88e Année - Nº 760 Publication Mensuelle Janvier 1994

Bulletin de l'Union des Physiciens

Association des professeurs de Physique et de Chimie

La théorie de la relativité générale*

par H. ANDRILLAT
Professeur à l'Université de Montpellier II- 34095 Montpellier

PREMIÈRE PARTIE : LES FONDEMENTS DE LA RELATIVITÉ GÉNÉRALE

INTRODUCTION

La relativité est née de l'étude du mouvement. Un mouvement n'a de sens que **relativement** à un certain système de référence. On peut être **à la fois** immobile sur le sol terrestre et se déplacer (avec la terre) à 30 km.s^{-1} par rapport au soleil.

La relativité du mouvement est la forme que prend l'indéterminisme de la physique de la **matière**, à l'échelle macroscopique. La vitesse v d'un corps matériel reste indéterminée (dans l'intervalle $O \leq v < c$), jusqu'à sa mesure, qui dépend du choix arbitraire d'un référentiel.

* La deuxième partie de cet article : «La méthode de la relativité générale, application à l'étude des trois types de décalages spectraux» sera publiée dans un prochain bulletin.

Après la révolution copernicienne qui réhabilitait la thèse **héliocentrique** d'Aristarque de Samos, après la découverte par J. Képler des lois cinématiques du mouvement planétaire (orbite elliptique et loi des aires), il ne subsistait rien de l'antique cosmologie platonicienne, théorie **géocentrique** du monde, édifiée en termes de mouvements circulaires uniformes.

Mais, il devait appartenir à deux géants de la Science, Galilée et Newton de fonder les bases de la future cosmologie sur l'étude rationnelle du mouvement. Pour sa connaissance en effet, l'Univers nous tend en quelque sorte la main sous la forme de ses mouvements naturels, dont l'étude est de nature à nous révéler ses lois cosmologiques les plus profondes.

Parce que l'action d'une force modifie l'état de mouvement d'un corps, Galilée en déduit que le mouvement fondamental, minimal, de la nature est celui du corps **libre**, ou, ce qui revient au même, celui de corps dotés d'une **intertie** suffisante à rendre inefficace l'action des forces agissant sur eux. Il découvre ainsi le rôle privilégié des systèmes **inertiels** à servir de systèmes de référence, ainsi que les deux seules formes possibles de ce mouvement naturel de corps libre, le mouvement nul (immobilité) ou le mouvement droit (mouvement rectiligne uniforme), dont il pose par principe l'équivalence. Ce sont les mouvements à vitesse constante, éventuellement nulle.

Ce fut la plus géniale découverte de Newton de montrer aussi l'équivalence des deux autres formes de mouvements naturels : le mouvement de chute des corps et le mouvement gravitationnel des planètes, l'équivalence de la pesanteur et de la gravitation.

Après eux, restaient donc seuls en lice deux types de mouvements naturels : le mouvement inertiel et le mouvement gravitationnel.

Il appartiendra à un autre génie de la Science, Albert Einstein, d'en établir encore l'équivalence, la seule des trois d'ailleurs à avoir gardé la dénomination de **principe d'équivalence**, un principe qui se justifiait en considérant que ces deux types de mouvement étaient l'un et l'autre une forme de mouvement minimal, géodésique, l'un dans un espace euclidien, l'autre dans un espace courbe du second degré, dont les géodésiques sont les coniques qui sont précisément les trajectoires gravitationnelles.

Les notions **d'espace-temps** et de **courbure de l'espace** ont constitué une révolution conceptuelle aussi profonde que le fut en son temps la révolution copernicienne, abolissant le tabou de l'immobilité de la Terre.

Elles sont respectivement les notions de base de la théorie de la relativité restreinte et de la théorie de la relativité générale, en ses deux applications à la théorie relativiste de la gravitation d'abord, puis à la cosmologie moderne, qui admet, pour sa modélisation géométrique de l'Univers, un espace du second degré.

A chacune de ces trois étapes relativistes, allait être découverte (avec une vérification observationnelle possible et désormais effective) une forme différente de décalage spectral (effet Doppler, effet Einstein, effet Hubble), mais qui a toujours pour cause un effet de relativité du temps.

LA RELATIVITÉ DU MOUVEMENT

L'idée de relativité est contenue dans la notion même de mouvement : un mouvement n'est défini que **relativement** à un repère donné. Par exemple, le passager d'une voiture peut être à la fois immobile par rapport à celle-ci et en mouvement par rapport à la route.

D'un point de vue strictement cinématique, aucune de ces deux situations ne doit être considérée comme plus vraie que l'autre ; toutefois, le choix du système de référence ne nous apparaît pas indifférent. Une idée naïve nous fait imaginer que le meilleur système de référence devrait être **absolument fixe** pour traduire la réalité **absolue**, intrinsèque d'un mouvement donné.

Mais cette idée est contradictoire. Le mouvement ne peut être à la fois relatif et absolu ; plus précisément, un repère absolument fixe n'existerait que si aucun mouvement n'existait : autrement, par rapport à un système en mouvement dans le repère fixe, ce repère serait lui-même en mouvement relatif et ne serait donc pas absolument fixe, d'où la contradiction.

En élaborant la mécanique classique, Newton a tourné la difficulté en adoptant comme solution approchée d'un repère absolument fixe un **système de Copernic** : c'est un système d'axes dont le sommet coïncide avec le centre de gravité du système solaire et dont les axes ont des directions fixes par rapport aux étoiles. Le gigantisme d'un tel système en assure une fixité suffisante par rapport aux mouvements étudiés dans les expériences de mécanique habituelles, à l'échelle du laboratoire voire même à celle du système solaire.

L'IDÉALISATION MATHÉMATIQUE DE LA NOTION DE MOUVEMENT. MOUVEMENTS UNIFORMES ET MOUVEMENTS ACCÉLÉRÉS

Dans la représentation mathématique du mouvement d'un point P par rapport au trièdre de référence Oxyz (par exemple un système d'axes de Copernic), les coordonnées de P sont des fonctions du temps t :

$$x = x(t) \qquad y = y(t) \qquad z = z(t) \tag{1}$$

Ces fonctions sont supposées continues et dérivables pour s'accorder avec la réalité physique. Les trois équations (1) sont à la fois celles du mouvement et celles de la trajectoire du point P.

Les vecteurs de composantes :

$$dx/dt \qquad dy/dt \qquad dz/dt \qquad (\text{vecteur } \vec{v})$$

$$\text{et } d^2x/dt^2 \qquad d^2y/dt^2 \qquad d^2z/dt^2 \qquad \left(\text{vecteur } \vec{\gamma} = \frac{d\vec{v}}{dt}\right)$$

sont respectivement, en chaque point de la trajectoire, les vecteurs vitesse et accélération.

Ces éléments très simples de cinématique révèlent deux états de mouvement possibles, suivant que le vecteur accélération est nul ou non : respectivement, l'état de mouvement uniforme ($\vec{\gamma} = 0, \vec{v} = \text{cte}$) et l'état de mouvement accéléré. Telle est la **distinction fondamentale** entre les divers mouvements possibles ; on voit bien alors que l'immobilité ($\vec{v} = 0$) n'est qu'un cas particulier de mouvement uniforme sans intérêt spécial.

LES SYSTÈMES DE RÉFÉRENCE DE GALILÉE

Il existe évidemment une infinité de systèmes d'axes en mouvement uniforme (translation rectiligne uniforme) par rapport à un système d'axes de Copernic. Ces systèmes de référence sont appelés des **Systèmes de Galilée**. Ils sont tous aussi en mouvement uniforme les uns par rapport aux autres. On notera qu'ils conservent la distinction fondamentale entre les deux états de mouvement possibles d'un mobile donné.

Autrement dit, un mobile en mouvement uniforme par rapport à un système de Copernic est aussi en mouvement uniforme (mais avec une vitesse différente) par rapport à n'importe quel système de Galilée et un mobile en mouvement accéléré par rapport à un système de Copernic est aussi en mouvement accéléré (avec d'ailleurs la même accélération) par rapport à un système de Galilée.

SYSTÈMES LIBRES ET PRINCIPE DE GALILÉE

L'idée essentielle est que le mouvement **uniforme** d'un système physique par rapport à des axes de Copernic ou à des axes de Galilée ne peut être que le fait d'un système **libre**, qu'il s'agisse d'un mobile abandonné à lui-même, isolé dynamiquement du reste de l'univers ou d'un système sur lequel les actions des autres corps se composent. Cette idée a été érigée en principe, c'est le **Principe de Galilée**. Il s'exprime ainsi : tout système physique libre est animé d'un mouvement uniforme par rapport à un système d'axes de Copernic ou un système d'axes de Galilée.

LA LOI FONDAMENTALE DE LA DYNAMIQUE

Au contraire, toute action, force ou contrainte imposera à un système physique donné une accélération par rapport à un système de Copernic ou de Galilée. Toutes ces idées sont réunies dans l'équation qui exprime la loi fondamentale de la dynamique :

$$\vec{F} = m\,\vec{\gamma} \tag{2}$$

$\vec{F}$ est la force contraignant le mobile,

$\vec{\gamma}$ est son accélération par rapport à un système de Copernic,

m est son coefficient de résistance au changement d'état de mouvement, appelé sa **masse d'inertie**.

Cette loi de la dynamique identifie la notion de système libre avec celle de système en mouvement uniforme (par rapport à un repère de Copernic ou de Galilée) :

– si le système est libre, aucune force n'agit sur lui ou la résultante de toutes les forces agissantes est nulle ($\vec{F} = 0$) et la relation (2) implique $\vec{\gamma} = 0$: le mouvement du système est uniforme.

– si le système a un mouvement uniforme, $\vec{\gamma} = 0$ et (2) implique $\vec{F} = 0$: le système est libre.

Ainsi la condition nécessaire et suffisante pour qu'un système physique soit libre est qu'il soit animé d'un mouvement uniforme par rapport à un repère de Copernic ou de Galilée.

On remarquera que le principe de Galilée ne posait que la condition nécessaire.

L'INERTIE. LES SYSTÈMES INERTIELS

Cette loi de la dynamique introduit également, par le coefficient de masse m, la notion d'inertie. Nous en retiendrons deux aspects :

– L'accélération étant l'effet de la force, cet effet sera, pour une force donnée, d'autant plus petit que la masse d'inertie du mobile sera plus grande. Un système physique de très grande masse présentera donc généralement une accélération négligeable et pourra donc être considéré avec une très bonne approximation comme un repère libre. De tels systèmes sont appelés des **systèmes inertiels** ou **systèmes d'inertie**. Ils seront utilisés pour matérialiser pratiquement la notion de systèmes de Galilée ; ils rendent caduque la notion de systèmes de Copernic.

– D'autre part, de même que dans un système de référence de Galilée, l'application d'une force à un mobile libre lui impose une accélération par rapport à ce système, de même, toute **accélération du système de référence** lui-même (qui perd alors sa qualité de repère galiléen) crée réciproquement une accélération du mobile libre par rapport à ce système et se trouve donc équivalente à l'action d'une force sur le mobile, qu'on appelle **force d'inertie**.

Par exemple, au cours d'un freinage brusque, le passager d'une voiture est projeté en avant. Deux descriptions du mouvement sont équivalentes :

– En prenant comme système de référence la terre :

Initialement, le passager et la voiture sont en mouvement uniforme ; le passager se comporte comme un système libre qui poursuivra son mouvement uniforme après le freinage, alors que, dès l'action de la force de décélération sur la voiture, celle-ci perd sa qualité de système libre et toute la partie avant du véhicule s'approche du passager d'un mouvement accéléré.

– En prenant comme système de référence la voiture :

Avant le coup de frein, le véhicule (en mouvement uniforme par rapport à la terre) se comporte comme un système de Galilée. Le passager, système libre, a donc par rapport à la voiture, d'après le principe de Galilée, un mouvement uniforme, en l'occurence l'immobilité ($\vec{v} = cte = 0$). Au freinage, le système de référence devient brusquement décéléré (par rapport à la terre), mais **dans ce système de référence**, tout se passe comme si le passager subissait l'action d'une force (force d'inertie) qui détruit le caractère uniforme de son mouvement par rapport à ce système et lui confère un mouvement accéléré vers l'avant du véhicule.

LE PRINCIPE DE RELATIVITÉ

Tous les systèmes de Galilée ou les systèmes d'inertie qui les représentent **conservent**, comme il a été dit plus haut, l'état de mouvement qu'un mobile présente par rapport à un système de Copernic (mouvement uniforme ou accéléré). Ils sont donc tous **équivalents** pour décrire le mouvement d'un système physique et donc pour édifier une théorie de la mécanique.

Il était tentant d'étendre cette propriété au reste de la physique et de poser le principe suivant, appelé **principe de relativité*** :

– les lois de la physique sont les mêmes dans tous les systèmes de Galilée (ou dans tous les systèmes d'inertie).

Ou encore :

– tous les systèmes de Galilée (ou d'inertie) sont équivalents pour décrire les lois de la physique.

Ce principe est un principe de **relativité restreinte**, puisqu'on **restreint** le choix des systèmes de référence aux systèmes de Galilée (ou d'inertie) auxquels il est **relatif**.

LA FORMULATION DES LOIS DE LA PHYSIQUE. LES CHOIX SUR L'ESPACE ET LE TEMPS

Le choix des systèmes de référence étant fixé aux systèmes **libres** (systèmes de Galilée ou systèmes d'inertie) pour appliquer le principe de relativité, il reste à adopter une certaine représentation de l'espace et du temps pour assurer la description des phénomènes de la physique.

---

* Appliqué par Galilée aux seules lois de la mécanique, il devait être étendu aux lois de toute la physique par Einstein.

Le choix le plus simple est celui qui s'accorde directement avec nos intuitions premières : un espace **euclidien** à trois dimensions et un temps **absolu** (séparé, sans relation avec l'espace).

Le caractère euclidien du 3-espace se manifeste par sa propriété essentielle : la plus courte distance entre deux points est la longueur du segment de **droite** qui les joint. Les **géodésiques** (lignes de longueur extrêmale) de l'espace euclidien sont en effet des **droites**.

LE GROUPE DES TRANSFORMATIONS DE GALILÉE ET LA MÉCANIQUE CLASSIQUE

Avec ce choix de l'espace et du temps, il est aisé de trouver les formules de transformation qui lient les coordonnées x, y, z, t d'un événement donné dans le système galiléen S aux coordonnées x', y', z', t' de ce même événement dans un autre système galiléen S', animé de la vitesse $\vec{v}$ ($\vec{v} = \text{cte}$) par rapport à S.

On peut sans restreindre la généralité du problème choisir des axes orthonormés et adopter la **convention simplificatrice** suivante :

– axes parallèles deux à deux : Ox // O'x', Oy // O'y', Oz // O'z',

– axe O'x' glissant sur Ox avec la vitesse $\vec{v}$ du système S' par rapport au système S,

– coïncidence de O' avec O à l'instant zéro de **chacun** des deux systèmes.

Les relations de transformation des coordonnées s'écrivent alors :

$$\begin{aligned} &x' = x - vt & & (v = |\vec{v}|) \\ &y' = y \qquad z' = z & & t' = t \end{aligned} \qquad (3)$$

Ces relations constituent le **groupe des transformations de Galilée**, la dernière d'entre elles exprime l'existence d'un temps **absolu**.

On notera que dans le choix des systèmes de Galilée comme systèmes de référence privilégiés en mécanique, la notion d'espace **euclidien** était implicitement contenue : mouvement **rectiligne** et uniforme des systèmes les uns par rapport aux autres, systèmes de coordonnées **rectilignes** et d'axes **rectilignes**.

La mécanique dite **classique** résulte de l'application du principe de relativité, restreinte à la famille des systèmes de référence inertiels (systèmes libres de Galilée), et du choix d'un 3-espace euclidien et d'un temps absolu.

Ainsi, dans le cadre de la mécanique classique, les lois de la physique devraient être **invariantes** par rapport au groupe des transformations de Galilée.

LA SITUATION DE LA PHYSIQUE À LA FIN DU XIX^{ème} SIÈCLE

Historiquement et dans le cadre de ce choix de l'espace et du temps, deux excellentes théories physiques s'étaient développées : la théorie de la gravitation de Newton (la loi de Newton date de 1687) et la théorie de l'électromagnétisme de Maxwell, (1867). Mais alors que les équations de la théorie de Newton sont bien invariantes par le groupe des transformations de Galilée, celles de la théorie de Maxwell ne le sont pas. Fallait-il pour autant renoncer au principe de relativité ou rejeter l'excellente théorie de l'électromagnétisme ? Bientôt, grâce à Einstein, la situation de la physique allait apparaître sous un jour nouveau.

LE GROUPE DES TRANSFORMATIONS DE LORENTZ

Ce fut le physicien néerlandais Lorentz qui découvrit le groupe de transformations laissant invariantes les équations de la théorie de l'électromagnétisme de Maxwell.

Ce groupe s'applique, comme le groupe de Galilée, à des systèmes de référence galiléens et, avec la même convention simplificatrice qui précédemment, les relations de Lorents s'écrivent :

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \qquad y' = y \qquad z' = z \qquad t' = \frac{t - vx/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \qquad (4)$$

où v est toujours le module de la vitesse $\vec{v}$ du système S' par rapport au système S et c la vitesse de la lumière dans le vide, constante qui figure dans les équations de Maxwell.

Ce résultat signifiait que, pour rendre compte des lois de l'électromagnétisme, si l'on pouvait toujours utiliser les systèmes de Galilée comme systèmes de référence, il convenait par contre de faire un nouveau choix de l'espace et du temps, puisque la dernière relation de Lorentz établissait une **dépendance** du temps à l'espace (t' fonction de x).

L'ESPACE-TEMPS

La réunion du temps et de l'espace introduisant une nouvelle entité pour décrire les phénomènes physiques : **l'espace-temps**, espace à quatre dimensions où le temps n'est plus une grandeur séparée, indépendante de l'espace mais une variable jouant le même rôle que les variables spatiales.

La métrique de ce 4-espaces* a été établie par le mathématicien Minkowski. Elle s'écrit en coordonnées cartésiennes :

$$ds^2 = -dx^2 - dy^2 - dz^2 + c^2\,dt^2 \qquad (5)$$

On s'assure sans peine, à l'aide de différentiations simples sur les relations de Lorentz (4), du type :

$$dx' = \frac{dx - vdt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

que la métrique de Minkowski est invariante par rapport à ce groupe de transformations ; autrement dit que :

$$-dx'^2 - dy'^2 - dz'^2 + c^2dt'^2 = -dx^2 - dy^2 - dz^2 + c^2dt^2 \ (= ds^2)$$

où les x', y', z', t' sont liés aux x, y, z, t par les relations de Lorentz (4).

L'INVARIANCE DE LA VITESSE DE LA LUMIÈRE

Le cas particulier ds = 0 permet d'écrire l'invariance de la métrique pour sa valeur nulle, sous la forme :

$$\frac{dx^2 + dy^2 + dz^2}{dt^2} = \frac{dx'^2 + dy'^2 + dz'^2}{dt'^2} = c^2 \qquad (6)$$

Les fractions ci-dessus ne sont autres que les carrés de vecteurs vitesse (par exemple de composantes dx/dt, dy/dt, dz/dt).

L'équation d'invariance sous la forme (6) signifie donc que si une particule a une vitesse de module c dans un système de référence galiléen S, elle a aussi une vitesse de module c dans tout autre système galiléen S'. Étant donnée la signification de la constante c, la particule

---

* Carré de l'intervalle, ds, qui sépare deux points de cet espace.

en question est le photon et il en résulte que la vitesse de la lumière dans le vide est la même dans tous les systèmes de Galilée (ou systèmes d'inertie).

On peut aussi considérer que la donnée de la valeur de la vitesse de la lumière dans le vide constitue une loi de la physique, à laquelle on applique le principe de relativité : l'équation v = c est valable dans tous les systèmes de Galilée.

D'autre part, par le jeu de différentiations sur les relations de Lorentz (4), on s'assure encore que si un mobile a une vitesse constante dans un système galiléen S :

$$dx/dt = cte, \qquad dy/dt = cte, \qquad dz/dt = cte,$$

il a aussi une vitesse constante dans tout autre système galiléen S' :

$$dx'/dt' = cte, \qquad dy'/dt' = cte, \qquad dz'/dt' = cte.$$

On voit ainsi que la propriété fondamentale des systèmes galiléens d'être tous équivalents pour exhiber le caractère uniforme d'un mouvement est respectée par les transformations de Lorentz et que le choix des systèmes de Galilée comme systèmes de référence **n'implique pas** la transformation des coordonnées par le groupe de Galilée obligatoirement.

EXPLICATION DE NOS CONCEPTS INTUITIFS D'ESPACE ET DE TEMPS

A l'échelle humaine, la vitesse de la lumière est prodigieusement grande (300 000 km.s^{-1}). Ainsi, la lumière nous apporte une information quasi instantanée de notre environnement immédiat. Nous croyons voir l'espace à un instant donné, c'est-à-dire hors de la fuite du temps. Le temps nous semble donc absolu, au sens étymologique du mot, **séparé** de l'espace.

Par contre, si nous élargissons notre point de vue jusqu'à l'échelle cosmique, devant les distances à parcourir, la vitesse de la lumière va apparaître dérisoirement petite et nous ne pourrons voir un objet céleste lointain que dans un état de passé reculé. **L'univers instantané est inobservable**. Il apparaît comme un espace-temps où chaque objet observé est vu en un point de l'espace et en un point du temps qui n'est pas le même pour tous les points de l'espace.

LA THÉORIE D’EINSTEIN DE LA RELATIVITÉ RESTREINTE

Convaincu de la valeur de la théorie de l’électromagnétisme de Maxwell et donc de la validité du groupe de transformations de Lorentz pour l’application du principe de relativité, Einstein se proposa d’étudier de façon exhaustive toutes les conséquences impliquées par ce nouveau groupe de transformations des coordonnées devant laisser invariantes les lois de la physique. Il établit donc une théorie de **relativité restreinte** qui porte aujourd’hui son nom.

Elle repose sur deux principes :

– **Le principe de relativité** restreint aux repères inertiels. La théorie est une théorie de relativité restreinte :
Tous les systèmes inertiels sont équivalents pour décrire les lois de la physique (choix des systèmes de référence).

– **Le principe d’invariance de la vitesse de la lumière dans le vide** :
La vitesse de la lumière dans le vide est la même dans tous les systèmes inertiels.
Poser ce principe équivaut au choix de l’espace-temps de Minkowski pour représenter le réel ou au choix du groupe de transformations de Lorentz comme groupe d’invariance des lois de la physique.

Ce n’est point le propos de cet exposé de présenter ici les développements détaillés de cette fameuse théorie. Il suffira de rappeler le prodigieux essor que lui doit la physique moderne dans tous ses domaines de recherche, notamment dans celui de la physique des particules élémentaires. On citera aussi la découverte des lois physiques fondamentales qui lui sont dues : par exemple, la loi $E = mc^2$ ou l’effet Doppler transversal, ou la limitation de toute vitesse à la valeur c.

LA NÉCESSITÉ D’UNE NOUVELLE THÉORIE DE LA GRAVITATION

Le succès de la théorie de la relativité restreinte imposait une vérité : la validité indiscutable du groupe d’invariance de Lorentz. Alors, la théorie de Newton, dont les équations sont invariantes seulement par les transformations de Galilée n’était donc pas une «bonne» théorie de la gravitation, malgré l’excellence des ses résultats.

En fait les relations (3) du groupe de transformations de Galilée constituent une première approximation des relations de Lorentz (4), qui se réduisent aux relations de Galilée si la vitesse v d’entraînement du système de référence S' par rapport au système de référence S peut être négligée devant la vitesse de la lumière c. Il en résulte que la théorie de Newton est une «théorie **approchée**» de la gravitation fournissant pourtant les excellents résultats que l'on connaît notamment dans le domaine de la mécanique céleste.

Mais face à toutes ces considérations, Einstein se trouvait désormais inévitablement conduit au désir d'édifier une **nouvelle théorie de la gravitation**.

UNE THÉORIE DE RELATIVITÉ GÉNÉRALE

Pour réaliser une telle entreprise, l'ouverture s'offrait dans une **généralisation du principe de relativité**, qui ne serait plus alors restreint aux seuls systèmes privilégiés que sont les systèmes d'intertie mais qui serait étendu au contraire à **tous** les systèmes de référence, **quel que soit leur état de mouvement**, notamment aux systèmes de référence **accélérés** par rapport aux systèmes inertiels.

Cette idée allait donc déboucher sur une **théorie de relativité générale**, basée sur le **principe de relativité générale*** :

Les lois de la physique sont les mêmes dans tous les systèmes de référence quel que soit leur état de mouvement.

ou :

Tous les systèmes de référence, accélérés ou non par rapport à des repères galiléens, sont équivalents pour décrire les lois de la physique.

UNE DIFFICULTÉ DE PRINCIPE OU LE PIÈGE DE L'ESPACE EUCLIDIEN

L'édification d'une telle théorie semblait a priori voué à un échec : seuls en effet les systèmes **libres** sont susceptibles de révéler le caractère intrinsèque des phénomènes et des lois physiques ; or les systèmes accélérés ne sont pas libres, comme il résulte de la loi fondamentale de la dynamique (2) qui impose à tout système libre ($\vec{F} = 0$) d'être animé, par rapport à un système de Galilée, d'un mouvement uniforme ($\vec{\gamma} = 0$).

---

* Le principe devant être appliqué par le jeu d'équations différentielles, on fait habituellement précéder son espression des termes «au moins localement».

Mais en fait cette propriété de mouvement uniforme **n'est pas toujours** la qualité **intrinsèque** du système libre. On remarquera en effet que dans l'espace **euclidien** utilisé jusque là, le mouvement uniforme est aussi le **mouvement géodésique** (mouvement suivant une trajectoire géodésique), puisqu'il s'agit d'un mouvement **rectiligne** uniforme et que les géodésiques de l'espace euclidien sont des droites. Cette coïncidence du mouvement géodésique avec le mouvement uniforme dans l'espace euclidien s'est comportée comme un véritable piège, masquant la qualité essentielle du système libre qui est d'obéir à une loi de minimum, forme particulière du principe de moindre action qui gouverne toute la physique. Le système libre décrit une trajectoire minimale de l'espace ; son mouvement est minimal et donc géodésique.

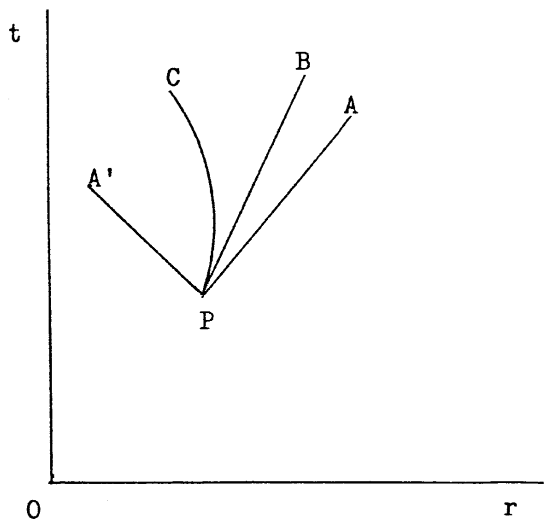

Figure 1 : **Espace-temps euclidien**
Ici, l'espace-temps a été réduit à une seule de ses 3 dimensions (axe Or). Un mouvement uniforme (r fonction linéaire de t) est représenté par un segment de droite, par exemple PB. Il correspond à dr/dt = cte (mouvement uniforme) et à segment de géodésique de l'espace euclidien. Le mouvement des photons, dr/dt = c = 1, est représenté par les lignes d'univers PA et PA' parallèles aux bissectrices des axes (2 mouvements de photons seulement possibles sur l'unique dimension spatiale représentée Or). Ces deux lignes d'univers forment un angle, dit angle de lumière (cône de lumière avec plus d'une dimension spatiale) qui doit nécessairement contenir les lignes d'univers de toute particule matérielle (v < c), telles que PB ou PC. Un mouvement **accéléré**, même rectiligne dans les 3-espace, a dans l'espace-temps une ligne d'univers **courbe** (PC), qui peut être une géodésique d'un espace non euclidien.

LE CHOIX D'UN ESPACE NON EUCLIDIEN

Ces considérations conduisent à une nouvelle définition des systèmes libres qui constitue en quelque sorte une généralisation du principe de Galilée :

> Tout système libre est animé d'un mouvement géodésique de l'espace-temps.

Il n'y a donc plus d'obstacle à étendre le principe de relativité aux systèmes de référence accélérés dans l'espace-temps euclidien car leur trajectoire*, courbe dans cet espace, pourra toujours au moins localement être considérée comme une géodésique d'un **espace non euclidien** convenablement choisi et le système de référence prendra alors le caractère de système libre. Par exemple, un mouvement circulaire uniforme est un mouvement accéléré, non libre, dans un espace euclidien et un mouvement géodésique libre dans un espace sphérique non euclidien. Tout cercle peut être considéré comme un grand cercle donc comme une géodésique d'une certaine sphère.

LA MÉTHODE GÉOMÉTRIQUE DE LA RELATIVITÉ GÉNÉRALE

Si un système de référence est accéléré par rapport aux repères galiléens, par rapport à ce système un mobile libre a (au signe près de l'accélération à cause de la réciprocité des mouvements) le **même** mouvement accéléré, dû au champ de forces d'inertie créé par l'accélération du référentiel. Si donc le mouvement de ce dernier peut être réduit à un mouvement géodésique dans un espace non euclidien convenablement choisi, la **même** possibilité s'offre pour décrire le mouvement du mobile soumis aux forces d'inertie.

La méthode suivie ramène donc la recherche des équations de mouvement d'un mobile soumis à un champ de forces d'inertie à celles des équations des géodésiques d'un certain espace non euclidien. La géométrie différentielle apporte une solution générale à cette question et c'est ainsi qu'Einstein a pu poser comme base à cette méthode géométrique de détermination des mouvements, la **loi des géodésiques** qui généralise le principe de Galilée et s'énonce :

les équations de géodésiques de l'**espace-temps** (4-espace) **sont** les équations de mouvement des particules **libres** dans les 3-espace (voir seconde partie qui sera publiée dans un prochain Bulletin).

---

* Dans l'espace-temps, on parle de «ligne ou courbe d'univers» (voir figure 1).

Par contre, le problème est déplacé sur la détermination de la métrique de l'espace non euclidien à choisir. C'est encore Einstein qui a établi les célèbres «équations du champ» qui portent son nom et qui résolvent, au moins théoriquement ce problème.

LA THÉORIE RELATIVISTE DE LA GRAVITATION

Einstein imagina qu'une nouvelle théorie de la gravitation pouvait être basée sur la même méthode résultant de l'application du principe de relativité générale. Cela supposait évidemment que le mouvement d'un système physique dans un champ de gravitation présentât les mêmes caractéristiques que son mouvement dans un champ de forces d'inertie et donc que forces d'inertie et forces de gravitation se comportaient comme étant de même nature. Une propriété fondamentale commune à ces deux types de forces, celle de communiquer à un mobile une accélération **indépendante** de sa nature physique et de sa masse rendait vraisemblable cette assimilation qu'Einstein érigea en principe : le **principe d'équivalence**.

LE PRINCIPE D'ÉQUIVALENCE

> Au moins localement, un champ de forces de gravitation est **équivalent** au champ de forces d'inertie qui créerait l'accélération du système de référence, convenablement accéléré par rapport aux référentiels galiléens.

Certaines expériences sont significatives :

On rappellera d'abord l'étude de la chute des corps. Elle démontre que l'accélération gravitationnelle est indépendante de la nature ou de la masse des corps. Dans un tube vertical où l'on a fait le vide pour supprimer l'effet parasite de la résistance de l'air, une plume d'oiseau ou une masse de plomb tombent rigoureusement selon le même mouvement. Des expériences analogues révèlent la même propriété de l'accélération due aux forces d'inertie. D'autres expériences, enfin ont établi une très grande précision l'égalité de la masse inerte et de la masse «grave» (gravitationnelle).

Mais la signification profonde du principe d'équivalence est la suivante : imaginons un observateur situé à l'intérieur d'un véhicule spatial, lors d'un vol interplanétaire. Tant que le véhicule est animé d'un mouvement uniforme par rapport à un repère de Copernic, il se comporte comme un repère de Galilée pour toutes les expériences que peut entreprendre l'observateur. En particulier, les objets libres flottent en état d'apesanteur, restant immobiles dans l'espace ou se mouvant de façon uniforme. Mais au moment d'une accélération ou d'une décélération de la capsule spatiale commandée depuis une base terrestre, tous ces objets et l'observateur lui-même vont se précipiter sur une paroi de l'habitacle. Si l'observateur dispose d'un hublot lui permettant de voir à l'extérieur du véhicule, il pourra constater qu'il n'est pas en train de passer près d'un corps céleste et il attribuera, à juste titre, tous ces mouvements accélérés à l'action de forces d'inertie. Mais si son habitacle est clos, et sans information du monde extérieur, aucune sensation, aucune constatation, **aucune expérience de mécanique ou de physique** ne lui permettra de dire s'il subit les effets d'un tel champ de forces d'inertie ou s'il traverse un champ de gravitation, en passant près d'une planète par exemple. C'est cette impossibilité physique de distinction entre les effets de ces deux types de forces qui constitue le sens profond du principe d'équivalence.

Un corollaire du principe d'équivalence est que l'on peut toujours trouver, au moins localement, un système de référence convenablement accéléré par rapport aux repères de Galilée où un champ de gravitation se trouvera annulé, les forces d'inertie créées par l'accélération du système de référence compensant exactement les forces de gravitation. C'est le cas de corps en chute libre dans une cage d'ascenseur également en chute libre, ce dernier jouant le rôle de système de référence. Dans un ascenseur arrêté, les forces de pesanteur précipitent tous les objets, en mouvement accéléré, vers le sol de la cage. Mais dans l'ascenseur en chute libre, les objets, en chute libre eux-aussi, restent à leur place, immobiles, sans accélération par rapport à la cage : on a donc trouvé un système de référence convenablement accéléré où les forces de gravitation sont annulées par les forces d'inertie, puisque les objets y ont une accélération nulle.

L'exemple de la capsule spatiale est encore plus probant. La force centrifuge (force d'inertie) créée par le mouvement de satellisation de la capsule (par exemple mouvement circulaire uniforme autour de la terre) compense exactement l'attraction terrestre (force de gravitation). Dans la capsule, c'est l'état d'**apesanteur** où cosmonautes et objets se comportent comme des systèmes libres et restent immobiles ou en mouvement uniforme par rapport à la capsule qui joue ici le rôle de système de référence convenablement accéléré.

Grâce à cette propriété remarquable des forces de gravitation d'être équivalentes à des forces d'inertie, une nouvelle théorie de la gravitation allait pouvoir voir le jour.

Dans la théorie de Newton, la particule d'épreuve (qui peut être une planète à l'échelle du système solaire) est soumise à la force de gravitation dans un espace euclidien ; elle n'est plus libre et son mouvement est accéléré par rapport aux repères galiléens.

Dans la théorie d'Einstein, la particule d'épreuve, comme si elle était soumise à des forces d'inertie (principe d'équivalence), peut être considérée comme libre dans un espace non euclidien convenablement choisi où elle est alors animée d'un mouvement géodésique. Sa trajectoire sera donc courbe, puisque tout espace non euclidien présente une courbure et que ses géodésiques sont en conséquence courbes. Les développements analytiques de cette méthode montrent que la courbure de l'espace peut être suffisamment grande pour refermer les géodésiques - trajectoires sur elles-mêmes, comme il se doit pour rendre compte des trajectoires orbitales des planètes.

C'est Schwarzschild qui a établi, à partir des équations d'Einstein, la métrique de l'espace-temps autour d'une masse à symétrie sphérique, métrique évidemment applicable au mouvement d'une planète, vue comme une particule d'épreuve, autour du soleil. C'est encore aujourd'hui un émouvant résultat que de retrouver, conformément à la loi des géodésiques d'Einstein et par une méthode géométrique, en les équations des géodésiques de l'espace-temps de Schwarzschild, les équations du mouvement képlérien en première approximation, car les équations de Schwarzschild rendent compte de phénomènes secondaires inaccessibles à la théorie approchée de Newton, notamment les avances périhéliques des planètes.

Ainsi, en ouvrant la physique aux potentialités du principe de relativité générale, Einstein avait entrevu la voie qui devait le conduire à une théorie relativiste de la gravitation, plus profonde dans sa description et dans sa prédiction des phénomènes physiques que ne le fut la théorie approchée de Newton.