

Corrigé du concours général

par Madame ROSENFELD et les membres du jury

I. RÉFRACTION

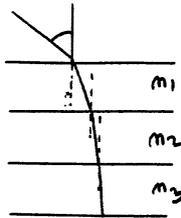
I.1.

$$n = \frac{c}{v}$$

Le rayon réfracté appartient au plan d'incidence et

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$$

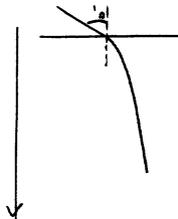
I.2. a.



b.

$$n_1 < n_2 < \dots$$

$$n \sin i = \text{constante}$$



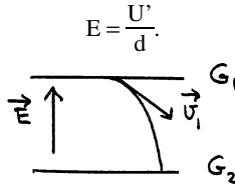
Exemples : indice variable de l'air, expliquant les mirages.

I.3. Réfraction électronique.

a. D'après le théorème de l'énergie cinétique :

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m}} \quad v = 1,9 \times 10^7 \text{ m.s}^{-1}$$

b. $\alpha)$



$\beta)$ Trajectoire parabolique.

$\gamma)$ D'après le PFD : $m \vec{a} = -e \vec{E} \quad a_x = 0.$

Le mouvement de la projection de M sur O'x est rectiligne uniforme :

$$v_x = \text{constante} = v_1 \sin i_1.$$

Soit : $v_1 \sin i_1 = v_2 \sin i_2.$

$\delta)$ Analogie formelle avec la deuxième loi de Descartes.

$$v \leftrightarrow n.$$

I.4. a. La trajectoire de la particule est confondue avec le rayon lumineux. On utilise l'analogie précédente.

b. D'après I.3., $v_x = n \sin i = \text{cste} \quad v_z = n \cos i.$

Soit : $v_x^2 + v_z^2 = n^2 = v_z^2 + \text{constante}$

En dérivant par rapport à z : $2n \frac{dn}{dz} = 2 v_z \frac{d v_z}{dz} = 2 a_z$

Soit : $a_z = n \frac{dn}{dz}.$

- c. Si U' est le potentiel en M , la vitesse de la particule chargée est proportionnelle à $\sqrt{U'}$. On a donc la correspondance :

$$n^2 \leftrightarrow kU'$$

La marche d'un rayon lumineux dans un milieu d'indice variable selon z ' z est obtenue par l'étude du mouvement d'une particule chargée dans un champ parallèle à z ' z .

I.5. a.

$$T_{\text{sol}} > T_{\text{air}} \quad \frac{dT}{dz} < 0.$$

- b. Masse volumique de l'air : $\frac{d\rho}{dz} > 0 \Rightarrow \frac{dn}{dz} > 0$

c. $n(z) = n_0 + \alpha z \quad \alpha > 0$

d'après I.4.b. : $a_z = (n_0 + \alpha z) \alpha \approx \alpha n_0 = \text{cste.}$

La trajectoire de la particule fictive est une parabole.



Explication des mirages.

I.6. T durée du trajet AB : $l = cT = c \left(\frac{AI}{v_1} + \frac{IB}{v_2} \right)$

$$l = n_1 AI + n_2 IB = \frac{n_1 AH}{\cos i_1} + \frac{n_2 BH'}{\cos i_2}$$

$$HH' = HI + IH' = AH \tan i_1 + BH' \tan i_2 = \text{cste}$$

$$\frac{dHH'}{di_1} = 0 = \frac{-AH}{\cos^2 i_1} - \frac{BH'}{\cos^2 i_2} \frac{di_2}{di_1} \Rightarrow \frac{BH'}{\cos^2 i_2} \frac{di_2}{di_1} = \frac{-AH}{\cos^2 i_1}$$

$$l \text{ et } T \text{ minimum} \Rightarrow \frac{dl}{di_1} = 0 = \frac{n_1 AH \sin i_1}{\cos^2 i_1} + \frac{n_2 BH' \sin i_2}{\cos^2 i_2} \frac{di_2}{di_1}$$

$$\Rightarrow n_1 \sin i_1 - n_2 \sin i_2 = 0$$

II. LENTILLES MINCES

II.1. a. Avec les notations classiques :

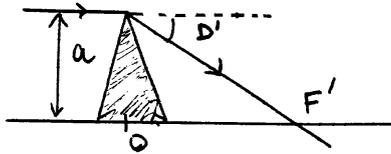
$$D = i + i' - A \quad A = r + r' \Rightarrow D \approx (n - 1) A.$$

II.2. a. Les rayons sont peu inclinés sur l'axe et frappent la lentille au voisinage du centre optique.

b. L'image d'un point est un point.

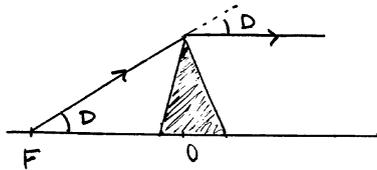
L'image d'un objet orthogonal à l'axe optique est plane et parallèle à l'objet.

II.3. a. En valeurs absolues :

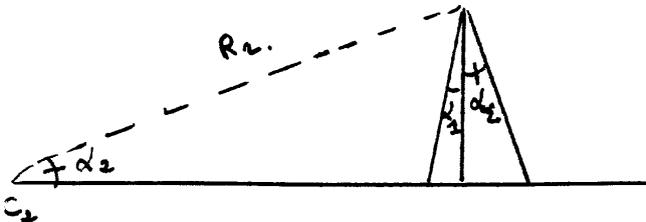


$$\tan D' = \frac{a}{f'} \approx D'$$

$$D' = (n - 1) A \quad f' = \frac{a}{(n - 1) A}.$$



$$\tan D = \frac{a}{f} \approx D \quad f = f'$$



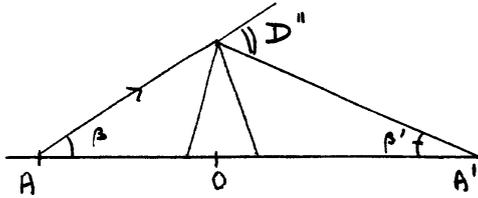
$$\sin \alpha_1 = \frac{a}{R_1} \approx \alpha_1$$

$$\sin \alpha_2 = \frac{a}{R_2} \approx \alpha_2$$

$$A = \alpha_1 + \alpha_2 = a \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

$$f' = \frac{R_1 R_2}{(n-1)(R_1 + R_2)}$$

b.

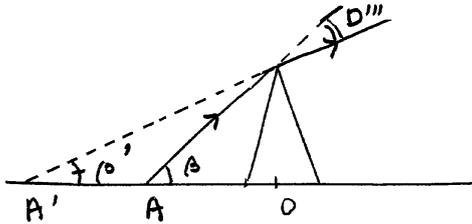


$$\tan \beta = \frac{a}{OA} = \frac{a}{p} \approx \beta$$

$$\tan \beta' = \frac{a}{p'} \approx \beta'$$

$$D'' = \beta + \beta' = (n-1) A.$$

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f'}$$



$$D''' = \beta - \beta'$$

$$\frac{1}{p} - \frac{1}{p'} = \frac{1}{f'}$$

c. En valeurs algébriques

$$\bullet \frac{-1}{OA} + \frac{1}{OA'} = \frac{1}{OF'} \quad \overline{OF'} = -\overline{OF} \quad \overline{OF'} = \frac{\overline{OA} \cdot \overline{OA'}}{\overline{OA} - \overline{OA'}}$$

$$\overline{OF'} \left(2\overline{OF} + \overline{FA} - \overline{F'A'} \right) = \left(\overline{OF} + \overline{FA} \right) \left(\overline{OF'} + \overline{F'A'} \right)$$

$$\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = \overline{OF} \cdot \overline{OF'}$$

$$\bullet \text{Grandissement : } \gamma = \frac{\overline{A'B'}}{AB} = \frac{\overline{F'A'}}{f'}$$

II.4. Dans le prisme : $D' = i + i' - A$ et $r + r' = A = \alpha_1 + \alpha_2$

$$\bullet \text{ Avec les notations II.3.a. : } \tan D' = \frac{a}{f'} \approx D'$$

$$i = \alpha_1 \quad Ni = nr \quad r = \frac{N\alpha_1}{n} \quad r' = A - \frac{N\alpha_1}{n} \quad i' = nr' = An - N\alpha_1$$

$$D' = \alpha_1 + (\alpha_1 + \alpha_2)n - N\alpha_1 - (\alpha_1 + \alpha_2)$$

$$D' = \alpha_1(n - N) + \alpha_2(n - 1) \quad |f'| = \frac{a}{D'}$$

$$\text{De même : } \tan D = \frac{a}{|f|} \approx D$$

$$i' = \alpha_2 \quad nr' = \alpha_2 \quad r' = \frac{\alpha_2}{n} \quad r = A - \frac{\alpha_2}{n} \quad i = \frac{An}{N} - \frac{\alpha_2}{N}$$

$$D = \alpha_2 + \left(\alpha_1 + \alpha_2 \right) \frac{n}{N} - \frac{\alpha_2}{N} - \left(\alpha_1 + \alpha_2 \right) = \frac{D'}{N}$$

$$|f| = \frac{a}{D} \Rightarrow |f| = Nf'$$

$$f = -Nf'$$

• D'après la figure du II.3.b. on a toujours $\beta + \beta' = D''$ avec $\beta = \frac{a}{p}$ et $\beta' = \frac{a}{p'} \Rightarrow D'' = \frac{a}{p} + \frac{a}{p'}$.

Avec les notations classiques du prisme.

$$i = \beta + \alpha_1 \quad Ni = nr \quad r = \frac{Ni}{n} \quad r' = A - \frac{Ni}{n} \quad i' = nA - Ni$$

$$D'' = i + i' - A = A(n - 1) - i(N - 1)$$

$$D'' = (\alpha_1 + \alpha_2)(n - 1) - (\beta + \alpha_1)(N - 1)$$

$$= \underbrace{\alpha_2(n - 1) + \alpha_1(n - N)}_{\frac{a}{f'}} - \beta(N - 1)$$

$$\Rightarrow \frac{a}{p} + \frac{a}{p'} = \frac{a}{f'} - \frac{a}{P}(N - 1) \Leftrightarrow \frac{N}{p} + \frac{1}{p'} \frac{1}{f'}$$

en notations algébriques : $\frac{-N}{OA} + \frac{1}{OA'} = \frac{1}{OF'}$

$$\overline{OF'} (\overline{OA} - \overline{NOA'}) = \overline{OA} \cdot \overline{OA'} \quad \text{et} \quad \overline{OF} = -N \overline{OF'}$$

on trouve de même que : $\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = ff'$

II.5. a. Cylindre d'axe $x'x$, de rayon r , de hauteur $2l$.

b. Principe d'inertie : $\vec{F} = \vec{O}$ $\vec{a} = \vec{O}$ $\vec{v} = \text{cste}$.

c. Dans R : $\vec{F} = -e \vec{E}$ $\left. \begin{matrix} F_y = -e \beta y \\ F_z = -e \beta z \end{matrix} \right\} y \text{ et } z \text{ petits} \Rightarrow \beta > 0$

d.

$$\text{PDF} \quad \vec{a} = -\frac{e \vec{E}}{m} \quad \vec{a} \left\{ \begin{matrix} a_x = \frac{2 \beta e x}{m} \\ a_y = -\frac{\beta e y}{m} \\ a_z = -\frac{\beta e z}{m} \end{matrix} \right.$$

$$\begin{cases} \ddot{x} - 2 \omega^2 x = 0 & (1) \\ \ddot{y} + \omega^2 y = 0 & (2) \\ \ddot{z} + \omega^2 z = 0 & (3) \end{cases}$$

e. α) Vérification ou résolution (1) : $k = \omega \sqrt{2}$

$$t=0 \quad x_0 = -\ell \quad v_{0x} = v_0 \quad A = \frac{v_0}{2k} - \frac{\ell}{2}; \quad B = -\frac{\ell}{2} - \frac{v_0}{2k}.$$

$$\beta) \quad x = \left(\frac{v_0}{2k} - \frac{\ell}{2} \right) e^{kt} - \left(\frac{v_0}{2k} + \frac{\ell}{2} \right) e^{-kt}$$

$$\dot{x} = \left(\frac{v_0}{2k} - \frac{k\ell}{2} \right) e^{kt} - \left(\frac{v_0}{2k} + \frac{k\ell}{2} \right) e^{-kt}$$

$$x \leq \ell \Rightarrow kt \ll 1 \quad \text{soit } \dot{x} \approx \left(\frac{v_0}{2} - \frac{k\ell}{2} \right) (1 + kt) + \left(\frac{v_0}{2} + \frac{k\ell}{2} \right) (1 - kt)$$

$$\dot{x} \approx v_0 - k^2 k\ell \quad t = v_0 \left(1 - \frac{k^2 k\ell t}{v_0} \right)$$

$$\text{or } kt \ll 1 \quad \text{et } \frac{k\ell}{v_0} = \frac{\omega \sqrt{2} \ell}{v_0} \ll 1$$

$$\dot{x} \approx v_0$$

γ) Résolution de l'équation (2) $y = A' \cos \omega t + B \sin \omega t$

$$t=0 \quad y = y_0 \quad v_{0y} = 0 \Rightarrow y = y_0 \cos \omega t$$

$$\text{de même :} \quad z = z_0 \cos \omega t.$$

$$|y|_{\max} = y_0 \ll r < \ell \quad |z|_{\max} = z_0 \ll r < \ell$$

La trajectoire reste au voisinage de $x'x$. Correspond aux conditions de Gauss.

$$\delta) \text{ En I} \quad x_I = \ell \quad v \approx v_0 \Rightarrow t_I = \frac{2\ell}{v_0}$$

$$\vec{O} \vec{I} \begin{cases} x_I = \ell \\ y_I \approx y_0 \\ z_I \approx z_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_0 \\ -\omega y_0 \sin \omega t_I \approx -\omega^2 y_0 \frac{2\ell}{v_0} \\ -\omega^2 z_0 \frac{2\ell}{v_0} \end{cases}$$

A la sortie de R, le mouvement est rectiligne uniforme, de vitesse \vec{v}_1 .

$x > \ell$; origine des dates : instant de passage en I.

$$x = v_0 t + \ell \quad y = -\omega^2 y_0 \frac{2\ell t}{v_0} + y_0 \quad z = -\omega^2 z_0 \frac{2\ell t}{v_0} + z_0.$$

Le point F' est tel que : $y_{F'} = z_{F'} = 0$.

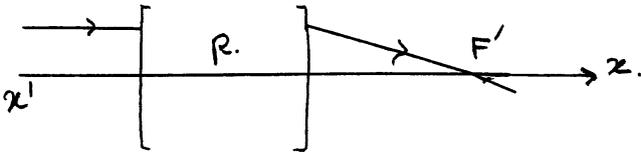
$$\Rightarrow t_{F'} = \frac{v_0}{2\omega^2 \ell} \quad \text{donc : } OF' = x_{F'} = \ell \left(1 + \frac{v_0^2}{2\omega^2 \ell^2} \right)$$

F' est indépendant de y_0 et z_0 .

$x < -\ell$ le trajectoire de l'électron est parallèle à $x'x$.

$x > \ell$ Pour tout y_0 (et z_0) la trajectoire passe par F' .

\Rightarrow analogie optique : F' est le foyer principal image.



$OF' > 0$ la «lentille électrostatique» est convergente.

Application numérique : $OF' = 1,0$ m.

III. MICROSCOPE

III.1. a. Non, les rayons sont très inclinés sur l'axe optique.

b. α) Pour l'œil normal, l'image définitive est virtuelle à l'infini.
 $A_1 B_1$ est dans le plan focal objet de L_2 .

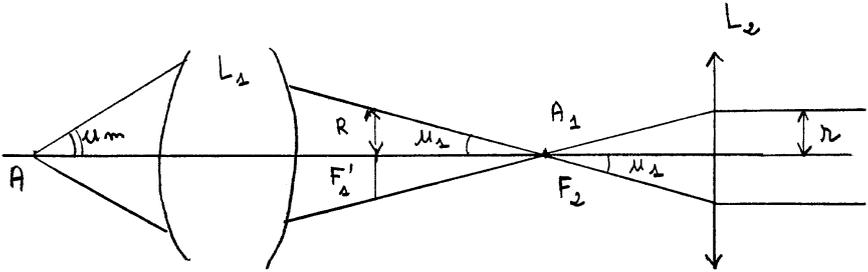
β) D'après II.4. : $\overline{F_1 A} \cdot \overline{F' A_1} = -Nf_1^2$

$$\overline{F_1 A_1} = \overline{F_1 F_2} = \Delta$$

$$\overline{F_1 A} = -\frac{N f_1'^2}{\Delta} \quad \Gamma_1 = -\frac{\overline{F_1' A_1}}{f_1'} = -\frac{\Delta}{f_1'}$$

Application numérique : $\overline{F_1 A} = -0,135 \text{ mm}$; $\Gamma_1 = -45$.

III.2. a



$$N AB \sin u_m = A_1 B_1 u_1$$

$$u_1 = N \frac{AB}{A_1 B_1} \sin u_m = N \frac{\sin u_m}{|\Gamma_1|} = \frac{\Omega_n f_1'}{\Delta}$$

$$R = \Delta u_1 \quad R = \Omega_n f_1'$$

b.

$$r = f_2' u_1 \quad r = \frac{\Omega_n f_1' f_2'}{\Delta}$$

- c. Tous les rayons lumineux diaphragmés par l'ouverture circulaire de rayon \$R\$ centrée en \$F_1'\$ passent par le disque image donnée par \$L_2\$ du disque de rayon \$R\$, de centre \$F_1'\$.

$$\overline{F_2 F_1'} \cdot \overline{F_2 C} = -f_2'^2 \Rightarrow \overline{F_2 C} = -\frac{f_2'^2}{-\Delta}$$

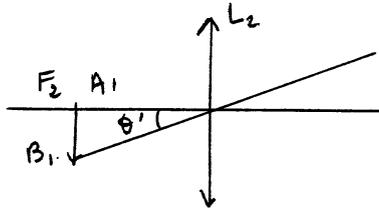
$$|\Gamma_2| = \frac{r_c}{R} \quad r_c = \frac{F_2 C}{f_2'} R \quad r_c = R \frac{f_2'}{\Delta} = \frac{\Omega_n \cdot f_1' \cdot f_2'}{\Delta} = r.$$

Application numérique : $\overline{F_2 C} = 2,2 \text{ mm}$;
 $r_c = 0,63 \text{ mm}$.

On doit placer l'œil en C.

III.3. a. Distance minimale de l'objet à l'œil, telle que l'image reste nette.
 Correspond à l'accomodation maximale.

b.



$$\theta' = \frac{A_1 B_1}{f_2'} = \frac{AB |\Gamma_1|}{f_2'}$$

$$\theta' = AB \frac{\Delta}{f_1' f_2'} \quad \theta = \frac{AB}{\delta}$$

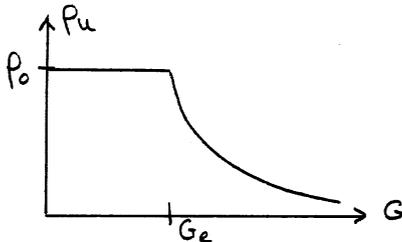
$$G = \frac{\Delta \delta}{f_1' f_2'} \quad G = 562.$$

c.

$$r_c = \Omega_m \frac{\delta}{G} \approx \frac{\rho_0}{5}$$

$$G_c = \Omega_n \frac{\delta}{\rho_0} \quad G_c = 142$$

$$\rho_u = r_c = \Omega_n \frac{\delta}{G}$$



$$G > G_e \quad \rho_u = \Omega_n \frac{\delta}{G}$$

$$G \leq G_e \quad \rho_u = \rho_0$$

III.4. a. L'éclairement est proportionnel à la quantité de lumière reçue et inversement proportionnel à l'aire de l'image rétinienne.

b. α) Pertes de lumière par absorption dans les milieux transparents et par réflexion à la traversée des dioptries.

β) Sans instrument, l'éclairement de l'image rétinienne est proportionnel à l'aire de l'objet et à l'aire de la pupille.

Avec instrument, l'éclairement de l'image rétinienne est proportionnelle à τ , à l'aire de l'image $A_2 B_2$ et à l'aire du disque oculaire :

$$C \propto \tau \left(\frac{A_2 B_2}{AB} \right)^2 \left(\frac{\rho_u}{\rho_0} \right)^2$$

or d'après la condition d'aplanétisme :

$$\left(\frac{A_2 B_2}{AB} \right)^2 \propto \frac{1}{N^2} \quad C = \frac{\tau}{N^2} \left(\frac{\rho_u}{\rho_0} \right)^2$$

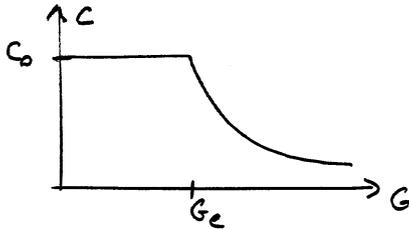
$$\gamma) \bullet \quad G \leq G_e \quad \frac{\rho_u}{\rho_0} = 1 \quad C = C_0 = \frac{\tau}{N^2}$$

$$\bullet \quad G \geq G_e \quad C = \frac{\tau}{N^2} \frac{\Omega_n^2 \delta^2}{\rho_0^2} = C_0 \left(\frac{G_e}{G} \right)^2$$

$$C = 1,95 \times 10^{-2}$$

La clarté est proportionnelle à $\sin^2 u_m \Rightarrow$ importance de l'ouverture numérique.

L'éclairement dépend de la puissance émise par l'objet \Rightarrow rôle du condenseur.



III.5. a.

$$r_d = \Delta \theta_d.$$

b.

c.

$$S_d = \frac{r_d}{|\Gamma_1|} = \frac{\Delta \theta_d}{\Delta} f'_1 = 0,6 \frac{\lambda}{R} f'_1 = \frac{0,6 \lambda}{\Omega_n}$$

$$S_d = 2,34 \times 10^{-4} \text{ mm.}$$

S_d est une fonction décroissante de Ω_n . On peut améliorer le pouvoir séparateur en utilisant un objectif à immersion.

III.6. a.

$$\theta' = \alpha_0 \quad \theta = \frac{S_d}{\delta} \quad G_d = \frac{\alpha_0 \delta}{0,6 \lambda} \Omega_n \quad G_d = 323.$$

b.

$$S_o = \theta_o \delta \quad \theta' = \alpha_0 \quad G = \frac{\alpha_0 \delta}{S_o}$$

$$\alpha_0 = \frac{P}{\rho_u} = \frac{P G}{\Omega_n \delta} \Rightarrow S_o = \frac{\rho}{\Omega_n} \quad S_{om} = \frac{P_m}{\Omega_n}$$

$$S_{om} = 2,11 \times 10^{-4} \text{ mm} < S_d$$

$$G_m = \frac{\rho_m \delta}{\rho_{um} S_o} = 592 > G_d.$$

C'est la diffraction qui limite et non la structure granulaire de la rétine.

Une grande ouverture numérique augmente S_d . Un grossissement G_d est suffisant.

III.7. La longueur d'onde associée à un électron est inférieure aux longueurs d'ondes optiques.

Il y a donc une augmentation du pouvoir séparateur.

Corrigé du concours général

par Madame ROSENFELD et les membres du jury

I. RÉFRACTION

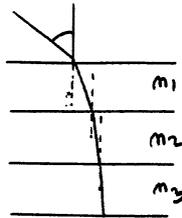
I.1.

$$n = \frac{c}{v}$$

Le rayon réfracté appartient au plan d'incidence et

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$$

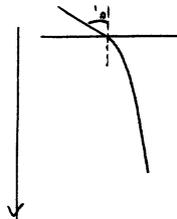
I.2. a.



b.

$$n_1 < n_2 < \dots$$

$$n \sin i = \text{constante}$$



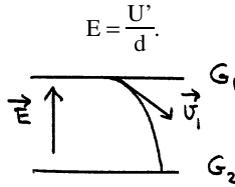
Exemples : indice variable de l'air, expliquant les mirages.

I.3. Réfraction électronique.

a. D'après le théorème de l'énergie cinétique :

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m}} \quad v = 1,9 \times 10^7 \text{ m.s}^{-1}$$

b. $\alpha)$



$\beta)$ Trajectoire parabolique.

$\gamma)$ D'après le PFD : $m \vec{a} = -e \vec{E} \quad a_x = 0.$

Le mouvement de la projection de M sur O'x est rectiligne uniforme :

$$v_x = \text{constante} = v_1 \sin i_1.$$

Soit : $v_1 \sin i_1 = v_2 \sin i_2.$

$\delta)$ Analogie formelle avec la deuxième loi de Descartes.

$$v \leftrightarrow n.$$

I.4. a. La trajectoire de la particule est confondue avec le rayon lumineux. On utilise l'analogie précédente.

b. D'après I.3., $v_x = n \sin i = \text{cste} \quad v_z = n \cos i.$

Soit : $v_x^2 + v_z^2 = n^2 = v_z^2 + \text{constante}$

En dérivant par rapport à z : $2n \frac{dn}{dz} = 2 v_z \frac{d v_z}{dz} = 2 a_z$

Soit : $a_z = n \frac{dn}{dz}.$

- c. Si U' est le potentiel en M , la vitesse de la particule chargée est proportionnelle à $\sqrt{U'}$. On a donc la correspondance :

$$n^2 \leftrightarrow kU'$$

La marche d'un rayon lumineux dans un milieu d'indice variable selon $z'z$ est obtenue par l'étude du mouvement d'une particule chargée dans un champ parallèle à $z'z$.

I.5. a.

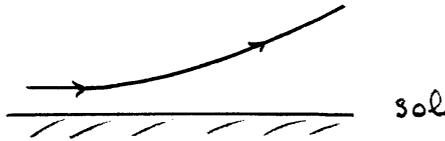
$$T_{\text{sol}} > T_{\text{air}} \quad \frac{dT}{dz} < 0.$$

- b. Masse volumique de l'air : $\frac{d\rho}{dz} > 0 \Rightarrow \frac{dn}{dz} > 0$

c. $n(z) = n_0 + \alpha z \quad \alpha > 0$

d'après I.4.b. : $a_z = (n_0 + \alpha z) \alpha \approx \alpha n_0 = \text{cste.}$

La trajectoire de la particule fictive est une parabole.



Explication des mirages.

I.6. T durée du trajet AB : $\ell = cT = c \left(\frac{AI}{v_1} + \frac{IB}{v_2} \right)$

$$\ell = n_1 AI + n_2 IB = \frac{n_1 AH}{\cos i_1} + \frac{n_2 BH'}{\cos i_2}$$

$$HH' = HI + IH' = AH \tan i_1 + BH' \tan i_2 = \text{cste}$$

$$\frac{dHH'}{di_1} = 0 = \frac{-AH}{\cos^2 i_1} - \frac{BH'}{\cos^2 i_2} \frac{di_2}{di_1} \Rightarrow \frac{BH'}{\cos^2 i_2} \frac{di_2}{di_1} = \frac{-AH}{\cos^2 i_1}$$

$$\ell \text{ et } T \text{ minimum} \Rightarrow \frac{d\ell}{di_1} = 0 = \frac{n_1 AH \sin i_1}{\cos^2 i_1} + \frac{n_2 BH' \sin i_2}{\cos^2 i_2} \frac{di_2}{di_1}$$

$$\Rightarrow n_1 \sin i_1 - n_2 \sin i_2 = 0$$

II. LENTILLES MINCES

II.1. a. Avec les notations classiques :

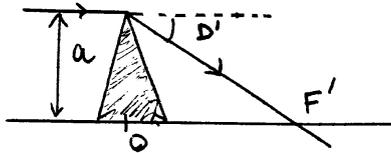
$$D = i + i' - A \quad A = r + r' \Rightarrow D \approx (n - 1) A.$$

II.2. a. Les rayons sont peu inclinés sur l'axe et frappent la lentille au voisinage du centre optique.

b. L'image d'un point est un point.

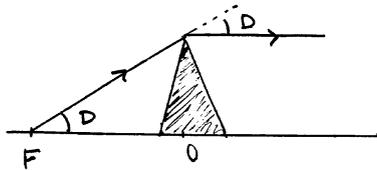
L'image d'un objet orthogonal à l'axe optique est plane et parallèle à l'objet.

II.3. a. En valeurs absolues :

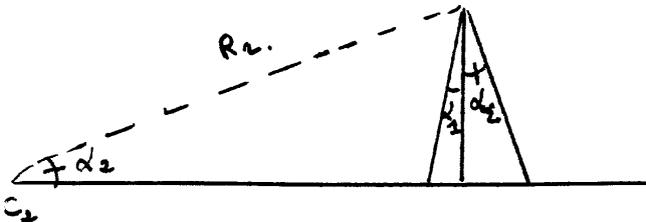


$$\tan D' = \frac{a}{f'} \approx D'$$

$$D' = (n - 1) A \quad f' = \frac{a}{(n - 1) A}.$$



$$\tan D = \frac{a}{f} \approx D \quad f = f'$$



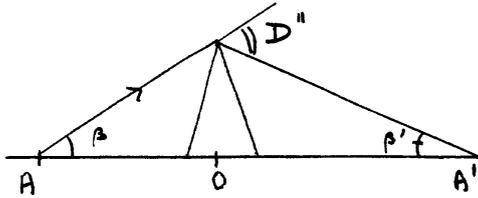
$$\sin \alpha_1 = \frac{a}{R_1} \approx \alpha_1$$

$$\sin \alpha_2 = \frac{a}{R_2} \approx \alpha_2$$

$$A = \alpha_1 + \alpha_2 = a \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

$$f' = \frac{R_1 R_2}{(n-1)(R_1 + R_2)}$$

b.

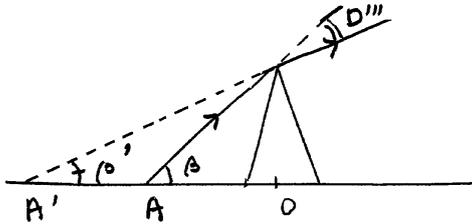


$$\tan \beta = \frac{a}{OA} = \frac{a}{p} \approx \beta$$

$$\tan \beta' = \frac{a}{p'} \approx \beta'$$

$$D'' = \beta + \beta' = (n-1) A.$$

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f'}$$



$$D''' = \beta - \beta'$$

$$\frac{1}{p} - \frac{1}{p'} = \frac{1}{f'}$$

c. En valeurs algébriques

$$\bullet \frac{-1}{OA} + \frac{1}{OA'} = \frac{1}{OF'} \quad \overline{OF'} = -\overline{OF} \quad \overline{OF'} = \frac{\overline{OA} \cdot \overline{OA'}}{\overline{OA} - \overline{OA'}}$$

$$\overline{OF'} \left(2\overline{OF} + \overline{FA} - \overline{F'A'} \right) = \left(\overline{OF} + \overline{FA} \right) \left(\overline{OF'} + \overline{F'A'} \right)$$

$$\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = \overline{OF} \cdot \overline{OF'}$$

$$\bullet \text{Grandissement : } \gamma = \frac{\overline{A'B'}}{AB} = \frac{\overline{F'A'}}{f'}$$

II.4. Dans le prisme : $D' = i + i' - A$ et $r + r' = A = \alpha_1 + \alpha_2$

$$\bullet \text{ Avec les notations II.3.a. : } \tan D' = \frac{a}{f'} \approx D'$$

$$i = \alpha_1 \quad Ni = nr = \frac{N\alpha_1}{n} \quad r' = A - \frac{N\alpha_1}{n} \quad i' = nr' = An - N\alpha_1$$

$$D' = \alpha_1 + (\alpha_1 + \alpha_2)n - N\alpha_1 - (\alpha_1 + \alpha_2)$$

$$D' = \alpha_1(n - N) + \alpha_2(n - 1) \quad |f'| = \frac{a}{D'}$$

$$\text{De même : } \tan D = \frac{a}{|f|} \approx D$$

$$i' = \alpha_2 \quad nr' = \alpha_2 \quad r' = \frac{\alpha_2}{n} \quad r = A - \frac{\alpha_2}{n} \quad i = \frac{An}{N} - \frac{\alpha_2}{N}$$

$$D = \alpha_2 + \left(\alpha_1 + \alpha_2 \right) \frac{n}{N} - \frac{\alpha_2}{N} - \left(\alpha_1 + \alpha_2 \right) = \frac{D'}{N}$$

$$|f| = \frac{a}{D} \Rightarrow |f| = Nf'$$

$$f = -Nf'$$

$$\bullet \text{ D'après la figure du II.3.b. on a toujours } \beta + \beta' = D'' \text{ avec } \beta = \frac{a}{p} \text{ et } \beta' = \frac{a}{p'} \Rightarrow D'' = \frac{a}{p} + \frac{a}{p'}$$

Avec les notations classiques du prisme.

$$i = \beta + \alpha_1 \quad Ni = nr \quad r = \frac{Ni}{n} \quad r' = A - \frac{Ni}{n} \quad i' = nA - Ni$$

$$D'' = i + i' - A = A(n - 1) - i(N - 1)$$

$$D'' = (\alpha_1 + \alpha_2)(n - 1) - (\beta + \alpha_1)(N - 1)$$

$$= \underbrace{\alpha_2(n - 1) + \alpha_1(n - N)}_{\frac{a}{f'}} - \beta(N - 1)$$

$$\Rightarrow \frac{a}{p} + \frac{a}{p'} = \frac{a}{f'} - \frac{a}{P}(N - 1) \Leftrightarrow \frac{N}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f'}$$

en notations algébriques : $\frac{-N}{OA} + \frac{1}{OA'} = \frac{1}{OF'}$

$$\overline{OF'}(\overline{OA} - \overline{NOA'}) = \overline{OA} \cdot \overline{OA'} \quad \text{et} \quad \overline{OF} = -N \overline{OF'}$$

on trouve de même que : $\overline{FAF'A'} = ff'$

II.5. a. Cylindre d'axe $x'x$, de rayon r , de hauteur $2l$.

b. Principe d'inertie : $\vec{F} = \vec{O}$ $\vec{a} = \vec{O}$ $\vec{v} = \text{cste}$.

c. Dans R : $\vec{F} = -e \vec{E}$ $\left. \begin{array}{l} F_y = -e \beta y \\ F_z = -e \beta z \end{array} \right\} y \text{ et } z \text{ petits} \Rightarrow \beta > 0$

d.

$$\text{PDF} \quad \vec{a} = -\frac{e \vec{E}}{m} \quad \vec{a} \left\{ \begin{array}{l} a_x = \frac{2 \beta e x}{m} \\ a_y = -\frac{\beta e y}{m} \\ a_z = -\frac{\beta e z}{m} \end{array} \right.$$

$$\begin{cases} \ddot{x} - 2 \omega^2 x = 0 & (1) \\ \ddot{y} + \omega^2 y = 0 & (2) \\ \ddot{z} + \omega^2 z = 0 & (3) \end{cases}$$

e. α) Vérification ou résolution (1) : $k = \omega \sqrt{2}$

$$t=0 \quad x_0 = -\ell \quad v_{0x} = v_0 \quad A = \frac{v_0}{2k} - \frac{\ell}{2}; \quad B = -\frac{\ell}{2} - \frac{v_0}{2k}.$$

$$\beta) \quad x = \left(\frac{v_0}{2k} - \frac{\ell}{2} \right) e^{kt} - \left(\frac{v_0}{2k} + \frac{\ell}{2} \right) e^{-kt}$$

$$\dot{x} = \left(\frac{v_0}{2k} - \frac{k\ell}{2} \right) e^{kt} - \left(\frac{v_0}{2k} + \frac{k\ell}{2} \right) e^{-kt}$$

$$x \leq \ell \Rightarrow kt \ll 1 \quad \text{soit } \dot{x} \approx \left(\frac{v_0}{2} - \frac{k\ell}{2} \right) (1 + kt) + \left(\frac{v_0}{2} + \frac{k\ell}{2} \right) (1 - kt)$$

$$\dot{x} \approx v_0 - k^2 k\ell \quad t = v_0 \left(1 - \frac{k^2 k\ell t}{v_0} \right)$$

$$\text{or } kt \ll 1 \quad \text{et } \frac{k\ell}{v_0} = \frac{\omega \sqrt{2} \ell}{v_0} \ll 1$$

$$\dot{x} \approx v_0$$

γ) Résolution de l'équation (2) $y = A' \cos \omega t + B \sin \omega t$

$$t=0 \quad y = y_0 \quad v_{0y} = 0 \Rightarrow y = y_0 \cos \omega t$$

$$\text{de même :} \quad z = z_0 \cos \omega t.$$

$$|y|_{\max} = y_0 \ll r < \ell \quad |z|_{\max} = z_0 \ll r < \ell$$

La trajectoire reste au voisinage de $x'x$. Correspond aux conditions de Gauss.

$$\delta) \text{ En I} \quad x_I = \ell \quad v \approx v_0 \Rightarrow t_I = \frac{2\ell}{v_0}$$

$$\vec{O}I \begin{cases} x_I = \ell \\ y_I \approx y_0 \\ z_I \approx z_0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} v_0 \\ -\omega y_0 \sin \omega t_I \approx -\omega^2 y_0 \frac{2\ell}{v_0} \\ -\omega^2 z_0 \frac{2\ell}{v_0} \end{cases}$$

A la sortie de R, le mouvement est rectiligne uniforme, de vitesse \vec{v}_1 .

$x > \ell$; origine des dates : instant de passage en I.

$$x = v_0 t + \ell \quad y = -\omega^2 y_0 \frac{2\ell t}{v_0} + y_0 \quad z = -\omega^2 z_0 \frac{2\ell t}{v_0} + z_0.$$

Le point F' est tel que : $y_{F'} = z_{F'} = 0$.

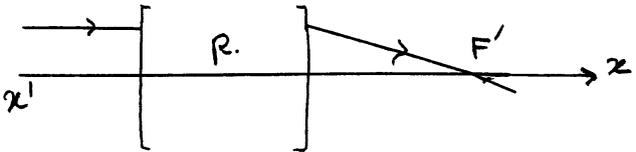
$$\Rightarrow t_{F'} = \frac{v_0}{2\omega^2 \ell} \quad \text{donc : } OF' = x_{F'} = \ell \left(1 + \frac{v_0^2}{2\omega^2 \ell^2} \right)$$

F' est indépendant de y_0 et z_0 .

$x < -\ell$ le trajectoire de l'électron est parallèle à $x'x$.

$x > \ell$ Pour tout y_0 (et z_0) la trajectoire passe par F' .

\Rightarrow analogie optique : F' est le foyer principal image.



$OF' > 0$ la «lentille électrostatique» est convergente.

Application numérique : $OF' = 1,0$ m.

III. MICROSCOPE

III.1. a. Non, les rayons sont très inclinés sur l'axe optique.

b. α) Pour l'œil normal, l'image définitive est virtuelle à l'infini.
 $A_1 B_1$ est dans le plan focal objet de L_2 .

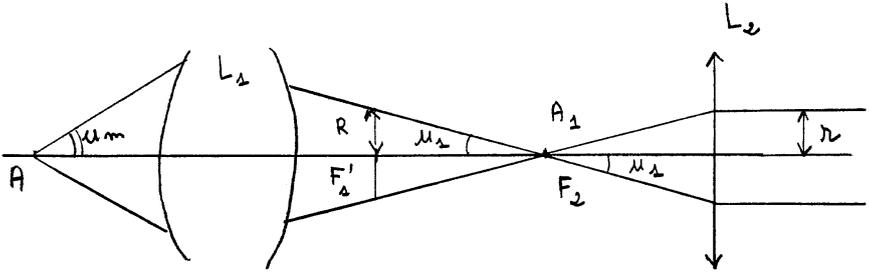
β) D'après II.4. : $\overline{F_1 A} \cdot \overline{F' A_1} = -Nf_1^2$

$$\overline{F_1 A_1} = \overline{F_1 F_2} = \Delta$$

$$\overline{F_1 A} = -\frac{N f_1'^2}{\Delta} \quad \Gamma_1 = -\frac{\overline{F_1' A_1}}{f_1'} = -\frac{\Delta}{f_1'}$$

Application numérique : $\overline{F_1 A} = -0,135 \text{ mm}$; $\Gamma_1 = -45$.

III.2. a



$$N AB \sin u_m = A_1 B_1 u_1$$

$$u_1 = N \frac{AB}{A_1 B_1} \sin u_m = N \frac{\sin u_m}{|\Gamma_1|} = \frac{\Omega_n f_1'}{\Delta}$$

$$R = \Delta u_1 \quad R = \Omega_n f_1'$$

b.

$$r = f_2' u_1 \quad r = \frac{\Omega_n f_1' f_2'}{\Delta}$$

- c. Tous les rayons lumineux diaphragmés par l'ouverture circulaire de rayon R centrée en F_1' passent par le disque image donnée par L_2 du disque de rayon R , de centre F_1' .

$$\overline{F_2 F_1'} \cdot \overline{F_2 C} = -f_2'^2 \Rightarrow \overline{F_2 C} = -\frac{f_2'^2}{-\Delta}$$

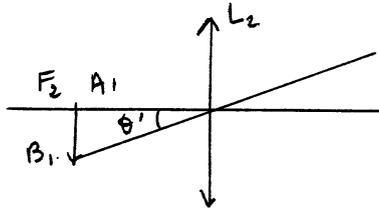
$$|\Gamma_2| = \frac{r_c}{R} \quad r_c = \frac{F_2 C}{f_2'} R \quad r_c = R \frac{f_2'}{\Delta} = \frac{\Omega_n \cdot f_1' \cdot f_2'}{\Delta} = r.$$

Application numérique : $\overline{F_2 C} = 2,2 \text{ mm}$;
 $r_c = 0,63 \text{ mm}$.

On doit placer l'œil en C.

III.3. a. Distance minimale de l'objet à l'œil, telle que l'image reste nette.
 Correspond à l'accomodation maximale.

b.



$$\theta' = \frac{A_1 B_1}{f_2'} = \frac{AB |\Gamma_1|}{f_2'}$$

$$\theta' = AB \frac{\Delta}{f_1' f_2'} \quad \theta = \frac{AB}{\delta}$$

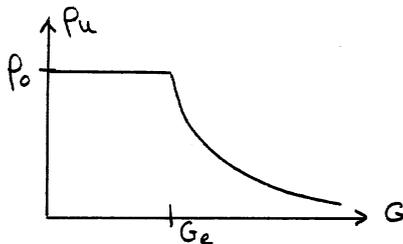
$$G = \frac{\Delta \delta}{f_1' f_2'} \quad G = 562.$$

c.

$$r_c = \Omega_m \frac{\delta}{G} \approx \frac{\rho_0}{5}$$

$$G_c = \Omega_n \frac{\delta}{\rho_0} \quad G_c = 142$$

$$\rho_u = r_c = \Omega_n \frac{\delta}{G}$$



$$G > G_e \quad \rho_u = \Omega_n \frac{\delta}{G}$$

$$G \leq G_e \quad \rho_u = \rho_0$$

III.4. a. L'éclairement est proportionnel à la quantité de lumière reçue et inversement proportionnel à l'aire de l'image rétinienne.

b. α) Pertes de lumière par absorption dans les milieux transparents et par réflexion à la traversée des dioptries.

β) Sans instrument, l'éclairement de l'image rétinienne est proportionnel à l'aire de l'objet et à l'aire de la pupille.

Avec instrument, l'éclairement de l'image rétinienne est proportionnelle à τ , à l'aire de l'image $A_2 B_2$ et à l'aire du disque oculaire :

$$C \propto \tau \left(\frac{A_2 B_2}{AB} \right)^2 \left(\frac{\rho_u}{\rho_0} \right)^2$$

or d'après la condition d'aplanétisme :

$$\left(\frac{A_2 B_2}{AB} \right)^2 \propto \frac{1}{N^2} \quad C = \frac{\tau}{N^2} \left(\frac{\rho_u}{\rho_0} \right)^2$$

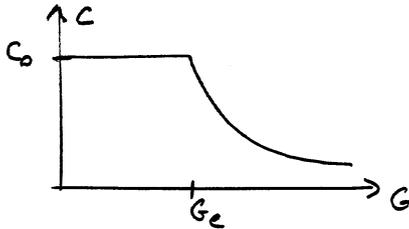
$$\gamma) \bullet \quad G \leq G_e \quad \frac{\rho_u}{\rho_0} = 1 \quad C = C_0 = \frac{\tau}{N^2}$$

$$\bullet \quad G \geq G_e \quad C = \frac{\tau}{N^2} \frac{\Omega_n^2 \delta^2}{\rho_0^2} = C_0 \left(\frac{G_e}{G} \right)^2$$

$$C = 1,95 \times 10^{-2}$$

La clarté est proportionnelle à $\sin^2 u_m \Rightarrow$ importance de l'ouverture numérique.

L'éclairement dépend de la puissance émise par l'objet \Rightarrow rôle du condenseur.



III.5. a.

$$r_d = \Delta \theta_d.$$

b.

c.

$$S_d = \frac{r_d}{|\Gamma_1|} = \frac{\Delta \theta_d}{\Delta} f'_1 = 0,6 \frac{\lambda}{R} f'_1 = \frac{0,6 \lambda}{\Omega_n}$$

$$S_d = 2,34 \times 10^{-4} \text{ mm.}$$

S_d est une fonction décroissante de Ω_n . On peut améliorer le pouvoir séparateur en utilisant un objectif à immersion.

III.6. a.

$$\theta' = \alpha_0 \quad \theta = \frac{S_d}{\delta} \quad G_d = \frac{\alpha_0 \delta}{0,6 \lambda} \Omega_n \quad G_d = 323.$$

b.

$$S_o = \theta_o \delta \quad \theta' = \alpha_0 \quad G = \frac{\alpha_0 \delta}{S_o}$$

$$\alpha_0 = \frac{P}{\rho_u} = \frac{P G}{\Omega_n \delta} \Rightarrow S_o = \frac{\rho}{\Omega_n} \quad S_{om} = \frac{P_m}{\Omega_n}$$

$$S_{om} = 2,11 \times 10^{-4} \text{ mm} < S_d$$

$$G_m = \frac{\rho_m \delta}{\rho_{um} S_o} = 592 > G_d.$$

C'est la diffraction qui limite et non la structure granulaire de la rétine.

Une grande ouverture numérique augmente S_d . Un grossissement G_d est suffisant.

III.7. La longueur d'onde associée à un électron est inférieure aux longueurs d'ondes optiques.

Il y a donc une augmentation du pouvoir séparateur.