Prise en compte de l'hystérésis dans l'étude comportementale du transformateur monophasé

par Jean-Pierre CARON et Philippe DEGOBERT
L.E.E.P-ENSAM, Centre de Lille - 59000 Lille

RÉSUMÉ

Après avoir rappelé la démarche de description analytique d'un transformateur monophasé conduisant à sa modélisation, les auteurs se sont attachés à montrer plusieurs approches, simples et compréhensibles par des étudiants, de la prise en compte du phénomène d'hystérésis caractéristique des matériaux magnétiquement doux équipant les transformateurs.

INTRODUCTION

Le transformateur est un appareil statique qui effectue un transfert d'énergie électrique par voie électromagnétique, avec comme objectifs : l'adaptation des tensions et l'isolement galvanique entre une source et un récepteur.

Dans sa version la plus simple, il est constitué de deux bobines ; l'une, appelée primaire, est raccordée à la source (réseau d'alimentation), l'autre, dénommée secondaire, est connectée à un circuit électrique de charge. Un circuit magnétique traverse les deux enroulements, il sert à les coupler très fortement tout en canalisant le champ magnétique et en réduisant le courant inducteur.

Les matériaux utilisés diffèrent selon le domaine de fréquence dans lequel se situe l'application.

Les transformateurs industriels, fonctionnant à la fréquence de 50 Hz, sont réalisés à l'aide de tôles ferromagnétiques empilées qui sont caractérisées par une teneur en silicium ; les plus performantes d'entre elles sont «à cristaux orientés».

Les transformateurs, à moyenne fréquence, qui équipent les alimentations à découpage et à résonance, utilisent des ferrites de manganèse-zinc et de nickel-zinc ; ce sont des matériaux céramiques fabriqués à partir de poudres dont la composition du mélange définit les caractéristiques mécaniques et magnétiques. La grande résistivité de ces ferrites permet de les employer dans une large gamme de fréquence sans avoir à redouter les pertes par courants de Foucault (*exemple :* 1 Ωm à 25°C pour la variété 3C80, [1]) ; des fréquences d'utilisation supérieures à 1 MHz sont possibles.

Il n'est pas commode de comparer les pertes par hystérésis attribuées aux tôles et aux ferrites car les domaines d'application (puissance et fréquence) sont très différents. A titre d'information, à 25°C, le matériau 3C80 présente des pertes de 50 W/kg à 25 kHz et pour une induction crête de 200 mT ; alors que des tôles ferromagnétiques de très bonne qualité (USS Transformer 78, M-19, [2]) consomment 1,24 W/kg pour une induction crête de 1T mais à 50 Hz.

1. ANALYSE DES FLUX D'INDUCTION

On considère le schéma de la figure 1 dans lequel le circuit magnétique présente la forme d'un tore.

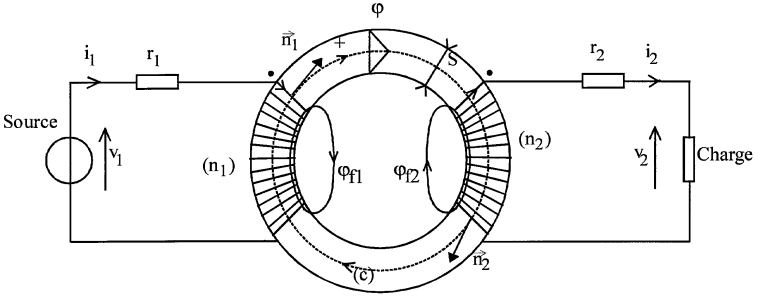

Figure 1 : Structure d'un transformateur monophasé .

Des ***conventions d'orientation*** doivent être mises en place puisque toutes les grandeurs : tensions, courants et flux sont algébriques :

a **-** Orientation du circuit magnétique $\left(\rightarrow^{+}\right)$; φ est le flux d'induction à travers une section droite d'aire S et en dehors des bobines.

b **-** Orientation des bobines :

– le sens des normales aux spires $\vec{n_1}$, $\vec{n_2}$ est celui du circuit magnétique,

– marquage d'une des bornes par un point : un courant positif entrant par le point crée un flux positif.

c **-** Orientation des courants i_1 et i_2 : *par exemple*, i_1 entrant, i_2 sortant par le point,

d **-** Orientation des tensions v_1 et v_2 : *par exemple*, flêches pointées sur le marquage.

Pour compléter la description, on note :

n_1, n_2 les nombres de spires ; r_1, r_2 les résistances respectivement des enroulements primaire et secondaire.

Le flux totalisé dans le primaire φ_{t1} est la somme d'un flux principal et d'un flux de fuite qui se referme dans l'air sans atteindre le secondaire :

$$\varphi_{t1} = n_1 \left(\varphi + \varphi_{f1}\right) \tag{1.1}$$

De même, le flux totalisé au secondaire φ_{t2} s'écrit :

$$\varphi_{t2} = n_2 \left(\varphi + \varphi_{f2}\right) \tag{1.2}$$

φ est le flux commun aux deux bobines.

En tenant compte du sens des courants, et en admettant la proportionnalité des flux de fuite aux courants qui les engendrent, il vient :

$$n_1\varphi_{f1} = 1_{f1}i_1 \;\; ; \;\; n_2\varphi_{f2} = -\, 1_{f2}i_2 \tag{1.3}$$

1_{f1} et 1_{f2} sont respectivement les inductances de fuite du primaire et du secondaire .

2. ÉQUATIONS DES MAILLES PRIMAIRE ET SECONDAIRE

L'application de la tension v_1 provoque selon la loi de Faraday une variation de flux ; on introduit par conséquent les forces électromotrices induites dans les bobines selon le schéma de la figure 2 tout en respectant bien les orientations choisies .

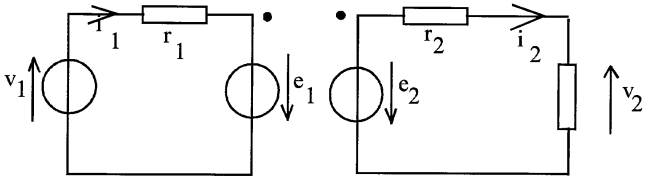

Figure 2 : Modèle aux forces électromotrices.

Les deux mailles sont décrites par :

$$v_1 = r_1 i_1 - e_1 \tag{2.1}$$

$$-e_2 = r_2 i_2 + v_2 \tag{2.2}$$

La loi de Faraday s'exprime par :

$$e_1 = -\frac{d\varphi_{t1}}{dt} \;;\; e_2 = -\frac{d\varphi_{t2}}{dt} \tag{2.3}$$

On déduit :

$$v_1 = r_1 i_1 + 1_{f1}\frac{di_1}{dt} + n_1\frac{d\varphi}{dt} \tag{2.4}$$

$$n_2\frac{d\varphi}{dt} = r_2 i_2 + 1_{f2}\frac{di_2}{dt} + v_2 \tag{2.5}$$

3. COURANT MAGNÉTISANT

Afin de compléter la mise en équation, on recherche la relation entre le champ magnétique $\vec{H}$ et les courants i_1, i_2 ; la réponse vient du théorème d'Ampère, il énonce que la circulation de $\vec{H}$ le long de la ligne de champ (C) est égale à la somme algébrique des forces magnétomotrices qui y sont rencontrées :

$$\int_{(C)} \vec{H} \cdot \vec{dl} = n_1 i_1 - n_2 i_2 \tag{3.1}$$

La force magnétomotrice (ni) est comptée positivement quand le courant i entre par le point de marquage de l'enroulement considéré.

On définit alors un ***courant magnétisant*** primaire i_{10} qui serait, à lui seul, responsable de l'établissement d'un même champ magnétique ; de sorte que :

$$n_1 i_1 - n_2 i_2 = n_1 i_{10} \tag{3.2}$$

i_{10} est lié d'une manière non linéaire et non bijective au flux φ dans le circuit magnétique.

Lorsque la tension v_1 est sinusoïdale, le flux φ l'est aussi, à condition toutefois de pouvoir négliger les chutes de tension dans r_1 et l_{f1}, (formule 2.4) ; alors le chronogramme de i_{10} se déduit de celui de φ par le cycle d'hystérésis (voir figure 3).

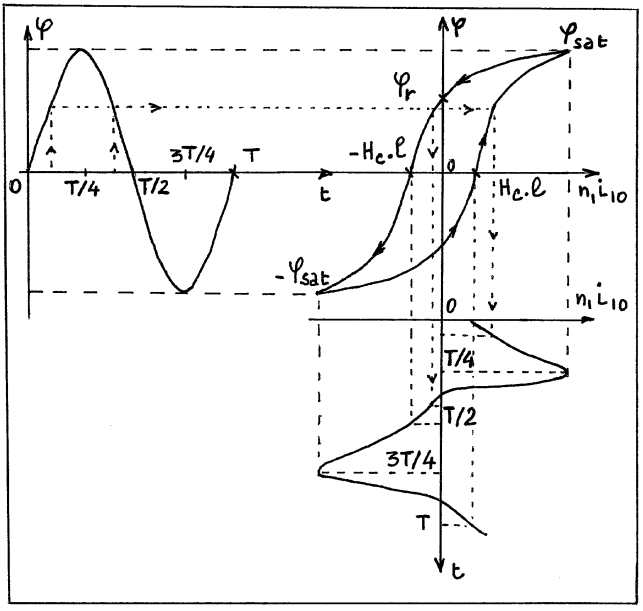

Figure 3 : Construction du chronogramme de i_{10}.

Notation :

– φ_{sat} : maximum de $\varphi = B_{sat} \cdot S$,

– φ_r : flux rémanent $= B_r \cdot S$,

– H_c : champ coercitif,

– l : longueur moyenne des lignes de champ.

On observe que le courant i_{10} n'est pas sinusoïdal, il est d'autant plus déformé que le niveau de tension appliqué au primaire conduit le matériau à être saturé. Il est facile de montrer l'influence de l'amplitude sur le courant magnétisant, le chronogramme de $\varphi(t)$ s'obtient par l'intégration de la tension secondaire à vide u_2 :

$$u_2 = v_2\left(i_2 = 0\right) = n_2 \frac{d\varphi}{dt} \qquad (3.3)$$

et : $$i_1 = i_{10}.$$

Un pseudo intégrateur de grande impédance à la fréquence d'essai 50 Hz, ($i_2 = 0$), constitué d'une résistance de 1 MΩ en série avec un condensateur de capacité 1 µF, convient parfaitement (*voir Annexe*, figure 15).

Le transformateur, mis à l'essai, est expérimenté pour deux valeurs de la tension secondaire : U_2 = 50 V (figures 4 et 5) ; U_2 = 120 V (figures 6 et 7).

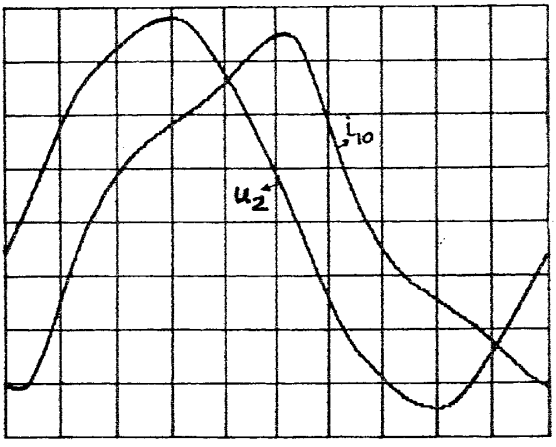

Figure 4 : Chronogrammes de u_2 et de i_{10}
U_2 = 50 V ; 20 V/div
i_{10} : 0,25 A/div ; 2 ms/div.

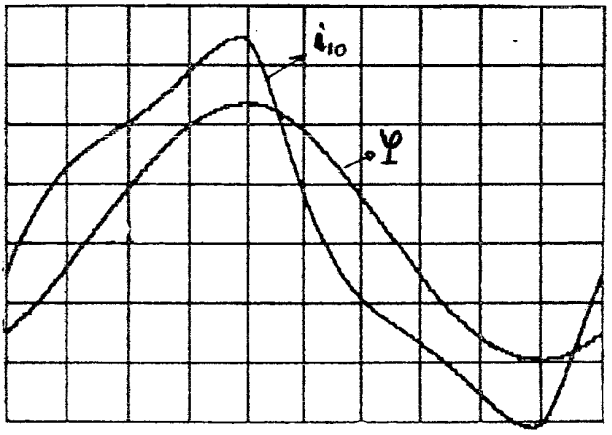

Figure 5 : Chronogrammes de i_{10} et de φ
$U_2 = 50$ V ; $\varphi : 10^{-3}$ Wb/div
i_{10} : 0,25 A/div ; 2 ms/div.

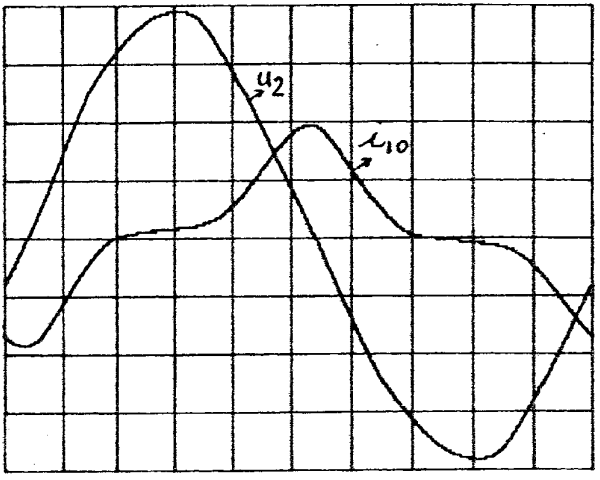

Figure 6 : Chronogrammes de u_2 et de i_{10}
$U_2 = 120$ V ; 50 V/div
i_{10} : 5 A/div, 2 ms/div.

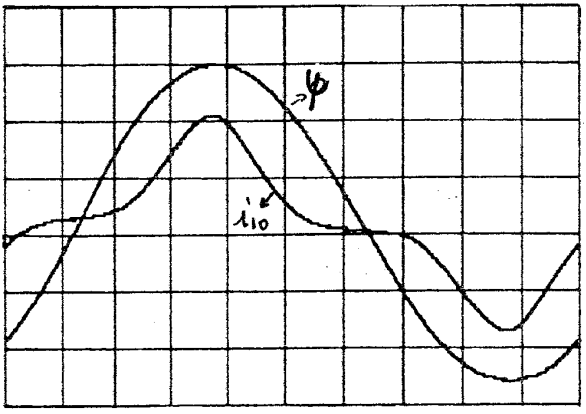

Figure 7 : Chronogrammes de i_{10} et de φ
$U_2 = 120$ V ; $\varphi : 2\ 10^{-3}$ Wb/div
i_{10} : 5 A/div ; 2 ms/div

Les valeurs de crête de i_{10} et de φ sont mesurées :

pour $U_2 = 50$ V, $\hat{i}_{10} = 0{,}77$ A, $\hat{\varphi} = 2{,}2\ 10^{-3}$ Wb,

pour $U_2 = 120$ V, $\hat{i}_{10} = 9{,}5$ A, $\hat{\varphi} = 5{,}6\ 10^{-3}$ Wb.

On constate par ailleurs, bien qu'il soit délicat d'introduire un déphasage dans le cas d'un courant non sinusoïdal, que le courant i_{10} n'est pas en quadrature arrière sur la tension u_2 ou sur la tension $u_1 = n_1u_2/n_2 = n_1 \cdot d\varphi/dt$. Cette remarque conduit à imaginer que de la puissance est dissipée en dehors de l'effet Joule qui se manifeste dans la résistance r_1 et aussi dans r_2 quand le transformateur est chargé.

En effet, si on s'intéresse à la puissance instantanée p :

$$p = i_{10}u_1 = i_{10} \cdot n_1 \cdot d\varphi/dt \qquad (3.4)$$

et qu'on l'intègre sur une période T, l'expression de l'énergie dissipée dans le circuit magnétique est obtenue :

$$W_m = \int_T n_1 i_{10} \cdot d\varphi \qquad (3.5)$$

On remarque que W_m est précisément égale à l'aire du cycle $\varphi(n_1i_{10})$.

Le rapport W_m/T désigne la puissance des pertes par hystérésis. Lorsque les pertes par courants de Foucault dans le circuit magnétique ne sont pas négligeables, le cycle n'est plus représentatif des seuls phénomènes d'hystérésis puisque son aire tient compte alors de l'ensemble des pertes ferromagnétiques.

4. MODÉLISATION INDUITE PAR LE COURANT MAGNÉTISANT

Si on se donne maintenant comme objectif l'établissement d'un schéma équivalent au transformateur en régime permanent quand la tension v_1 est sinusoïdale, on se heurte évidemment à la non linéarité $i_{10}(\varphi)$.

Afin de contourner cette difficulté, deux méthodes approchées sont proposées : l'une suppose que le niveau de tension est suffisamment faible pour admettre la description du cycle par une ellipse et l'autre repose sur la définition d'un courant sinusoïdal équivalent dans le cas des fortes inductions.

4.1. Cas d'un faible niveau de flux

La méthode, proposée notamment par les fabricants de ferrite [1], consiste à établir en notation complexe une relation entre $\underline{U}_1$ et $\underline{I}_{10}$ que l'on peut traduire par un modèle électrique équivalent de type série.

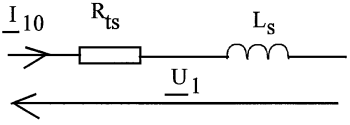

Figure 8 : Modèle magnétisant série.

R_{ts} est une résistance fictive, rapport des pertes totales dans le circuit magnétique au carré de la valeur efficace de i_{10}.

Les valeurs de R_{ts} et de L_s sont calculées à partir de l'introduction d'une perméabilité magnétique complexe :

$$\underline{\mu} = \mu_0 \, \underline{\mu_r} \tag{4.1}$$

$$\underline{\mu_r} = \mu_s' - j\mu_s'' \tag{4.2}$$

μ_0 est la perméabilité magnétique du vide $\left(4\pi \cdot 10^{-7}\right)$.

De l'équation $u_1 = n_1 \cdot d\varphi/dt$, on tire

$$\underline{U_1} = j n_1 \omega \underline{\Phi} \tag{4.3}$$

or, $\underline{\Phi} = \underline{B} \cdot S$ et $\underline{B} = \underline{\mu}\ \underline{H}$ d'où :

$$\underline{V_1} = j n_1 \omega \mu_0 \left[\mu_s' - j\mu_s''\right] \underline{H} \cdot S \tag{4.4}$$

$\underline{H}$ est par ailleurs donné par le théorème d'Ampère :

$$\underline{H} = n_1\ \underline{i_{10}}/1 \tag{4.5}$$

soit finalement :

$$\underline{U_1} = \left[\mu_s'' \left(\mu_0 S/1\right) n_1^2 \omega + j\mu_s' \left(\mu_0 S/1\right) n_1^2\ \omega\right] \cdot \underline{I_{10}} \tag{4.6}$$

En posant c : facteur de perméance du circuit magnétique, égal à $\mu_0 S/1$, on identifie :

$$R_{ts} \text{ à } \mu_s'' c n_1^2 \omega \quad \text{et} \quad L_s \text{ à } \mu_s' c n_1^2 \tag{4.7}$$

Les valeurs de μ_s' et de μ_s'' figurent dans les catalogues de constructeurs (figure 9), elles sont fonction de la fréquence.

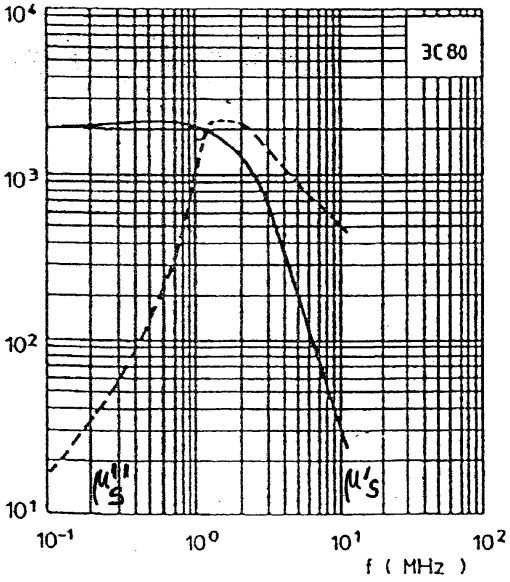

Figure 9 : Perméabilité complexe / fréquence (3C80).

4.2. **Cas d'un fort niveau de flux**

Un courant sinusoïdal équivalent au courant magnétisant réel i_{10} est défini en lui conservant deux propriétés essentielles :

– valeur efficace I_{10} identique,

– égale puissance active P_f (pertes ferromagnétiques).

Comme I_{10} et P_f sont mesurables, il est donc possible de déterminer un modèle expérimental et de caractériser ses éléments en fonction du paramètre tension U_1.

Habituellement, on opte pour une structure parallèle ; R_P et L_P représentant respectivement les pertes ferromagnétiques et l'inductance magnétisante.

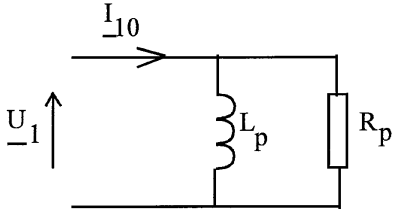

Figure 10 : Modèle magnétisant parallèle.

Dans l'essai à vide ($i_2 = 0$) du transformateur, la chute de tension dans r_1 et l_{f1} est négligeable, de sorte que la valeur efficace de u_1 est aussi égale à celle de v_1. De la mesure de la puissance active P_{10}, on déduit $P_f = P_{10} - r_1 I_{10}^2$, puis on détermine :

$$R_p = U_1^2 / P_f \tag{4.8}$$

On trouve L_p à l'aide de la puissance réactive Q_{10} calculée dans l'hypothèse du courant sinusoïdal équivalent :

$$Q_{10} = \sqrt{(U_1 I_{10})^2 - P_f^2} \quad \text{et} \quad L_p = U_1^2 / Q_{10}\omega \tag{4.9}$$

Remarque : Le mesurage direct de P_f est réalisable quand on connaît le rapport de transformation n_2/n_1, en effet :

$$P_f = \frac{1}{T}\int_T i_{10} u_1 dt = \frac{n_1}{n_2}\frac{1}{T}\int_T i_{10} u_2 dt \tag{4.10}$$

On utilise alors un wattmètre dont l'enroulement intensité est parcouru par i_{10} et on applique u_2 à son enroulement tension, c'est la méthode d'Epstein (*voir Annexe,* figure 16).

5. SCHÉMA ÉQUIVALENT DE SYNTHÈSE

A partir des équations (2.4), (2.5), (3.2) et de la relation entre i_{10} et u_1, un schéma électrique équivalent est construit à la figure 11.

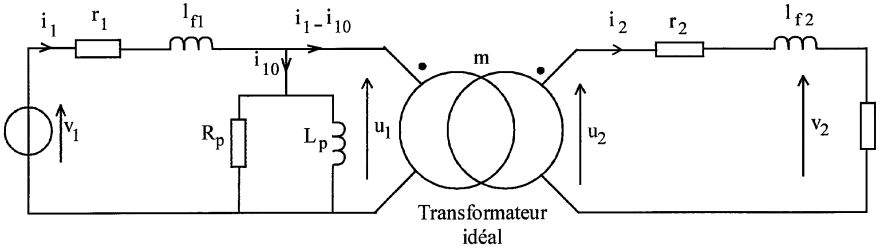

Figure 11 : Schéma électrique équivalent au transformateur monophasé.

On y trouve :

– les éléments (r_1, l_{f1}) et (r_2, l_{f2}) sources de chute de tension dans les enroulements,

– la *dérivation magnétisante* définie par i_{10},

– le transformateur idéal symbolisé par deux cercles sécants, pointés, et aussi caractérisé par le rapport de transformation $m = n_2/n_1$.

Un transformateur idéal est un convertisseur de tension en sortie :

$$u_2 = \frac{n_2}{n_1} \cdot u_1 \qquad (5.1)$$

et un convertisseur de courant en entrée :

$$i_1 - i_{10} = \frac{n_2}{n_1} \cdot i_2 \qquad (5.2)$$

($i_1 - i_{10}$) apparaît comme une grandeur influencée par le courant de charge créé par la tension de sortie alimentant le récepteur [3].

Le schéma établi n'est malheureusement pas d'une utilité pratique car l'acquisition expérimentale séparée des inductances de fuite l_{f1} et l_{f2} est délicate ; aussi, on lui substitue le modèle approché de Kapp

(figure 12) dont l'usage est bien expliqué dans la plupart des cours d'Electrotechnique [4] (*voir Annexe,* figure 17).

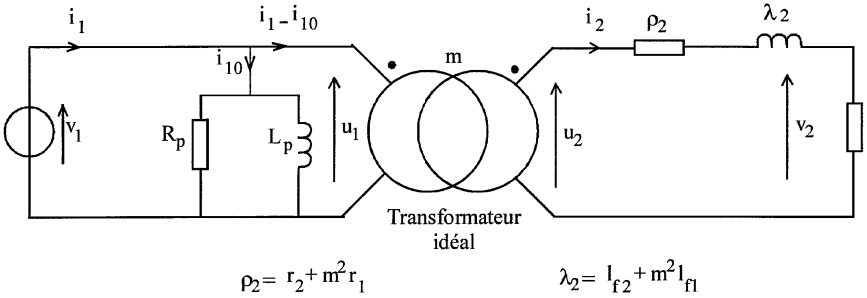

Figure 12 : Modèle de Kapp.

De la relation simplifiée :

$$v_1 = n_1 d\varphi/dt \tag{5.3}$$

et dans la mesure où l'amplitude du courant reste inférieure au courant nominal, on sait calculer, à la fréquence f, la valeur efficace V_1 de la tension primaire qui permet d'atteindre une valeur de saturation B_{sat} (formule de Boucherot) :

$$V_1 = 4{,}44\ n_1 S f B_{sat} \tag{5.4}$$

6. MISE EN ÉQUATION DES CYCLES D'HYSTÉRÉSIS EN VUE D'UNE SIMULATION NUMÉRIQUE

Afin d'établir un modèle de comportement du transformateur compatible avec son environnement, on consulte les caractéristiques du fabricant du matériau magnétique au lieu d'exploiter les relevés expérimentaux des différents cycles.

Deux équations polynomiales [5] de description du cycle de la figure 3 sont écrites :

– la première correspond aux variations positives de l'induction ($dB/dt > 0$),

– la deuxième est caractéristique des variations négatives ($dB/dt < 0$).

En introduisant le symbole signe : SGN(dB/dt), le graphe non linéaire H(B) est approché par le polynome (6.1.) dont les coefficients devront être ajustés en fonction de l'amplitude du flux :

$$H = k_a \,.\, SGN\,(dB/dt) + k_c \,.\, B + k_d \,.\, B^3 + k_e \left(B - k_b \,.\, SGN(dB/dt)\right)^7 \quad (6.1)$$

Le circuit magnétique de test est maintenant composé de ferrite douce 3C80 (manganèse-zinc) ; pour des fréquences inférieures à 20 kHz, les pertes volumiques sont presque uniquement engendrées par la seule hystérésis.

Les coefficients k_a, k_b, k_c, k_d, k_e, sont calculés pour le plus grand cycle grâce aux informations données par le constructeur à 25°C et à la fréquence de 10 kHz.

- Le champ coercitif H_c est égal à $\left(k_a - k_e k_b^7\right)$; sachant qu'ultérieurement on vérifie que k_a est bien supérieur à $\left(k_e k_b^7\right)$, on identifie k_a à H_c.
- La pente (dH/dB) au point coercitif ($H = H_c$, $B = 0$) est mesurée sur le cycle :

$$dH/dB = k_c + 7k_e k_b^6$$

elle fournit k_c car le deuxième terme lui est bien inférieur.

- Les trois paramètres restants : k_b, k_d et k_e sont calculés en résolvant par itération un système de trois équations non linéaires tirées de l'équation (6.1), écrite en trois points connus :

– le point d'induction rémanente $H = 0$ et $B = B_r$,

– les points symétriques de saturation $\pm H_{sat}$, $\pm B_{sat}$.

On en tire :

$$0 = -k_a + k_c \,.\, B_r + k_d \,.\, B_r^3 + k_e \left(B_r + k_b\right)^7 \quad (6.2)$$

$$H_{sat} = -k_a + k_c \,.\, B_{sat} + k_d \,.\, B_{sat}^3 + k_e \left(B_{sat} + k_b\right)^7 \quad (6.3)$$

$$-H_{sat} = -k_a - k_c \,.\, B_{sat} - k_d \,.\, B_{sat}^3 + k_e \left(-B_{sat} + k_b\right)^7 \quad (6.4)$$

Des données suivantes, déduites des informations du constructeur :

$$H_c = 20 \text{ A/m},\ dH/dB_{(H = H_c,\, B = 0)} = 66,\ H_{sat} = 250 \text{ A/m},$$

$$B_{sat} = 0{,}42 \text{ T},\ B_r = 0{,}16 \text{ T}$$

on détermine les valeurs numériques des coefficients :

$$k_a = 20,\ \ k_b = 2{,}32.10^{-2},\ \ k_c = 66,\ \ k_d = 2267,\ \ k_e = 22128.$$

A la figure 13, le graphe du cycle d'hystérésis B(H) est reconstitué, il est superposable à celui du document constructeur, puis, les chronogrammes de u_1, i_{10} et B sont simulés dans les conditions suivantes de dimensionnement géométrique :

$$S = 7{,}16\ cm^2,\ \ 1 = 30\ cm,\ \ n_1 = 18.$$

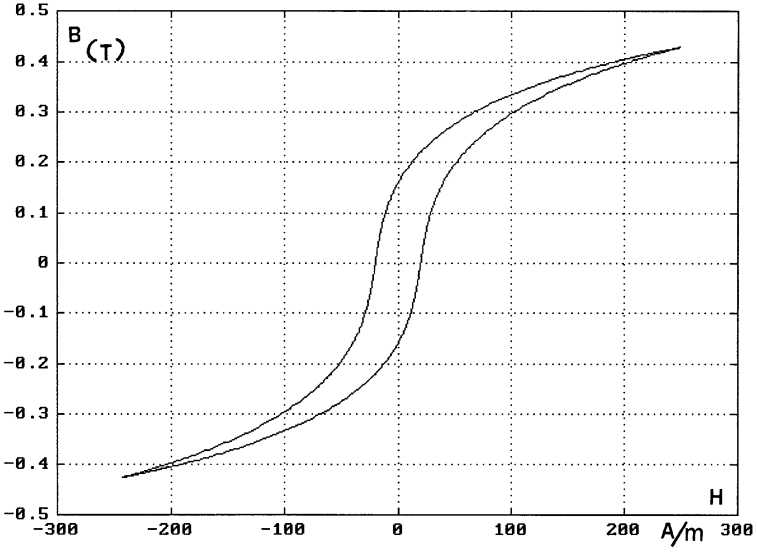

Figure 13 : Cycle d'hystérésis du matériau 3C80.

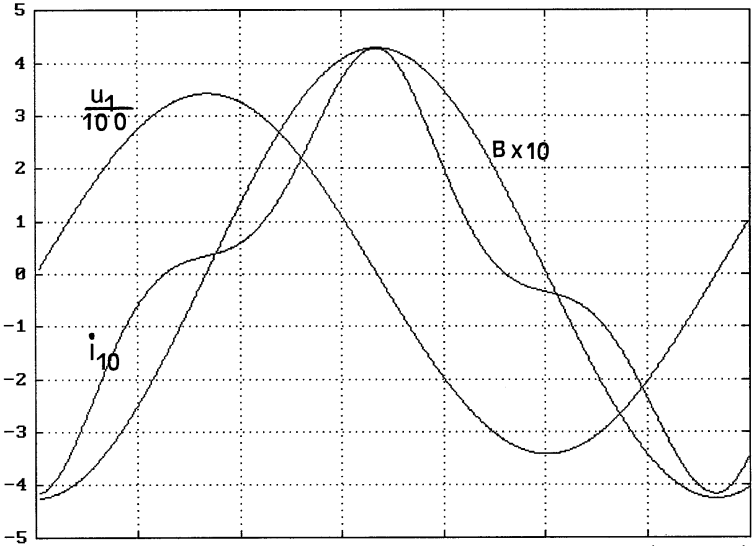

Figure 14 : Chronogrammes de u_1, i_{10}, B à 10 kHz.

CONCLUSION

Cette présentation, nécessairement limitée, est loin d'être exhaustive ; elle nous rappelle cependant que l'hystérésis, la saturation, l'état magnétique initial ont toujours été générateurs de difficultés dans les métiers du Génie Electrique au point où, très souvent, on les occulte en linéarisant les caractéristiques magnétiques ou en développant des méthodes empiriques qui ne peuvent être appliquées que sous certaines conditions restrictives. De nombreux travaux de recherche attestent encore aujourd'hui de l'intérêt suscité par une meilleure connaissance du comportement des matériaux magnétiques notamment dans les applications de la conversion d'énergie aux fréquences élevées.

BIBLIOGRAPHIE

[1] PHILIPS COMPOSANTS / MAGNETIC PRODUCTS Data book : SOFT FERRITES.

[2] J. CHATELAIN - Machines Électriques (Traité d'Électricité d'EPFL) Dunod.

[3] G. MANESSE - Composantes symétriques et Transformateurs, Cours d'Électrotechnique B_1, CNAM-PARIS.

[4] Collection MERAT-MOREAU, Physique Appliquée, Électrotechnique-Électronique, Terminale F_3, Nathan.

[5] F. LEPLUS - Sur la modélisation numérique des transformateurs. Application aux montages redresseurs et gradateurs. Thèse de l'Université des Sciences et Techniques de LILLE, juin 1989.

Annexe
Dispositifs expérimentaux

Nomenclature

T : Transformateur monophasé, 50 Hz (exemple : Transformateur d'isolement, rapport 1, primaire 220 V, puissance 1,6 à 2,5 kVA ; voir catalogue LANGLOIS - Z.I du Haut-Vigneau 33173 Gradignan).

AT : Transformateur à secondaire variable, 50 Hz (avantage de l'isolement), primaire 220 V, secondaire variable de 0 à 220 V (exemple : modèle TV1000, Max I = 4,5 A, fournisseur : DEREIX, Paris) ou autotransformateur.

A : Ampèremètre ferromagnétique (mesurage de la valeur efficace des courants alternatifs déformés par l'hystérésis ; exemple : PSY 3A (calibres de 60 mA à 6 A), fournisseur LANGLOIS).

V : Multimètre numérique (mesurage de la valeur efficace des tensions sinusoïdales, grande impédance sur les calibres de tension (1 à 10 MΩ) ; consommation négligeable).

W : Wattmètre mono ou mono/triphasé :

– de type électrodynamique (Chauvin-Arnoux, calibres de courant : 0,5-1 A ou 5-10 A, calibres de tension : 15 à 750 V),

– de type ferromagnétique (fournisseur LANGLOIS : PSY 16 ; calibres de courant : 0,5 à 25 A ; calibres de tension : de 10 à 400 V (résistance 150 Ω/V)).

S : Shunt (calibres : 1-2-5-10A).

OSC : Oscilloscope double voie.

R : Résistance de 1 MΩ.

C : Condensateur de capacité 1µF

1. RELEVÉ DU CYCLE $\varphi(i_{10})$, ÉTABLISSEMENT DU MODÈLE PARALLÈLE

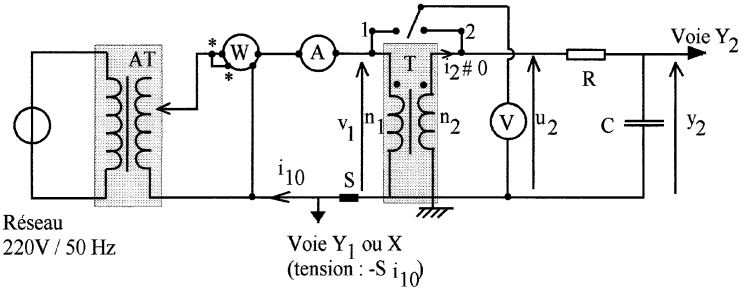

Figure 15

Remarque : détermination de l'échelle de flux φ.

Après avoir vérifié que u_2 est sinusoïdal (comparaison visuelle à un signal sinusoïdal délivré par un générateur BF si on ne peut procéder à une analyse de Fourier), on établit que :

$$\underline{Y}_2 = \underline{U}_2 / (1 + jRC\omega) \qquad \text{(A.1)}$$

Sachant que, d'une part $RC\omega \approx 314 >> 1$ et d'autre part $\underline{U}_2 = jn_2\omega\underline{\Phi}$, on déduit :

$$a)\ RC = U_2/\omega Y_2 \text{ et } \quad b)\ \underline{\Phi} = RC\underline{Y}_2 / n_2 \qquad \text{(A.2)}$$

La formule A.2.*a)* permet de calculer RC si on ne connait pas les valeurs de R et de C avec suffisamment de précision. Dans le cas où n_2 est inconnu, on choisira d'étudier le produit $n_2\varphi$; un volt de tension y_2 correspond à une valeur de flux $n_2\varphi$ égale à RC Weber .

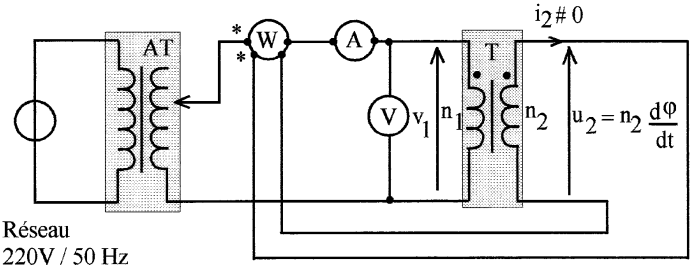

Figure 16

2. MÉTHODE D'EPSTEIN

n_2/n_1 est mesuré par le rapport U_2/V_1,
$P_f = \left(n_1/n_2\right)W$, où W est l'indication du wattmètre.

Il est possible de vérifier que l'écart entre les indications des wattmètres des figures 15 et 16, pour la même valeur de U_2 et donc de I_{10}, est égal aux pertes Joule dans r_1 : $r_1 I_{10}^2$. La preuve est meilleure lorsqu'on accroît artificiellement r_1 en disposant une résistance de quelques ohms en série avec le primaire.

3. ESSAI DE COURT-CIRCUIT

Il s'agit de mesurer les paramètres ρ_2 et λ_2 du schéma de la figure 12. Le primaire est mis en court-circuit par un fil court de «gros diamètre» (section $10mm^2$) et on alimente le secondaire à l'aide de l'autotransformateur dont on accroît progressivement la tension de sortie à partir de 0 tout en contrôlant le courant débité, ce dernier sera limité à la plus faible des valeurs nominales du transformateur et de l'autotransformateur.

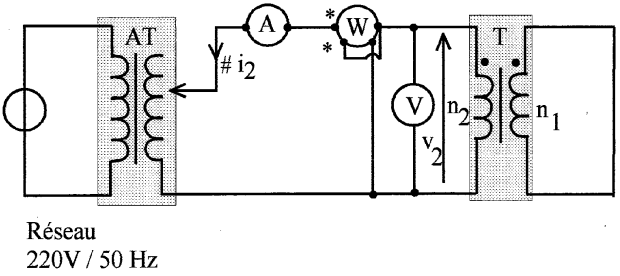

Figure 17

L'intensité du courant dérivé dans l'enroulement tension du wattmètre est négligeable par rapport à I_2 mesuré par **(A)** ; les indications de **(W)** et de **(V)** sont notées respectivement P_2 et V_2.

Le transformateur est vu par la source comme le dipôle série (ρ_2, λ_2) ; des trois mesures, on déduit donc :

$$\rho_2 = P_2/I_2^2 \text{ et } \lambda_2 = \frac{1}{\omega} \cdot \sqrt{\left(V_2/I_2\right)^2 - \rho_2{}^2}$$