

Échauffement d'une résistance de puissance

Bilan énergétique

par R. ALLARD

Lycée H. Bergson - 85, rue de la Barre - 49036 Angers

L'étude expérimentale de l'échauffement d'une résistance de puissance peut se faire en travaux pratiques dans le cadre des nouveaux programmes de Première : elle permet d'illustrer la partie relative aux transferts d'énergie et aux échanges de chaleur par conduction, convection et rayonnement.

Cette étude met en œuvre des moyens performants : un thermocouple associé à un circuit intégré amplificateur, de gain ajusté en usine, et l'outil informatique pour le traitement des données expérimentales et les activités de modélisation.

OBJECTIFS DE LA SÉANCE DE T.P.

- 1 - Étude, en fonction du temps, de l'élévation de la température de surface du corps d'une résistance qui reçoit une puissance électrique constante. Analyse qualitative, des échanges d'énergie entre cette résistance et le milieu extérieur au cours des régimes transitoire et permanent.
- 2 - Bilan énergétique de la résistance de puissance. Utilisation du logiciel Regressi pour la représentation des données expérimentales et la vérification de l'équation des transferts d'énergie (modélisation).
- 3 - Étude des facteurs ayant une influence sur la température d'équilibre d'une résistance.

PRÉREQUIS

- Les élèves savent calculer une puissance électrique et connaissent la loi de Joule ;
- Ils possèdent la notion de transfert d'énergie ;
- Ils ont utilisé un logiciel de traitement de données permettant des activités de modélisation.

MATÉRIEL

1 - Un générateur de tension continue ou une **source de courant continu**.

2 - Trois multimètres et un chronomètre.

3 - Des résistances de puissance, de caractéristiques nominales : $2,2 \Omega/10 \text{ W}$ - $4,7 \Omega/10 \text{ W}$ - $10 \Omega/10 \text{ W}$ - $22 \Omega/10 \text{ W}$ - $4,7 \Omega/6 \text{ W}$. Ces résistances, constituées d'un fil métallique bobiné sur un support isolant en céramique vitrifiée, peuvent supporter de hautes températures. La bonne conductibilité thermique de cette céramique permet une dissipation de la chaleur dans le milieu ambiant.

Les résistances qui peuvent dissiper la même puissance maximale ont des corps cylindriques de mêmes dimensions : longueur 34 mm et diamètre 7 mm pour les résistances «10 W» ; longueur 21 mm et diamètre 7 mm pour les résistances «6 W».

4 - Thermocouple et amplificateur de thermocouple.

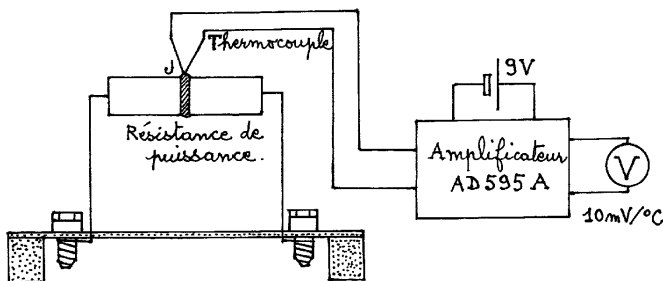


Figure 1

La température de surface de la résistance est mesurée avec un thermocouple relié à un amplificateur (circuit intégré AD 595 A) qui délivre une tension proportionnelle à la température de la jonction du thermocouple ($10 \text{ mV}/^{\circ}\text{C}$).

La réalisation du thermocouple, les conditions de son utilisation et les caractéristiques du AD 595 A sont décrites dans l'Annexe 1.

5 - Le but de la manipulation étant l'étude de l'échauffement de la résistance, les caractéristiques du milieu extérieur doivent rester constantes pendant la durée des mesures ; la résistance devra être placée dans une atmosphère calme à une distance d'au moins 4 à 5 cm des objets environnants les plus proches.

Déroulement de la séance de T.P.

1. COURBE D'ÉCHAUFFEMENT D'UNE RÉSISTANCE TRAVERSÉE PAR UN COURANT D'INTENSITÉ CONSTANTE

1.1. Expérience

A $t = 0$, on établit un courant d'intensité I dans la résistance de «4,7 Ω ». La température de surface θ est mesurée à divers instants t . Les valeurs de t et θ sont rentrées, au clavier, dans l'ordinateur et seront traitées avec le logiciel REGRESSI. Les mesures sont faites pour les valeurs de I suivantes :

0,2 A - 0,3 A - 0,4 A - 0,5 A - 0,6 A - 0,7 A.

1.2. Représentation des valeurs expérimentales

Soit θ_a la température ambiante. On demande au logiciel de calculer l'évaluation de température de la résistance, $D\theta = \theta - \theta_a$, et d'éditer des tableaux de valeurs et des graphiques représentant $D\theta$ en fonction du temps t . La puissance électrique P reçue par la résistance a été calculée $P = UI$, U étant la tension aux bornes de la résistance.

t (s)	θ (°C)	$D\theta$ (°C)
0	28.2	0
15.0	29.1	900m
30.0	30.8	2.60
45.0	32.6	4.40
60.0	34.0	5.80
75.0	35.7	7.50
90.0	37.0	8.80
105	37.8	9.60
120	39.2	11.0
150	40.7	12.5
180	42.3	14.1
210	43.0	14.8
240	44.5	16.3
270	45.5	17.3
300	46.0	17.8
330	46.6	18.4
360	46.8	18.6
390	47.7	19.5
420	48.0	19.8
450	48.4	20.2
480	48.5	20.3
510	48.8	20.6
540	49.2	21.0
570	49.2	21.0
600	49.2	21.0
660	49.6	21.6
720	50.1	21.9

$I = 0.3A$
 $P = 0.436W$

t (s)	θ (°C)	$D\theta$ (°C)
0	28.2	0
15.0	35.3	7.10
30.0	40.3	12.1
45.0	44.9	16.7
60.0	48.7	20.5
75.0	52.1	23.9
90.0	55.0	26.8
105	58.4	30.2
120	60.8	32.6
150	65.2	37.0
180	69.0	40.8
210	72.0	43.8
240	74.5	46.3
270	76.6	48.4
300	78.4	50.2
330	79.7	51.5
360	80.2	52.0
390	81.6	53.4
420	81.9	53.7
450	82.7	54.5
480	82.9	54.7
510	83.0	54.8
540	83.2	55.0
570	83.0	54.8
600	83.2	55.0
660	83.3	55.1
720	83.3	55.1

$I = 0.5A$
 $P = 1.23W$

t (s)	θ (°C)	$D\theta$ (°C)
0	28.2	0
15.0	40.1	11.9
30.0	50.0	21.8
45.0	58.7	30.5
60.0	66.4	38.2
75.0	74.0	45.8
90.0	79.6	51.4
105	84.9	56.7
120	89.9	61.7
150	97.4	69.2
180	105	76.6
210	110	81.3
240	114	85.7
270	117	89.1
300	119	91.0
330	121	93.2
360	123	94.8
390	124	96.3
420	126	97.4
450	126	98.2
480	127	98.7
510	128	99.3
540	128	99.8
570	129	101
600	129	101
660	129	101
720	129	101

$I = 0.7A$
 $P = 2.41W$

Figure 2

1.3. Analyse des courbes d'échauffement (figure 3)

C:\REGRESS\RESIST1 23/ 7/1993

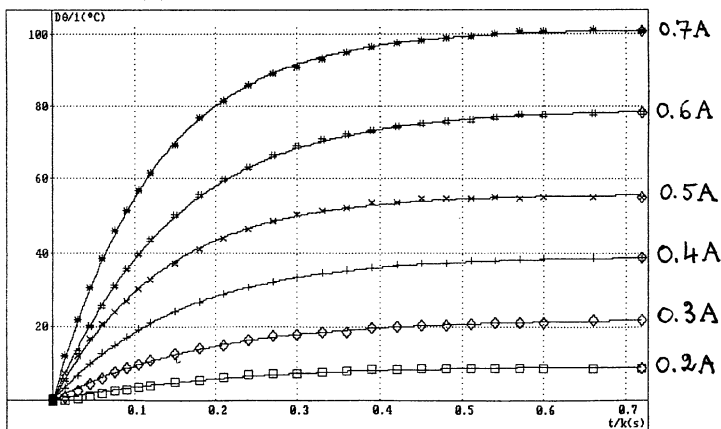


Figure 3

Les courbes d'échauffement mettent en évidence deux phases :

- au cours de la première phase la température croît, plus ou moins rapidement : c'est le régime transitoire,
- au cours de la seconde phase la température s'est stabilisée et demeure constante : c'est le régime permanent.

Transferts d'énergie

- au cours du régime transitoire : une partie de la chaleur produite par effet Joule est emmagasinée par le corps de la résistance et entraîne une élévation de température, et une autre partie est transférée au milieu extérieur par conduction, convection et rayonnement,
- au cours du régime permanent la température, constante, est appelée température d'équilibre θ_e . La chaleur produite par le passage du courant est transférée intégralement au milieu extérieur par conduction, convection et rayonnement.

Problème de sécurité

La température d'équilibre élevée obtenue avec certaines valeurs de l'intensité peut causer des brûlures à ceux qui manipulent les résistances de puissance, et provoquer la déformation ou l'inflammation de matériaux placés trop près.

2. BILAN ÉNERGÉTIQUE

2.1. Mise en équation des transferts d'énergie

Soient M la masse du corps de la résistance et C sa chaleur massique moyenne. La résistance dissipe par effet Joule une puissance électrique constante, $P = RI^2$.

On admet que la température θ du corps de la résistance est uniforme à chaque instant t .

On admet également que la qualité de chaleur δQ cédée par le corps de la résistance au milieu extérieur, entre les instants t et $t + \delta t$, obéit à la loi : $\delta Q = KS (\theta - \theta_a) \delta t$; θ_a est la température ambiante, S est la surface du corps de la résistance, et K un coefficient qui dépend de la nature des matériaux (céramique, ...), de leur état de surface, et des conditions de refroidissement (position de la résistance, ventilation).

Le bilan de transferts d'énergie s'exprime par les relations :

- **en régime transitoire** : $P\delta t = Mc\delta\theta + KS (\theta - \theta_a) \delta t$ (1),
- **en régime permanent** : ($\delta\theta = 0$) : $P = KS (\theta_e - \theta_a)$, θ_e température d'équilibre de la résistance (2).

2.2. L'ordinateur, instrument de modélisation

a - Écriture de la relation (1) sous une autre forme

$$\frac{\delta\theta}{\delta t} = \frac{KS}{Mc} [(\theta_e - \theta_a) - (\theta - \theta_a)]$$

Le paramètre $\tau = \frac{Mc}{KS}$ est équivalent à une durée : c'est la constante de temps de l'échauffement de la résistance.

$\delta\theta$ est équivalent à $\delta (\theta - \theta_a)$.

Posons $D\theta = \theta - \theta_a$ et $Y_e = \theta_e - \theta_a$; $\delta\theta = \delta(D\theta)$. On obtient la relation : $\frac{\delta(D\theta)}{\delta t} = (Y_e - D\theta)/\tau$.

Pour que le logiciel puisse interpréter cette relation il faut écrire $D\theta' = (Y_e - D\theta)/\tau$; le symbole «'» signifie que l'on considère le

rapport d'une petite variation de $D\theta$ sur une petite variation de t correspondante.

L'équation (3) $D\theta' = (Y_e - D\theta)/\tau$ comporte deux paramètres : τ , et Y_e élévation de température obtenue lorsque l'équilibre thermique est atteint.

Remarque : Il n'est pas nécessaire que les élèves de Première S sachent que l'équation (3) est une équation différentielle.

b - Modélisation

L'équation (3) a été obtenue à partir de lois élémentaires $[P = RI^2, \delta Q = Mc\delta\theta, \delta Q = KS(\theta - \theta_a)]$ et grâce à une suite de déductions et de raisonnements : cette équation représente le modèle du phénomène d'échauffement de la résistance.

Le logiciel permet de déterminer les deux paramètres Y_e et τ , et de construire point par point la courbe du modèle qui s'ajuste au mieux à la courbe expérimentale ; mais il est nécessaire de donner une valeur approchée (un ordre de grandeur) aux paramètres avant optimisation par le logiciel. Les valeurs approchées de Y_e et τ se déterminent sur les courbes expérimentales.

$$\begin{aligned} D\theta &= \theta - \theta_a \\ Y_e &= \theta_e - \theta_a \\ D\theta' &= \frac{\delta(D\theta)}{\delta t} \end{aligned}$$

$R = 4.7 \Omega$	
$I = 0.2 A$ Modèle $D\theta' = (Y_e - D\theta)/\tau$ Page n°1 $Y_e = 9.54 \pm 400m$ $\tau = 214 \pm 23$ Ecart relatif sur $D\theta = 4.7\%$	$I = 0.5 A$ Modèle $D\theta' = (Y_e - D\theta)/\tau$ Page n°4 COURBE D'ECHAUFFEMENT $Y_e = 55.9 \pm 360m$ $\tau = 134 \pm 3$ Ecart relatif sur $D\theta = 1.0\%$
$I = 0.3 A$ Modèle $D\theta' = (Y_e - D\theta)/\tau$ Page n°2 COURBE D'ECHAUFFEMENT $Y_e = 22.1 \pm 310m$ $\tau = 183 \pm 7.5$ Ecart relatif sur $D\theta = 1.8\%$	$I = 0.6 A$ Modèle $D\theta' = (Y_e - D\theta)/\tau$ Page n°5 COURBE D'ECHAUFFEMENT $Y_e = 79.2 \pm 470m$ $\tau = 151 \pm 2.8$ Ecart relatif sur $D\theta = 0.90\%$
$I = 0.4 A$ Modèle $D\theta' = (Y_e - D\theta)/\tau$ Page n°3 COURBE D'ECHAUFFEMENT $Y_e = 39.1 \pm 110m$ $\tau = 158 \pm 1.4$ Ecart relatif sur $D\theta = 0.43\%$	$I = 0.7 A$ Modèle $D\theta' = (Y_e - D\theta)/\tau$ Page n°6 COURBE D'ECHAUFFEMENT $Y_e = 101 \pm 290m$ $\tau = 128 \pm 1.3$ Ecart relatif sur $D\theta = 0.49\%$

Figure 4

Le réseau de courbes obtenues par modélisation est tracé sur la figure 3. On constate que les points expérimentaux s'écartent peu de ces courbes. Le modèle défini par l'équation (3) permet donc de prévoir et de décrire avec une bonne précision l'échauffement de la résistance : l'écart relatif moyen entre les valeurs calculées et les valeurs mesurées de $D\theta$ est inférieur à 1 % pour des intensités $I > 0.4$ A, et reste inférieur à 5 % pour des échauffements produits par des courants plus faibles (Cf. figure 4).

Les valeurs des paramètres Y_e et tau sont données sous la forme $p \pm q$, l'intervalle ($p - q$, $p + q$) correspondant à un intervalle de confiance de 95 % (Cf. figure 4).

3. FACTEURS DONT DÉPEND LA TEMPÉRATURE D'UNE RÉSISTANCE, À L'ÉQUILIBRE THERMIQUE

θ_a : température ambiante ; θ_e : température à l'équilibre thermique.

$Y_e = \theta_e - \theta_a$: élévation de température à l'équilibre thermique.

3.1. Intensité du courant

a - Observation du réseau de courbes de la figure 3

Ce réseau met en évidence une augmentation de Y_e avec l'intensité I du courant ; mais cette augmentation Y_e n'est pas régulière comme celle de l'intensité I (0,2 A - 0,3 A - 0,4 A - ...), elle est de plus en plus importante à mesure que I croît.

Conclusion : L'élévation de température, lorsque l'équilibre thermique est atteint, n'est pas proportionnelle à l'intensité du courant.

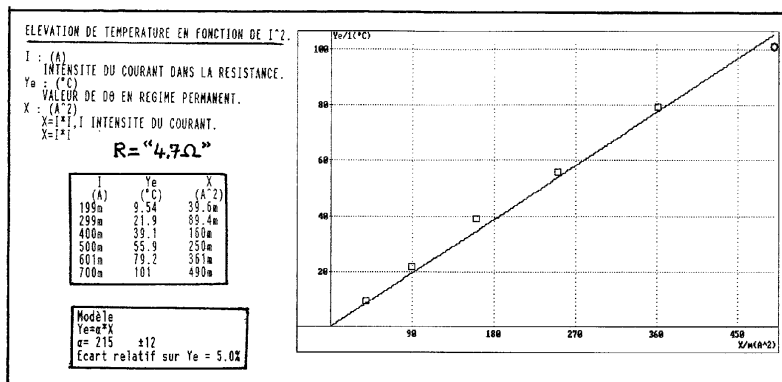


Figure 5

b - Représentation de Y_e en fonction de I^2

La puissance thermique qui apparaît, par effet Joule, dans le corps de la résistance étant proportionnelle à I^2 , il semble naturel d'étudier Y_e en fonction de I^2 . Le graphique de la figure 5 suggère que Y_e est proportionnelle à I^2 ; posons $Y_e = \alpha X$ avec $X = I^2$. L'option «Modélisation par une fonction» du logiciel Regressi permet de tracer la droite qui s'ajuste au mieux aux points expérimentaux : $Y_e = 215 I^2$; l'écart relatif moyen entre les valeurs expérimentales et les valeurs calculées de Y_e est de l'ordre de 5 %.

Conclusion : L'élévation de température d'une résistance, lorsque l'équilibre thermique est atteint, est proportionnelle à I^2 .

3.2. Surface de contact avec l'air

Pour mettre en évidence l'influence de la surface de contact du corps de la résistance avec l'air nous allons faire circuler dans des résistances différentes des courants d'intensités telles que la puissance dissipée soit la même dans toutes les résistances, $P = 1,23 \text{ W}$.

a - Expérience

Sur la figure 6 sont représentées, à la même échelle, les résistances avec leurs caractéristiques nominales. Les valeurs réelles de ces résistances, déterminées en appliquant la loi d'Ohm, sont également indiquées.

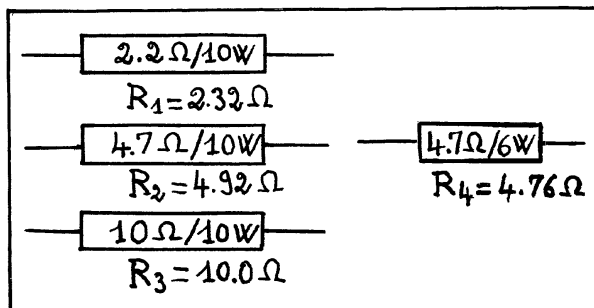


Figure 6

On suit l'évolution de la température de surface des quatre résistances. Les résultats obtenus sont présentés dans les tableaux de la figure 7 et représentés par les courbes de la figure 8.

t (s)	θ ($^{\circ}\text{C}$)	$\Delta\theta$ ($^{\circ}\text{C}$)	t (s)	θ ($^{\circ}\text{C}$)	$\Delta\theta$ ($^{\circ}\text{C}$)	t (s)	θ ($^{\circ}\text{C}$)	$\Delta\theta$ ($^{\circ}\text{C}$)	t (s)	θ ($^{\circ}\text{C}$)	$\Delta\theta$ ($^{\circ}\text{C}$)
0	29.7	0	0	29.7	0	0	29.70	0	0	29.7	0
15.0	38.5	9.80	15.0	36.0	6.30	15.00	35.90	6.200	15.0	40.9	11.2
30.0	44.4	14.7	30.0	41.2	11.5	30.00	40.60	10.90	30.0	50.1	20.4
45.0	48.6	18.9	45.0	46.0	16.3	45.00	44.90	15.20	45.0	58.3	28.6
60.0	52.2	22.5	60.0	50.1	20.4	60.00	48.80	19.10	60.0	63.7	34.0
75.0	55.7	26.0	75.0	53.8	24.1	75.00	52.00	22.30	75.0	69.5	39.8
90.0	59.0	29.3	90.0	57.2	27.5	90.00	55.40	25.70	90.0	74.0	44.3
105	61.8	32.1	105	60.3	30.6	105.0	58.30	28.60	105	78.3	48.6
120	64.5	34.8	120	63.0	33.3	120.0	60.80	31.10	120	82.0	52.3
150	69.3	39.6	150	67.5	37.8	150.0	65.50	35.80	150	88.0	58.3
180	72.8	43.1	180	71.6	41.9	180.0	69.50	39.80	180	92.0	62.3
210	76.0	46.3	210	74.8	45.1	210.0	72.70	43.00	210	95.2	65.5
240	78.5	48.8	240	77.8	48.1	240.0	75.50	45.80	240	97.0	68.1
270	80.8	51.1	270	80.2	50.5	270.0	77.80	48.10	270	99.5	69.8
300	82.1	52.4	300	82.0	52.3	300.0	79.50	49.80	300	101	71.6
330	83.3	53.6	330	83.3	53.6	330.0	81.10	51.40	330	102	72.5
360	84.6	54.9	360	84.2	54.5	360.0	82.80	53.10	360	102	72.8
390	85.6	55.9	390	85.1	55.4	390.0	83.90	54.20	390	103	73.0
420	86.2	56.5	420	85.8	56.1	420.0	84.90	55.20	420	103	73.7
450	86.8	57.1	450	86.5	56.8	450.0	85.50	55.90	450	104	74.5
480	87.2	57.5	480	87.0	57.3	480.0	86.20	56.50	480	105	75.1
510	87.6	57.9	510	87.8	58.1	510.0	86.90	57.20	510	105	75.5
540	88.0	58.3	540	88.2	58.5	540.0	87.20	57.50	540	106	75.9
570	88.6	58.9	570	88.0	58.3	570.0	88.40	58.70	570	106	76.2
600	89.3	59.6	600	87.8	58.1	600.0	89.00	59.30	600	106	76.5
630	89.4	59.7	630	87.8	58.1	630.0	89.00	59.30	630	106	76.5
720			720	87.8	58.1	720.0			720	106	76.5

I (A)	R (ohm)	P (W)	I (A)	R (ohm)	P (W)	I (A)	R (ohm)	P (W)	I (A)	R (ohm)	P (W)
727m	2.32	1.23	500m	4.92	1.23	350.0m	10.00	1.225	507m	4.76	1.23

Figure 7

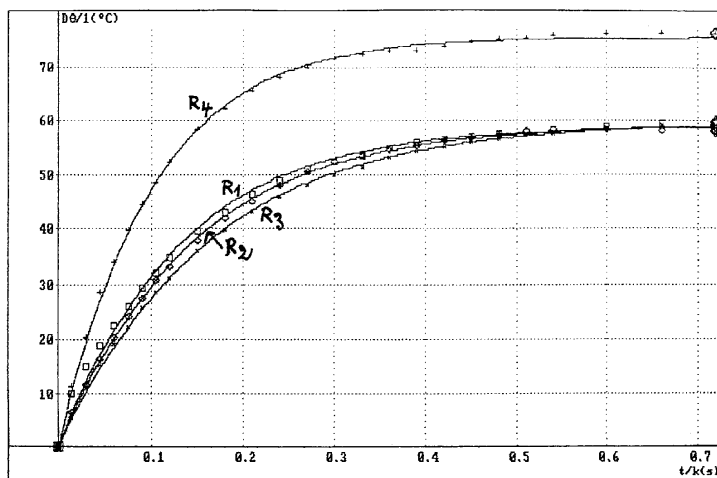


Figure 8

b - Exploitation des résultats

Les résistances (R_1), (R_2) et (R_3), qui sont géométriquement identiques, ont des courbes d'échauffement qui se confondent pratiquement lorsque leur équilibre thermique est atteint. Au cours du régime

transitoire, les courbes d'échauffement de ces résistances s'écartent légèrement les unes des autres ; ce phénomène peut être dû, en partie, au fait que la structure interne de (R_1), (R_2) et (R_3) n'est pas tout à fait la même car la longueur du fil bobiné dépend de la valeur de la résistance.

Considérons maintenant les courbes d'échauffement des résistances (R_2) et (R_4) ; ces résistances qui ont des valeurs en ohms très proches mais des surfaces de contact avec l'air très différentes, s'échauffent différemment : l'élévation de température est plus importante lorsque la surface de contact avec l'air est plus faible.

Conclusion : Pour une même puissance électrique dissipée par effet Joule, l'élévation de température d'une résistance est d'autant plus importante que sa surface de contact avec l'air est petite.

On admet que la puissance thermique cédée par un conducteur au milieu extérieur est $P = kS(\theta - \theta_a)$.

3.3. Ventilation

Si la résistance est placée dans un courant d'air, sa température, à l'équilibre thermique, est plus faible, pour une même puissance électrique consommée ; on en déduit que la constante k , dans la formule $P = kS(\theta_e - \theta_a)$, augmente lorsqu'on réalise une ventilation forcée. Une ventilation forcée permet donc d'augmenter la puissance dissipée.

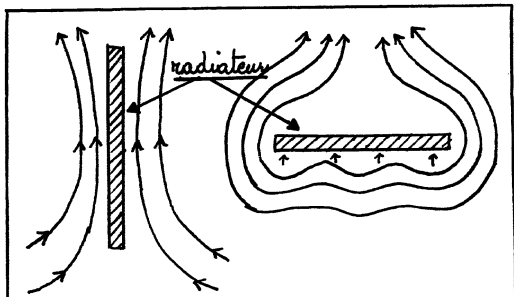


Figure 9

3.4. Technique de refroidissement d'un composant

Afin de faciliter le transfert de chaleur vers le milieu ambiant on équipe les composants de puissance de radiateurs (ou refroidisseurs).

Les résultats expérimentaux précédents montrent que l'efficacité d'un radiateur augmente avec sa surface (radiateur avec des ailettes) et avec la ventilation (naturelle ou forcée) ; la ventilation naturelle (convection) se fera plus facilement si le radiateur est en position verticale (Cf. figure 9).

Prolongement possible : Exploitation d'une documentation sur «les résistances bobinées émaillées de puissance».

Annexe 1

Thermocouple Amplificateur de thermocouple

1. THERMOCOUPLE

1.1. Description - Utilisation

La mesure de la température de surface de la résistance est réalisée à l'aide d'un thermocouple constitué d'un fil de chromel et d'un fil d'alumel (thermocouple de type K) ; la jonction J de ces deux fils, dite «jonction de mesure» (ou jonction chaude) est en contact avec la surface de la résistance.

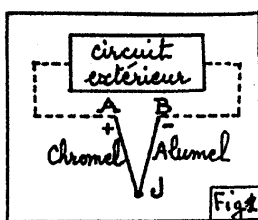


Figure 10

Les connexions A et B du thermocouple au circuit extérieur et les autres connexions de ce circuit extérieur sont à la **même température** ; toutes ces connexions jouent le rôle de «jonction de référence» (ou jonction froide). Le thermocouple se comporte comme une pile dont la force électromotrice ne dépend que de la température de la jonction de mesure et de la température de la jonction de référence. Si la jonction de référence est à 0°C, la f.é.m $e(\mu V)$ du thermocouple de type K est peu différente de $40.8 \mu V/^{\circ}C$.

Lorsque la jonction de référence est à la température ambiante, variable, la f.é.m. du couple n'est pas indiquée dans les tables de constantes. Il faut mettre en œuvre un circuit électronique dit «circuit de compensation de jonction de référence» qui va permettre de faire fonctionner le thermocouple comme si la jonction de référence était maintenue à une température constante, 0°C, quelle que soit la température ambiante.

1.2. Montage du thermocouple sur la résistance

Pour obtenir un bon contact thermique entre la jonction de mesure J du thermocouple et le corps de la résistance, on peut réaliser un anneau métallique autour de la résistance en faisant fondre de la soudure entre deux boucles en fil de fer écartées de 1 mm environ, et souder ensuite la jonction du thermocouple à cet anneau métallique.

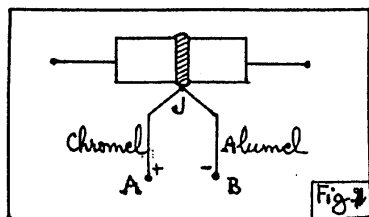


Figure 11

2. AMPLIFICATEUR DE THERMOCOUPLE

La réalisation est facile si on utilise le circuit intégré AD 595 de Analog Devices qui comprend :

- un système de compensation de jonction de référence,
- un amplificateur dont le gain, ajusté en usine, permet d'obtenir à sa sortie une tension de 10 mV par degré celsius,
- un circuit d'alarme pour la commande d'une diode électroluminescente ; celle-ci brille lorsque le thermocouple est déconnecté de l'amplificateur ou lorsqu'il n'y a plus de contact électrique entre les deux fils du thermocouple au niveau de la jonction.

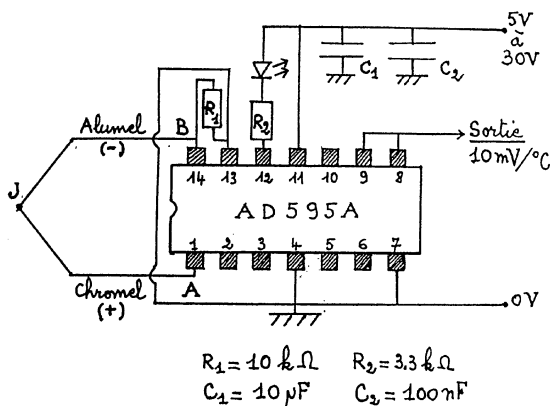


Figure 12

Soit $u(\text{mV})$ la tension mesurée à la sortie de l'amplificateur ; la température $\theta(^{\circ}\text{C})$ de la jonction J est : $\theta(^{\circ}\text{C}) = u(\text{mV})/10$.

Remarque : Avec un thermocouple fer/constantan (type J) il faut utiliser l'amplificateur AD 594 A.

On peut se procurer des thermocouples, des amplificateurs et divers connecteurs pour thermocouples chez :

RADIOSPARES - B.P. 453 - 60031 BEAUVAIS - Tél. : 44.84.72.72.

Annexe 2

Construction de la courbe $\theta(t)$ définie

$$\text{par l'équation } \frac{\delta\theta}{\delta t} = \frac{Y_e - \theta}{\tau}$$

Il s'agit de faire comprendre aux élèves que la construction de la courbe d'échauffement $\theta(t)$ définie par l'équation $\frac{\delta\theta}{\delta t} = (Y_e - \theta)/\tau$ se fait point par point, et non pas par la représentation d'une fonction analytique.

1. PRINCIPE DE LA MÉTHODE

La méthode consiste à calculer une nouvelle valeur de θ , $\theta + \delta\theta$, à l'instant $t + \delta t$, connaissant la valeur antérieure de θ à l'instant t .

La valeur initiale de θ doit être connue.

La valeur du pas de calcul δt doit être choisie, et une valeur numérique (approchée) doit être attribuée aux deux paramètres Y_e et τ .

Opérations effectuées par le logiciel

1 - Soient θ_1 et $\delta\theta_1 = (Y_e - \theta_1) \delta\tau/\tau$ les valeurs de θ et $\delta\theta$ à l'instant t_1 .

2 - θ devient θ_2 à l'instant $t_2 = t_1 + \delta t$:

$$\theta_2 = \theta_1 + (Y_e - \theta_1) \delta t/\tau.$$

3 - θ devient θ_3 à l'instant $t_3 = t_2 + \delta t$:

$$\theta_3 = \theta_2 + (Y_e - \theta_2) \delta t/\tau.$$

2. CRITÈRE DE MODÉLISATION - DÉTERMINATION DES PARAMÈTRES

Y_e et τ

Étant donné le modèle de représentation du phénomène d'échauffement décrit par la relation $\delta\theta/\delta t = (Y_e - \theta)/\tau$, il s'agit de déterminer

les «meilleures» valeurs possibles de paramètres Y_e et τ associés à une série de mesures.

Soient N le nombre de mesures de θ , et θ_k^* la valeur correspondant à la mesure $n^o k$ relative à l'instant t_k .

Soient Y_e et τ une estimation des paramètres du modèle ; on peut alors calculer les valeurs prises par le modèle : $\theta_1, \theta_2, \dots \theta_k \dots \theta_N$ (voir § 1.).

On constate que θ_k et θ_k^* sont différents ; l'écart $\epsilon_k = \theta_k^* - \theta_k$ est appelé «erreur de modélisation».

Nous conviendrons de dire que la meilleure estimation des paramètres Y_e et τ est obtenue lorsque le critère quadratique $J = \sum_{k=1}^N \epsilon_k^2$ est minimum pour les mesures effectuées.

Le but de la manipulation va donc être de rechercher quels sont les paramètres Y_e et τ qui minimisent le critère J .

Les calculs relativement longs sont effectués par le logiciel.