

Qu'appelle-t-on axe d'un système optique ?

par J.-Ph. PÉREZ
UPS, OMP-Toulouse

INTRODUCTION

Dans la plupart des ouvrages d'enseignement de l'optique géométrique, les formules de conjugaison relatives aux miroirs sphériques apparaissent singulières lorsqu'on les compare aux formules analogues des systèmes dioptriques.

Cette singularité, due au changement de sens imposé à la lumière, est-elle irrémédiable, au point de rompre l'unité de cet enseignement et d'encombrer notre mémoire ? Évidemment non. Elle provient simplement d'un choix *géométrique* et non *physique* de l'axe optique, alors que l'analyse montre que l'*optique des rayons lumineux* est finalement plus de la physique que de la géométrie.

Nous nous proposons ici de donner l'écriture standard de la formule de conjugaison relative aux miroirs, c'est-à-dire celle qui est conforme à la formule générale suivante des systèmes centrés :

$$\frac{n_i}{p_i} - \frac{n_o}{p_o} = V \quad \text{avec} \quad p_i = \overline{H_i A_i} \quad p_o = \overline{H_o A_o}$$

dans laquelle $H_o H_i$ désignent les points principaux objet et image, $A_o A_i$ le couple de points conjugués, $n_o n_i$ les indices des milieux extrêmes et V la vergence du système.

Il convient d'abord de rappeler la définition de l'axe d'un système optique.

1. DÉFINITION DE L'AXE OPTIQUE

De façon générale, il est recommandé d'adopter comme axe optique d'un système optique, travaillant dans l'approximation de Gauss, la trajectoire *moyenne* des rayons lumineux [1].

Une telle définition, qui concerne tous les systèmes centrés ou non, permet de gérer efficacement le cas des systèmes optiques réflecteurs et se révèle indispensable pour l'étude des systèmes optiques dont l'axe optique est *curviligne*. Ces derniers sont de plus en plus nombreux : citons les spectromètres corpusculaires [2], [3] les gyromètres à lasers et les fibres optiques dont l'axe optique n'est ni rectiligne, ni rectiligne par morceaux.

Dans le cas d'un miroir sphérique par exemple, l'axe optique est le rayon incident, passant par le sommet S et le centre C avant réflexion, et le rayon émergent passant par les mêmes points après réflexion (figure 1).

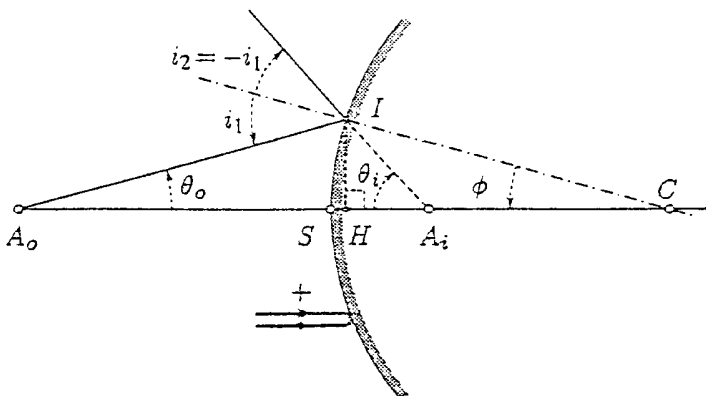


Figure 1

2. FORMULE GÉOMÉTRIQUE DE DESCARTES RELATIVE AUX MIROIRS SPHÉRIQUES

Considérons un miroir sphérique de rayon $R = SC$ (en valeur absolue) donnant d'un point objet A_o une image A_i (figure 1). Comme les angles i_1 et i_2 sont égaux en valeur absolue, on a les relations suivantes entre les angles des triangles A_oIC et A_iIC :

$$|\theta_o| + |\phi| = |\theta_i| - |\phi| \quad \text{soit} \quad |\theta_o| - |\theta_i| = -2 |\phi|$$

$$\text{Or : } |\theta_o| \approx \frac{HI}{A_oH} \approx \frac{HI}{SA_o} \quad |\theta_i| \approx \frac{HI}{A_iH} \approx \frac{HI}{SA_i} \quad \text{et} \quad |\phi| \approx \frac{HI}{SC}$$

En simplifiant, on obtient la formule de conjugaison suivante :

$$-\frac{1}{SA_i} + \frac{1}{SA_o} = -\frac{2}{SC}$$

Cette formule, reliant les valeurs *absolues* des différentes longueurs, doit être algébrisée afin de décrire le cas général d'un miroir quelconque.

3. ALGÉBRISATION

a - Algébrisation «géométrique»

L'algébrisation «géométrique» est celle généralement adoptée dans les ouvrages d'enseignement : on choisit comme axe optique l'axe géométrique défini par le *seul sens* de la lumière *incidente*. Elle donne, puisque, selon cette convention $SA_o = -SA_o$, $SA_i = SA_i$ et $SC = SC$:

$$-\frac{1}{SA_i} - \frac{1}{SA_o} = -\frac{2}{SC} \quad \text{soit} \quad \frac{1}{SA_i} + \frac{1}{SA_o} = \frac{2}{SC}$$

Cette formule relative aux miroirs sphériques s'écrit aussi, en introduisant $p_o = SA_o$, $p_i = SA_i$ et la vergence $V = -2 / SC$ définie antérieurement :

$$-\frac{1}{p_i} - \frac{1}{p_o} = V$$

En comparant cette dernière formule à celle donnée en introduction, la singularité apparaît clairement : le premier terme est affecté d'un signe moins. Parfois, on lève cette singularité au prix d'un artifice qui consiste à faire porter le changement de sens sur l'indice en remplaçant n_i par $-n_o$. Outre l'inconvénient d'introduire le concept (magique !) d'indice négatif, l'intérêt mnémotechnique de cet artifice s'effondre totalement lorsque la trajectoire moyenne est curviligne ou lorsque les axes sont portés par des droites qui ne coïncident pas.

En faisant SA_o infini pour trouver la distance focale image $SF_i = -1/V$, on découvre une autre conséquence singulière de cette algébrisation : la distance focale image d'un miroir *convergent* est *négative* ! En effet, si le miroir est concave, $V > 0$ (tout rayon incident parallèle à l'axe se rapproche de l'axe après réflexion par le miroir) et

$S F_1 < 0$. Voilà un résultat qui ne manquera pas d'intriguer un astronome travaillant sur le miroir primaire d'un télescope.

b - Algébrisation physique

Procédons à une autre algébrisation, disons physique et non géométrique, en adoptant comme axe optique l'axe défini par le *rayon lumineux moyen* : le sens positif est celui de la lumière incidente avant réflexion et celui de la lumière réfléchie après réflexion. En introduisant les quantités algébriques $p_o = \overline{SA_o} = -SA_o$, $p_i = \overline{SA_i} = -SA_i$ et $SC = SC$, la formule initiale devient :

$$\frac{1}{\overline{SA_i}} - \frac{1}{\overline{SA_o}} = -\frac{2}{\overline{SC}} \quad \text{soit} \quad \frac{1}{p_i} - \frac{1}{p_o} = V$$

ce qui est analogue à la formule de conjugaison de Descartes relative aux systèmes centrés avec origines aux plans principaux ; il suffit de faire $n_o = n_i = 1$ et noter que les plans principaux dans un miroir sphérique coïncident au sommet S.

Remarque : Dans ce contexte, la réécriture des formules de grandissement de Descartes et des formules de Newton donne des expressions identiques à celles relatives aux systèmes dioptriques.

4. EXEMPLE : FOYER PRIMAIRE ET FOYER CASSEGRAIN DU TÉLESCOPE HUBBLE

Le télescope spatial, Hubble space telescope (HST), mis sur orbite circulaire le 24 avril 1990 à une altitude $h = 593$ km du sol, est un télescope type Cassegrain de diamètre $D = 2,4$ m.

Le miroir primaire M_p de l'objectif, de sommet E, est assimilé à un miroir sphérique concave de rayon de courbure égal à 11,04 m. Le miroir secondaire M_s , convexe, supposé sphérique, de rayon de courbure 1,358 m, est placé à 4,906 m de E (figure 2).

On en déduit que, dans l'approximation de Gauss, le foyer primaire F_p se trouve au milieu du segment reliant E et le centre de courbure du miroir primaire.

La vergence du miroir primaire est donc : $V_p = -2/(-11,04) = 0,18 \delta$ et sa distance focale image $f_i = 1/V_p = 5,52$ m.

Quant au foyer Cassegrain F_c , qui est le foyer du système global, il est l'image de F_p donnée par le miroir secondaire M_s de vergence : $V_s = -2/1,358 = -1,473 \delta$. Par conséquent, il vient, en appliquant la formule de conjugaison au miroir M_s :

$$\frac{1}{S F_c} - \frac{1}{S F_p} = V_s \quad \text{d'où} \quad \frac{1}{S F_c} - \frac{1}{0,614} = -1,473$$

En effet, $\overline{S F_p} = 5,52 - 4,906 = 0,614 \text{ m}$ est positif relativement à l'axe dont l'orientation coïncide avec celle du rayon incident sur le miroir. On en déduit : $S F_c = 6,414 \text{ m}$ et $E F_c = 6,414 - 4,906 = 1,508 \text{ m}$. Comme $\overline{S F_c} > 0$, le foyer Cassegrain se trouve à droite du miroir secondaire au delà du sommet E du miroir primaire.

Sur la figure 2, on a construit l'image $A_i B_i$ d'un objet $A_o B_o$ situé dans le plan du miroir primaire.

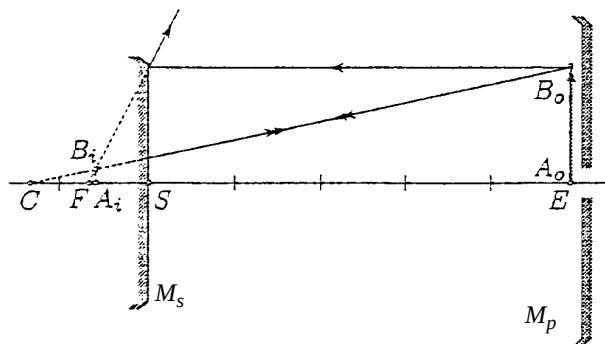


Figure 2

CONCLUSION

L'écriture standard des formules de conjugaison relatives aux miroirs sphériques, c'est-à-dire compatible avec les formules relatives aux systèmes dioptriques, présente, nous semble-t-il, un intérêt multiple :

- elle évite d'hypothétiques indices négatifs,
- elle compte positivement la distance focale image d'un miroir convergent,
- et surtout elle prépare à l'analyse physique des systèmes à axe optique curviligne.

La pratique de l'enseignement en DEUG A montre que, pour les étudiants, cette écriture ne constitue pas un obstacle majeur [4]. Peut-être la difficulté principale est-elle de convaincre certains interrogateurs aux examens et concours du bien-fondé de ce choix. Un argument décisif consisterait, me semble-t-il, à rappeler que l'usage d'un axe curviligne n'est pas nouveau en physique. Par exemple, en mécanique, le mouvement de la machine d'Atwood bien connue est banalement étudié en adoptant un axe curviligne qui coïncide d'un côté de la poulie avec la verticale ascendante et de l'autre avec la verticale descendante.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] P. FLEUR et J.-P. MATHIEU - Images optiques, Eyrolles, 1962.
- [2] H. ENGE - *Focusing of charged particles*, II, Ed. A. Septier, 1967.
- [3] J.-Ph. PÉREZ et A. LANNES - *Interest of the transfer matrix for symmetrical systems in light optics and in charged particle optics*, J. Optics, vol. 20, n° 1. p. 3, 1989.
- [4] J.-Ph. PÉREZ - *Optique, géométrie et ondulatoire, avec 200 exercices et problèmes résolus*, Masson, 4^e édition, 1994.