\overrightarrow{H_iA_i}\cdot d\,\overrightarrow{H_iA_i} = \frac{\Omega^2}{2}\sum_i m_i\,d\,(\overrightarrow{H_iA_i})^2$$

puisque $\overrightarrow{H_iA_i}\cdot d\overrightarrow{OH_i} = 0$ et I_{Oz} est le moment d'inertie du système par rapport à l'axe Oz. Finalement :

$$\delta T = d\left(\frac{I_{Oz}\Omega^2}{2}\right) \equiv -\,dE_{p,\,c} \text{ avec } E_{p,\,c} = -\,\frac{I_{Oz}\Omega^2}{2} + \text{Cte}$$

LE TRAITEMENT D'UNE BIFURCATION MÉCANIQUE PAR L'ÉNERGIE POTENTIELLE CENTRIFUGE

L'énergie potentielle centrifuge permet de traiter de façon élégante le problème des régulateurs, à boules, à tiges ou autres. Ce problème classique est devenu à la mode car il constitue un exemple simple de bifurcation en mécanique. Nous nous proposons de l'illustrer par le sujet de la première partie de l'épreuve C proposée en 1994 aux candidats de l'agrégation externe de physique*.

Une bille sphérique creuse (masse m, rayon r) roule sans glisser sur un rail circulaire à section droite en forme de dièdre droit (figure 1b). La trajectoire de son centre de masse par rapport au rail est un cercle

---

* N.D.L.R. : La solution complète de cette épreuve est incluse dans le tome 2 du B.U.P. spécial «Agrégations et C.A.P.E.S.» (à paraître).

de rayon R. Le rail tourne uniformément autour d'un axe vertical avec la vitesse angulaire Ω par rapport au référentiel terrestre $\mathcal{R} = Oxyz$, Oz étant la verticale ascendante (figure 1a).

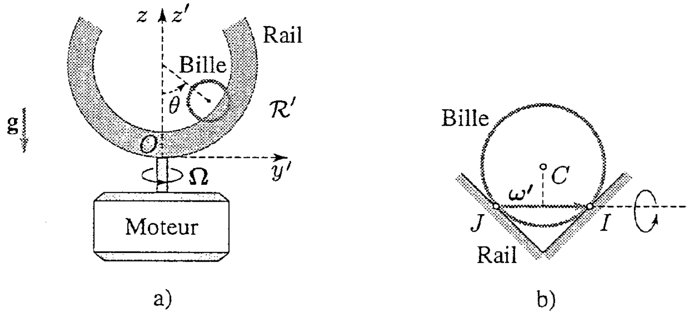


Figure 1

Dans $\mathcal{R}' = Ox'y'z$ lié au rail, la vitesse v'_C du centre de masse de la bille est reliée à sa vitesse de rotation ω' par l'équation : $v'_{C} = r\omega'/\sqrt{2}$. En effet, dans $\mathcal{R}'$ les conditions de roulement sans glissement de la bille sur les parois du rail s'écrivent :

$$\vec{v'}_C + \vec{\omega'} \times \vec{CI} = 0 \quad \text{et} \quad \vec{v'}_C + \vec{\omega'} \times \vec{CJ} = \vec{0}$$

$$\text{d'où} \quad \vec{\omega'} \times (\vec{CI} - \vec{CJ}) = \vec{\omega'} \times \vec{JI} = \vec{0}\,.$$

Il en résulte que $\vec{\omega'}$ et $\vec{JI}$ sont parallèles, d'où :

$$\vec{v'}_C = \vec{\omega'} \times \vec{IC} \qquad \text{et} \quad v'_C = \frac{\omega' r}{\sqrt{2}} = R\dot{\theta}.$$

Comme le moment d'inertie de la bille creuse par rapport à un axe passant par son centre est : $I_{Cz} = 2mr^2/3$, son énergie cinétique dans $\mathcal{R}'$ a pour expression :

$$E'_c = \frac{1}{2}\,mv'^2_C + \frac{1}{2}\,I_{Cz}\,\omega'^2 = \frac{1}{2}\;\frac{mr^2\,\omega'^2}{2} + \frac{1}{2}\;\frac{2\,mr^2}{3}\,\omega'^2$$

$$= \frac{7}{12}\,mr^2\,\omega'^2 = \frac{7}{6}\,mR^2\,\dot{\theta}^2$$

Dans ce référentiel, l'énergie potentielle $E_p^{'}$ est la somme de l'énergie potentielle de pesanteur et de l'énergie potentielle centrifuge : $E_p^{'} = E_{p,\,g} + E_{p,\,c}^{'}$ avec :

$$E_{p,\,g} = mgy_C = mgR\ (1 - \cos\theta)$$

$$\text{et} \quad E_{p,\,c}^{'} = -\frac{\Omega^2}{2}\, I_{Oz} = \frac{\Omega^2}{2}\,(I_{Cz} + mR^2 \sin^2\theta)\ .$$

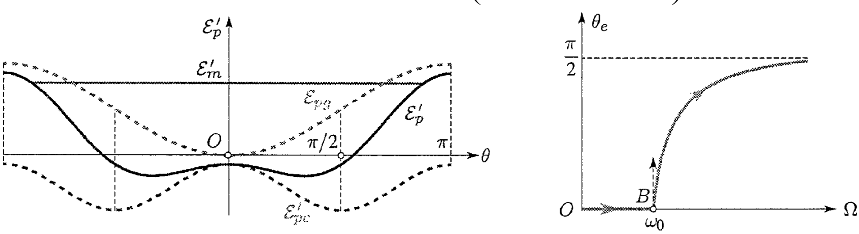
On en déduit l'énergie mécanique $E_m^{'}$ dans R'. Cette dernière se conserve car dans R' la puissance des actions de contact est nulle ; en effet, en raison du roulement sans glissement la vitesse des points de la bille en contact avec le guide est nulle :

$$E_m^{'} = E_c^{'} + E_p^{'} = \text{Cte d'où}$$

$$\frac{7}{6}\, mR^2\dot{\theta}^2 + mgR(1 - \cos\theta) - \frac{\Omega^2}{2}\left(\frac{2mr^2}{3} + mR^2 \sin^2\theta\right) = \text{Cte.}$$

La discussion qualitative du mouvement est alors aisément menée à partir du graphe de $E_p^{'}(\theta)$ (figure 2a). Les seuls mouvements possibles sont ceux pour lesquels $E_m^{'} \geq E_p^{'}$, avec :

$$E_p^{'}(\theta) = mgR\ (1 - \cos\theta) - \frac{\Omega^2}{2}\left(\frac{2mr^2}{3} + mR^2 \sin^2\theta\right).$$



a) b)

Figure 2

~~Les positions d'équilibre sont celles qui réalisent un extremum de $E_p^{'}(\theta)$:

$$\frac{dE_p^{'}}{d\theta} = mR \sin\theta(g - \Omega^2 R \cos\theta) = 0 \text{ pour } \sin\theta = 0 \text{ et } \cos\theta = \frac{\omega_0^2}{\Omega^2}$$

$$\text{avec} \quad \omega_0^2 = \frac{g}{R}.$$

La stabilité des positions d'équilibre, $\theta_1 = 0$, $\theta_2 = \pi$ et $\theta_3 = \arccos(\omega_0^2/\Omega^2)$ et étudiée à partir de la dérivée seconde :

$$\frac{d^2E'_p}{d\theta^2} = mR\cos\theta\,(g - \Omega^2 R\cos\theta) + \Omega^2\, mR^2 \sin^2\theta.$$

Par conséquent :

$$\left(\frac{d^2E'_p}{d\theta^2}\right)_0 = mgR\left(1 - \frac{\Omega^2}{\omega_0^2}\right) > 0 \quad \text{si} \quad \Omega < \omega_0 \left(\frac{d^2E'_p}{d\theta^2}\right)_\pi = -\,mgR\left(1 + \frac{\Omega^2}{\omega_0^2}\right) < 0$$

et : $\left(\frac{d^2E'_p}{d\theta^2}\right)_{\theta_3} = mgR\sin^2\theta > 0$

avec la condition $\Omega > \omega_0$ qui donne un sens à $\sin\theta$.

Ainsi, tant que $\Omega < \omega_0$, la position d'équilibre stable est $\theta_e = 0$; dès que $\Omega > \omega_0$, la position d'équilibre stable prend une valeur non nulle qui varie avec Ω jusqu'à la valeur $\pi/2$ lorsque Ω devient très grand par rapport à ω_0. Le point B de la courbe correspondant à $\Omega = \omega_0$ est un point de *bifurcation* (figure 2b).

Notons que cette discussion énergétique ne peut être conduite que dans le référentiel tournant R' où l'énergie mécanique E'_m se conserve.

On pourrait être tenté d'établir un résultat analogue dans R, mais dans ce dernier référentiel l'énergie mécanique de la bille n'est pas constante car le travail des forces de réaction n'est pas nul, alors qu'il l'est dans R' en raison du roulement sans glissement. Précisons ce point en calculant l'énergie mécanique de la bille dans R. Comme le vecteur vitesse angulaire de rotation de la bille par rapport à R est : $\vec{\omega} = \vec{\omega}' + \vec{\Omega}$, il vient : $\vec{v}_c = (\vec{\omega}' + \vec{\Omega}) \times \vec{IC}$ d'où l'énergie cinétique :

$$E_c = \frac{1}{2}mv_C^2 + \frac{1}{2}I_{Cz}\omega^2 = \frac{1}{2}m\left(\frac{r^2\omega'^2}{2} + \Omega^2 R^2 \sin^2\theta\right) + \frac{1}{2}\,\frac{2mr^2}{3}\,(\omega'^2 + \Omega^2)$$

puisque $\vec{\omega}'$ et $\vec{\Omega}$ sont orthogonaux. Il en résulte que :

$$E_c = \frac{7}{6}mR^2\dot{\theta}^2 + \frac{\Omega^2}{2}\left(mR^2\sin^2\theta + \frac{2}{3}mr^2\right).$$

On obtient l'énergie mécanique dans R en ajoutant l'énergie potentielle de pesanteur : $E_p = mgR\,(1 - \cos\theta)$. Il vient donc :

$$E_m = \frac{7}{6}\,mR^2\,\dot{\theta}^2 + \frac{\Omega^2}{2}\left(mR^2\sin^2\theta + \frac{2}{3}\,mr^2\right) + mgR\,(1 - \cos\theta) \neq Cte.$$

Ce résultat n'est pas surprenant car la bille a un mouvement contraint (la liaison dépend du temps).

C'est probablement pour cette raison que le texte de l'épreuve au concours recommandait aux candidats d'établir l'équation différentielle du mouvement de la bille à l'aide des équations de Lagrange.

On trouve en effet pour le lagrangien :

$$L = \frac{7}{6}\,mR^2\,\dot{\theta}^2 + \frac{\Omega^2}{2}\left(mR^2\sin^2\theta + \frac{2}{3}\,mr^2\right) - mgR\,(1 - \cos\theta)$$

d'où le moment conjugué (moment cinétique) $p_\theta = (\partial L/\partial\dot{\theta}) = 7mR^2\,\dot{\theta}/3$ et l'équation différentielle du deuxième ordre du mouvement :

$$\frac{dp_\theta}{dt} = \left(\frac{\partial L}{\partial\theta}\right) \text{ soit } \frac{7}{3}\,mR^2\,\ddot{\theta} = mR^2\,\Omega^2\sin\theta\cos\theta - mgR\sin\theta$$

Comme L ne dépend pas explicitement du temps, l'hamiltonien de la bille est certes une constante du mouvement, mais il ne s'identifie pas à l'énergie E_m dans R.

CONCLUSION

En résumé, il nous semble préférable, pour présenter le concept d'énergie, de suivre une démarche progressive et donc historique, en soulignant d'abord les différents aspects mécaniques de l'énergie qui demeurent malgré tout les plus simples. La généralisation devrait, selon nous, faire référence explicitement au premier principe de la thermodynamique ou principe de conservation de l'énergie totale, évidemment de façon simplifiée dans les classes de lycée.