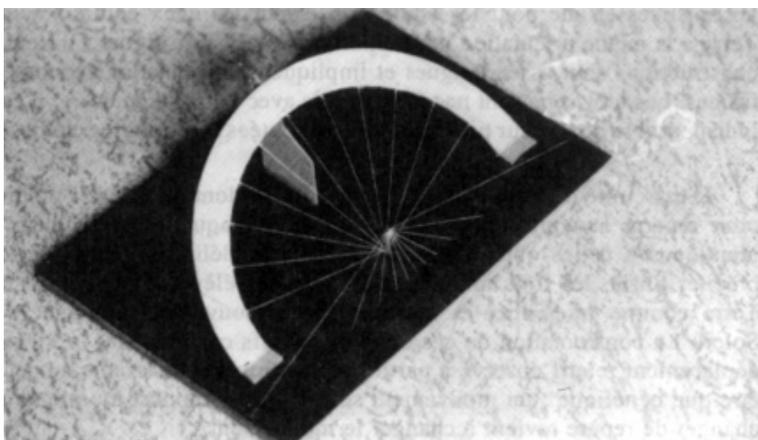
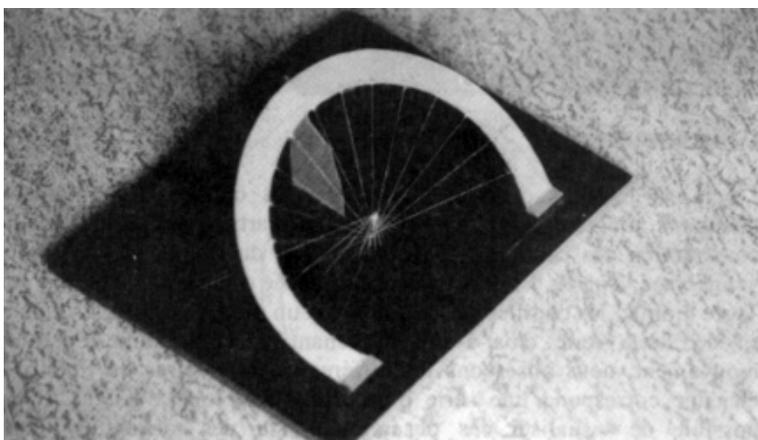
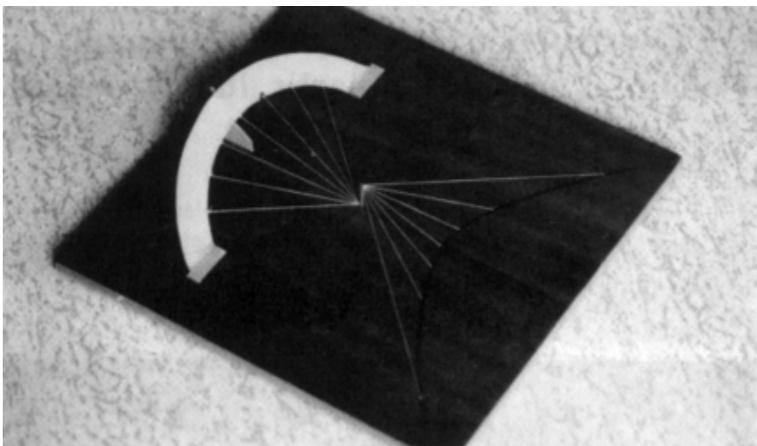


Construction des maquettes donnant l'ombre d'un piquet à partir du mouvement apparent du Soleil

par Jean-Loup CANAL
IUFM de Toulouse, centre de l'Aveyron,
12, rue Sarrus, 12000 Rodez





1. INTRODUCTION

Il est toujours difficile de justifier les ombres d'un piquet à différents moments de l'année. Dans un article précédent sur la construction des cadrans solaires (cf. § 2.3. du B.U.P. n° 753), nous avons tracé, à partir d'une maquette constituée d'un Soleil fixe et d'une Terre mobile, les courbes de l'extrémité d'un piquet vertical. Depuis la surface de la Terre, c'est-à-dire en prenant la Terre comme repère du mouvement, nous observons les différentes trajectoires du Soleil. A chacune correspond une série d'ombres d'un piquet vertical. Il est possible de visualiser ces observations sur des maquettes. Trois maquettes seront construites pour des positions spécifiques : deux pour les solstices et une pour les équinoxes - pour les deux équinoxes, la Terre a la même orientation par rapport au Soleil - (cf. figure 1). Leurs constructions sont assez longues et impliquent des calculs trigonométriques. Les élèves ne sont pas familiarisés avec la trigonométrie : il est indispensable de les leur présenter toutes montées (voir photographies).

L'extrémité de l'ombre du gnomon (piquet dont on utilise l'ombre pour repérer le temps) dessine, sur les trois maquettes, des courbes identiques à celles obtenues à partir de la modélisation du système précité. Enfin, les trois maquettes obligent les élèves à choisir ici la Terre comme référentiel et à envisager le mouvement apparent du Soleil. La confrontation de ces deux dispositifs caractérisant le même déplacement relatif observé à partir de deux repères différents ne peut être que bénéfique : un mouvement se définit par rapport à un repère, changer de repère revient à changer le mouvement.

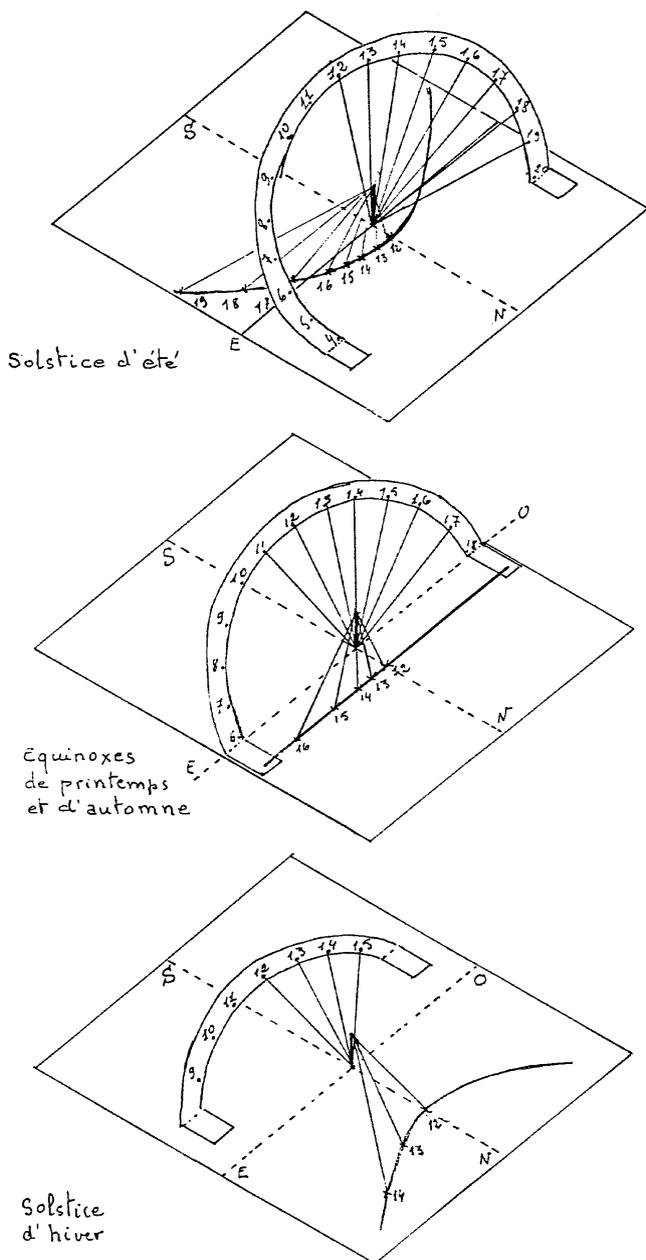


Figure 1 : Maquettes du mouvement apparent du Soleil à la latitude de 50°.

2. DÉTERMINATION DES PARAMÈTRES

Précisons d'abord le principe de construction et quelques caractéristiques de ces maquettes :

- **chaque fil** partant d'une position de départ sur la couronne et atteignant le pied du gnomon **définit une direction du Soleil** à l'heure correspondante ;
- attention : dans la réalité, **tous les rayons arrivant sur le gnomon sont parallèles. Aussi** pour avoir un rayon passant par l'extrémité haute du gnomon et qui donnera l'extrémité de l'ombre, **sommes-nous obligés de tendre, à partir de cette extrémité haute, un nouveau fil parallèle au premier.** Son intersection avec le plan horizontal donnera la position de l'extrémité de l'ombre du gnomon ;
- dans toutes les figures et les calculs, nous avons choisi la latitude de 50° pour éviter la valeur particulière de 45°, proche de notre latitude, qui donnerait une fausse symétrie à l'étude faite.

Prenons la sphère des fixes centrée sur l'observateur A (figure 2a). Prenons le jour du solstice d'été. Le mouvement apparent du Soleil décrit sur la sphère une trajectoire en arc de cercle autour de l'axe. Définissons les paramètres indispensables pour construire la maquette :

- 1 - l'angle d'inclinaison du plan de la trajectoire du Soleil par rapport au plan horizontal,
- 2 - le secteur angulaire correspondant à la trajectoire visible du soleil dont nous pourrons déduire le nombre d'heures d'ensoleillement,
- 3 - le rayon de la trajectoire en arc de cercle.

3. DÉTERMINATION DE L'ANGLE D'INCLINAISON DU PLAN DE LA TRAJECTOIRE DU SOLEIL PAR RAPPORT AU PLAN HORIZONTAL

Cette trajectoire (cf. figure 2), quel que soit le jour de l'année, sera dans un plan équatorial. L'axe du monde fait un angle α par rapport au plan horizontal, α étant la latitude du lieu. L'angle cherché est donc :

$$\delta = 90 - \alpha$$

Les trois plans correspondant aux solstices et aux équinoxes seront parallèles entre eux.

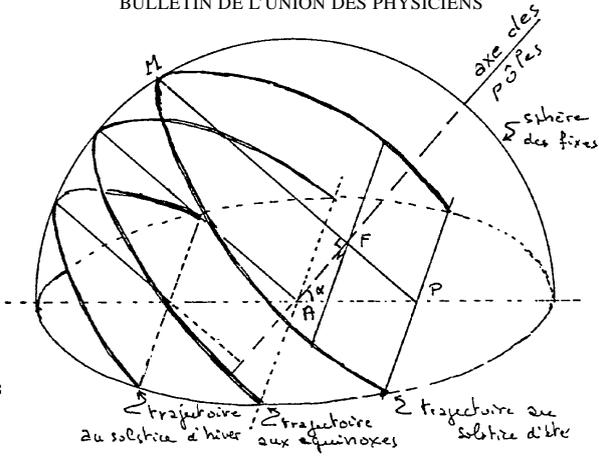
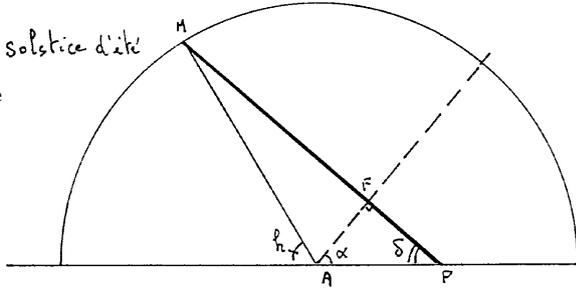
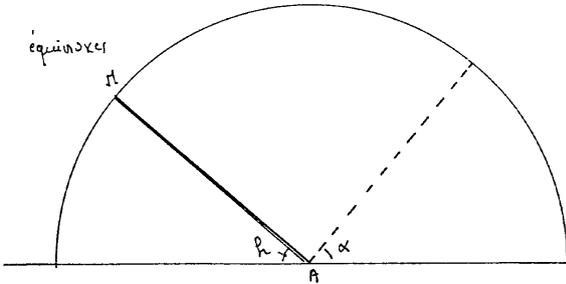


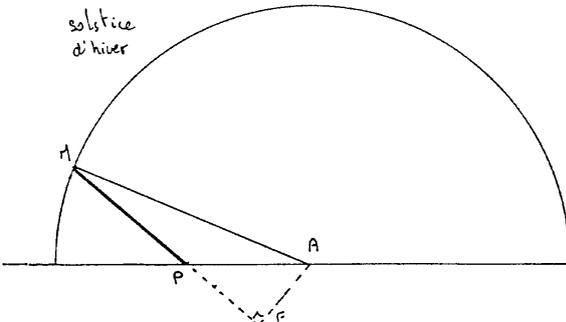
Figure 2:



Figure



Figure



Figure

4. DÉTERMINATION DU SECTEUR ANGULAIRE CORRESPONDANT À LA TRAJECTOIRE VISIBLE DU SOLEIL ET AU NOMBRE D'HEURES D'ENSOLEILLEMENT

Pour connaître le secteur angulaire correspondant à la trajectoire visible du Soleil, il est équivalent de déterminer le secteur angulaire du cadran équatorial éclairé par le Soleil ou bien l'angle interceptant la partie ensoleillée du parallèle terrestre du lieu (cf. figure 3).

Dans la figure 3, les points A, N, S sont dans le plan du méridien du lieu A. La position de la Terre par rapport au soleil est celle qu'elle occupe au solstice d'été. La projection orthogonale, sur ce plan de la partie ensoleillée de la latitude de A est définie par AC. Nous pouvons représenter le parallèle de A vu de dessus (cercle de centre B'). La partie ensoleillée est définie par l'arc FA'E. La connaissance de B'C' ou OD donnera γ et l'angle EB'F.

Recherche de γ :

$$B'C' = OD = DC \cdot \operatorname{tg} \theta = OB \cdot \operatorname{tg} \theta = Rt \cdot \sin \alpha \cdot \operatorname{tg} \theta$$

$$B'C' = B'E \cdot \cos \gamma = BA \cdot \cos \gamma = Rt \cdot \cos \alpha \cdot \cos \theta$$

$$\Rightarrow Rt \cdot \sin \alpha \cdot \operatorname{tg} \theta = Rt \cdot \cos \alpha \cdot \cos \theta$$

$$\Rightarrow \cos \gamma = \operatorname{tg} \theta \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

L'angle au centre correspondant à l'arc sera de : $360^\circ - 2 \cdot \gamma$.

Pour les deux autres positions, les angles se déduisent de ce premier calcul :

- aux équinoxes, γ est égal à 90° , l'angle au centre correspondant à l'ensoleillement sera de : 180° ,
- au solstice d'hiver, γ aura la même valeur que celle calculée au solstice d'été et l'angle au centre correspondant à l'ensoleillement sera de 2γ .

La connaissance du secteur angulaire correspondant à la trajectoire du soleil permet de déterminer le nombre d'heures d'ensoleillement en sachant que le déplacement du soleil en une heure correspond à un déplacement angulaire de 15 degrés. Ces résultats sont regroupés dans la première partie du tableau 2.

5. DÉTERMINATION DU RAYON DE L'ARC DE LA TRAJECTOIRE

La sphère des fixes a un rayon arbitraire. Ici prenons par exemple $R = 10$ cm. Quel est, par rapport au rayon «R» de cette sphère, le rayon «r» de l'arc de la trajectoire ? Pour répondre, nous constatons sur la figure 1 que nous devons connaître la culmination du Soleil et plus exactement l'angle h correspondant à sa culmination. Le tableau 1 nous donne simultanément la façon de connaître cet angle et sa valeur pour les trois positions.

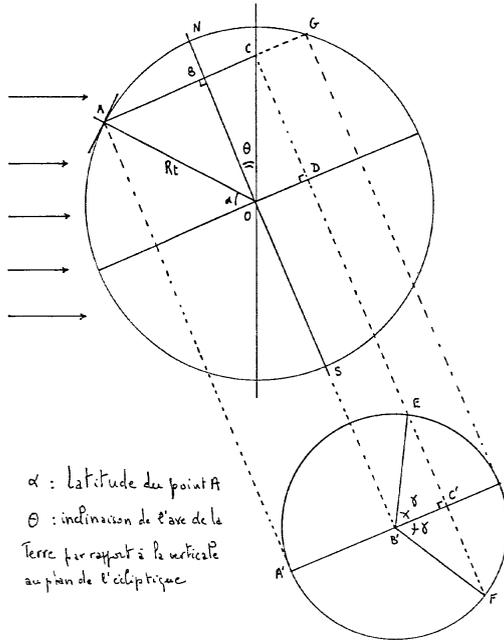


Figure 3 : Détermination, le jour du solstice d'été, de la partie ensoleillée du parallèle terrestre du lieu A.

	Figure	angle donnant la hauteur du S. à midi
Solstice d'été		$R = (90 - (\alpha - \theta))$ $R = 63^\circ$
Equinoxes de printemps et d'automne		$R = 90 - \alpha$ $R = 40^\circ$
Solstice d'hiver		$R = (90 - (\alpha + \theta))$ $R = 17^\circ$

Tableau 1 : Détermination de l'angle sous lequel est vu, à midi, le Soleil aux solstices et aux équinoxes.

A partir de la figure 2b, coupe nord-sud de la sphère des fixes, nous allons calculer «r».

$$r = MF = MA \cdot \cos(180 - h - \alpha) = R \cdot \cos(180 - h - \alpha)$$

Pour placer exactement la couronne correspondant au déplacement du Soleil il nous faudrait connaître AP.

$$AP = FP / \sin \alpha = r \cdot \cos \gamma / \sin \alpha$$

Tous ces résultats sont regroupés dans le tableau 2.

Remarques :

- Sur les figures du tableau 1, aux solstices, la déclinaison du soleil (angle que fait le rayon du Soleil en A avec le plan équatorial) est égal à θ , inclinaison de l'axe de la Terre par rapport à la normale au plan de l'écliptique.
- La connaissance de la déclinaison du Soleil pour un jour quelconque de l'année permet de déterminer, comme il est indiqué au paragraphe 4, le nombre d'heures d'ensoleillement.

6. RÉALISATION DES MAQUETTES

6.1. Précaution

La maquette permet d'obtenir les **directions du Soleil pour le point A**. Prenons par exemple le plan passant par un des trous S de la couronne correspondant à une direction du Soleil et le point A où se trouve l'observateur (cf. figure 4). Soit PP' l'intersection de ce plan vertical avec le plan horizontal. Soit SA le fil symbolisant le rayon du Soleil. L'extrémité de l'ombre du gnomon sera à l'intersection du rayon passant par B et SS'. Mais si nous tendons un fil SB, nous n'aurons plus des rayons SA et SB parallèles entre eux. C'est l'inconvénient de notre maquette, le Soleil n'est pas à l'infini et, rappelons-le, les trous sur la couronne donne les directions des rayons du Soleil et non ses positions.

Nous sommes obligés de tendre un fil passant par l'extrémité B du gnomon, parallèlement à SA, jusqu'à son intersection M avec SS'. Ainsi les fils symbolisant les directions du Soleil doivent aboutir au point A. A chacun d'eux, va correspondre un autre fil, parallèle, passant par le sommet du piquet. Aussi devra-t-on avoir un gnomon creux (tube de laiton - diamètre = 3 mm - vendu chez un maquettiste) dans lequel on enfilera les fils (cf. figure 4).

$\alpha = 50^\circ$
 $r_2 = 10 \text{ cm}$

	R	γ	Secteur angulaire de la trajectoire du S.	nombre d'heures	Sur la couronne, positions du S. aux heures	rayon de la trajectoire $r_1 = MF = R \cdot \sin(90 - \alpha)$	$FP = MF \cdot \cos \alpha$	$MP = MF \cdot \sin \alpha$	$AP = \frac{FP}{\sin \alpha}$
Solstice d'été	63	59,6	360-28 240,8	16,05	17	9,20cm	4,6'cm	13,8cm	6 cm
Equinoxes	40	90	360-28 180	12	13	10 cm	0	10 cm	0
Solstice d'hiver	17	59,6	28 119,2	7,94	7	9,2 cm	4,6 cm	4,6cm	6,64m

Tableau 2

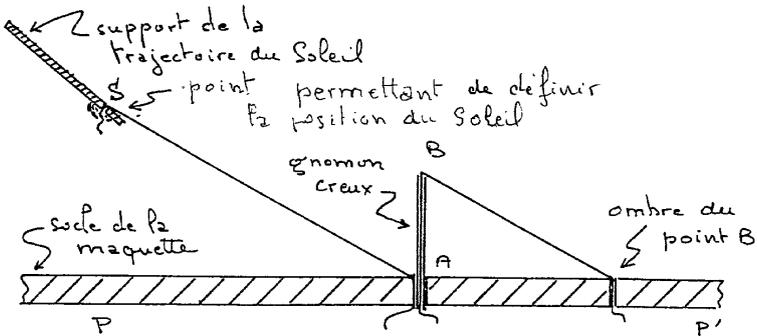


Figure 4 : Les fils, symbolisant les rayons du Soleil, doivent être parallèles.

6.2. Montage

Pour un point de latitude 50° les différentes étapes de ces constructions peuvent se définir ainsi :

- préparer 3 plans ($28\text{ cm} \times 28\text{ cm}$), un pour le solstice d'été, un autre pour les équinoxes de printemps et d'automne, le dernier pour le solstice d'hiver ;
- découper 3 secteurs de couronne de rayons intérieurs respectifs $9,2\text{ cm}$, 10 cm , $9,2\text{ cm}$ et de rayons extérieurs $11,2\text{ cm}$, 12 cm , $11,2\text{ cm}$ ayant comme angle au centre respectivement : 240° , 180° , 119° ; ces secteurs de couronne seront découpés dans du carton fort ou dans une plaque de plastique ;
- percer ces couronnes sur l'intérieur, **au plus près du bord**, tous les 15° (à chacune des positions des trous correspondra une position du soleil pour une heure solaire donnée) en prenant soin de partir de la position milieu de l'arc correspondant au midi solaire ; on doit obtenir des couronnes avec respectivement 17, 13 et 7 trous (problème d'intervalles et nécessité d'avoir 12 heures au milieu de l'arc) ;
- placer sur chaque plan, incliné à 40° par rapport au plan horizontal, un secteur de couronne à des distances respectives de -6 cm , 0 cm , $+6\text{ cm}$ de la direction est-ouest ;
- passer un fil dans chaque trou de la couronne, le tendre en passant par le trou en A qui contiendra le gnomon ;
- placer le gnomon constitué d'un petit tube creux ; le laisser émerger du plan de $1,5\text{ cm}$ environ ;
- pour chaque rayon, enfiler un fil qui, à la sortie supérieure du gnomon creux, devra prendre la même direction (même plan et même angle par rapport au sol) que le fil correspondant à la position du Soleil jusqu'à son intersection avec le plan ; faire un trou à cet endroit, enfiler le fil, le tendre et le bloquer.

L'opération consistant à tendre le deuxième fil parallèle au premier demande quelques soins : nous avons aligné visuellement le premier fil avec un élément horizontal en deuxième plan ; il suffit alors de tendre le deuxième fil parallèlement au repère horizontal.

Les intersections avec le plan doivent constituer, sur chaque maquette, une courbe symétrique par rapport à la direction nord-sud. Sur la maquette des équinoxes, la courbe est une droite. Les courbes reproduisent évidemment celles obtenues avec l'ombre réelle du gnomon ou bien avec la simulation.