

Devenir cadranier est à la portée de tous*

par Jean-Loup CANAL
IUFM de Toulouse, centre de l'Aveyron
12, rue Sarrus, 12000 Rodez

1. INTRODUCTION

En premier lieu, précisons le vocabulaire que nous utiliserons :

Cadran solaire : «surface sur laquelle on trace certaines lignes qui servent à mesurer le temps par le moyen de l'ombre du soleil sur ces lignes» (définition de Diderot et d'Alembert citée par Apel et Pytel, p. 346).

Cadran plein-sud : (ou plein-est ou ...) : un cadran est dit plein-sud quand le plan vertical qui lui est orthogonal contient la direction nord-sud.

Table horaire : c'est le support des lignes horaires (en général plan).

Le style : c'est la tige fichée dans la table dont l'ombre sur la table permet de repérer l'heure solaire.

Le gnomon : il désignait initialement une tige verticale plantée dans le sol et qui répondait au même usage que le style. Par extension, le gnomon désigne aussi le style des cadrans solaires.

Ce document propose une progression pédagogique partant du simple bâton planté dans le sol jusqu'à la construction de cadrans solaires dont la table peut avoir n'importe quelle orientation. Les méthodes permettant de tracer les lignes horaires sont multiples :

⇒ Les unes sont très précises mais elles exigent de bonnes connaissances en trigonométrie (cf. l'article de C. GARINO).

* **NDLR** : un deuxième article «Construction de maquettes donnant l'ombre d'un piquet à partir du mouvement apparent du soleil» sera publié dans le B.U.P. n° 756, juillet-août-septembre 1993.

⇒ D'autres, plus pragmatiques, sont délicates à mettre en œuvre :

- enfiler sur le style un cadran équatorial (cf. paragraphe 3.1.) et rechercher les intersections des différentes lignes horaires de ce cadran avec le plan devant contenir les lignes horaires du cadran à construire en s'aidant d'une ficelle tendue (cf. figure 1) ;
- relever directement les positions de l'ombre du style tout au long d'une journée. Ce n'est pas forcément la solution la plus simple : il faudra effectuer des corrections pour passer de l'heure légale à l'heure solaire (corrections dues à la longitude du lieu, à l'équation du temps, aux heures de décalage été-hiver propre à chaque pays) ;
- faire une détermination des angles des lignes horaires en utilisant la maquette du globe ; il faudrait placer, sur le globe au lieu prévu, la table du cadran solaire correctement orienté ; ensuite graduer la table en repérant les directions des ombres en fonction de celles d'un cadran polaire. On se doute du caractère approximatif d'une telle méthode : les difficultés seraient multiples, en particulier celles liées à l'orientation et au positionnement des cadrans.

⇒ Les constructions proposées ici font appel à la géométrie descriptive et sont, pour la plupart, accessibles sans difficultés à des élèves de 4^{ème} et 3^{ème} des collèges. Elles pourraient s'exécuter dans le cadre d'un club.

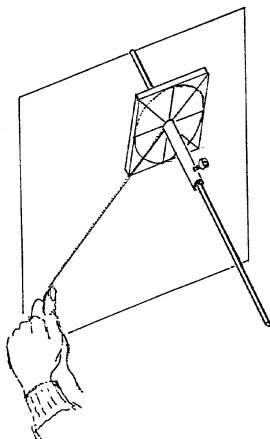


Figure 1 : Utilisation d'un cadran équatorial et d'une ficelle pour repérer les lignes horaires d'un cadran vertical.

Dans une première partie, nous montrerons pourquoi l'ombre d'un bâton vertical ne saurait, en tout lieu, convenir à repérer l'heure.

L'orientation particulière à donner au bâton pour répondre au problème et la recherche du tracé des lignes horaires constitueront la deuxième étape aboutissant à une ébauche. Cette dernière permettra de bien comprendre, d'assimiler toutes les phases de la construction et de déterminer exactement toutes ses caractéristiques. Si un premier objectif est de comprendre la construction d'un cadran, un deuxième est de construire un plan précis. Pour cela, il faut faire découvrir toute l'esthétique, l'élégance et la précision de la géométrie qui est à la base de la méthode utilisée ici. Les exigences et les soins apportés à ces constructions doivent être en accord avec ces ambitions. En dehors du report de l'angle correspondant à la latitude du lieu, le double décimètre, l'équerre et le rapporteur seront bannis : tous les tracés d'épures se feront à la règle et au compas !

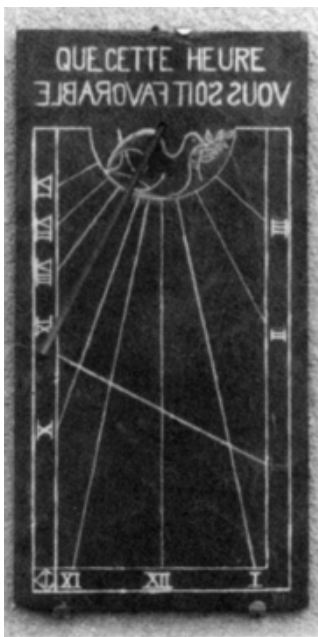
La suite naturelle et troisième étape de cette étude serait la construction de cadrans en matériaux divers : plaque de plastique, ardoise (cf. photographie 1), béton cellulaire, pierre, bois, mosaïque, etc... Une telle réalisation devrait présenter toutes les qualités du produit fini : fiable, esthétique. Nous serions alors véritablement dans le cadre du projet avec tout le bénéfice pédagogique que l'on peut en tirer : «construire un cadran solaire adapté à un lieu donné» (groupe scolaire, maison individuelle, mur sur un balcon d'appartement...). Ce travail de production qui nécessite des talents artistiques et des connaissances techniques pourrait faire l'objet d'une collaboration avec les enseignants d'art graphique et de technologie. En procédant ainsi, nous éviterions la coupure entre une science théorique et une science appliquée. Cette réalisation ne fait pas l'objet du présent article.



Photographie 1

Il est intéressant de sensibiliser les élèves en leur demandant d'apporter des photographies de cadrans solaires qu'ils connaissent et qu'ils ont pu repérer dans leur région (cf. photographie 2). Des cartes postales éditées dans certaines régions de France (Briançonnais et Queyras en particulier) élargissent cette première observation. Les élèves seront surpris :

- les graduations sont irrégulières, souvent non superposables d'un cadran à l'autre ;
- les supports de ces cadrans sont horizontaux ou verticaux avec des orientations pas forcément plein sud (des photographies présentent 2 cadrans sur 2 faces d'un même bâtiment) ;
- les styles ont des implantations dans les murs qui leur paraissent inhabituelles.



Photographie 2

Ces étonnements et ces interrogations sont importants : ils dynamisent la suite et sont autant d'éléments participant à la mise en place de la situation problème : comment repérer le temps ? Comment le fractionner en «tranches» par simple observation de l'ombre d'un piquet ? Un piquet vertical conviendrait-il ?

2. POURQUOI NE PAS PRENDRE UN PIQUET VERTICAL ?

Sur tous les cadrans solaires observés, aucun n'a un style vertical. Pourquoi ? Comment se détermine son orientation ?

2.1. Un piquet vertical en France

Soit nous faisons des relevés d'ombre à divers moments de l'année, soit nous exploitons des relevés déjà réalisés (cf. figure 2). Ils montrent que les ombres du gnomon, aux mêmes heures, n'ont pas la même direction. Mais attention, **ces relevés ont été effectués avec l'heure légale et non l'heure solaire**. Pour passer de l'une à l'autre, les choses ne sont pas simples, elles ne seront pas développées ici (se rapporter à tout ouvrage d'astronomie ou à l'article de GARINO). Nous pouvons faire cependant une première comparaison, grossière en retranchant deux heures à l'heure d'été et une à celle d'hiver : excepté pour midi, les directions correspondantes à une même heure ne coïncident pas : aussi on ne saurait utiliser un tel dispositif pour repérer l'heure. Une étude plus satisfaisante proposée plus loin permettra de compléter l'observation faite ici (cf. paragraphe 2.3.).

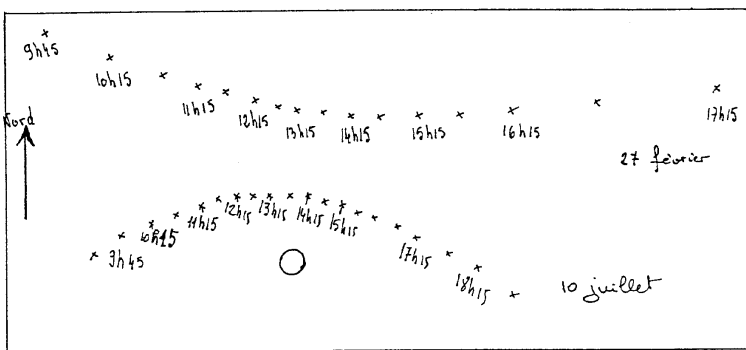


Figure 2 : Relevés de l'ombre d'un piquet vertical à cinq mois d'intervalle, sous nos latitudes.

Faire un relevé d'ombres permet en outre de déterminer la direction nord-sud géographique (et ainsi le plan méridien local) dont on aura besoin plus loin : c'est le plan vertical passant par la droite joignant le pied du gnomon à l'extrémité de l'ombre la plus courte (cf. figure 3).

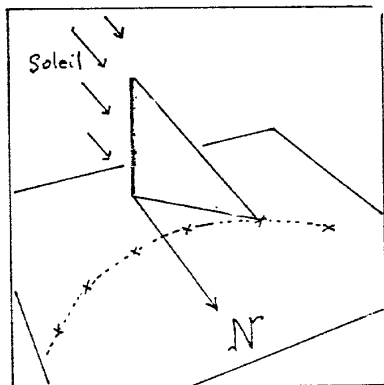


Figure 3 : L'ombre la plus courte détermine la direction N-S.

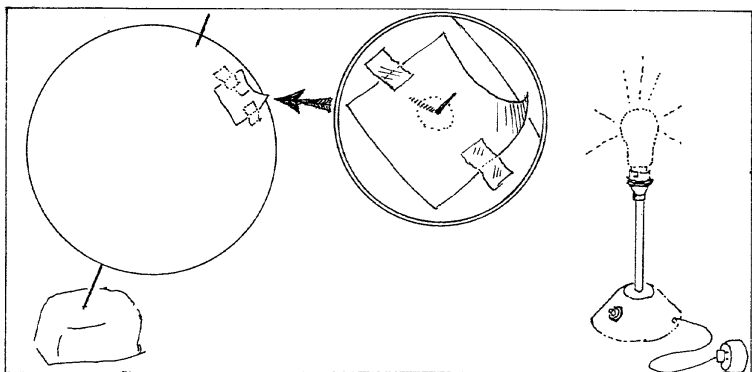


Figure 4 : Maquette : boule de polystyrène avec une aiguille comme axe plantée dans un bloc de pâte à modeler, une lampe de 220 Volts ou de 3,5 V ou un projecteur de diapositives et une punaise comme gnomon.

Outre le problème de la direction des ombres, nous pouvons nous intéresser au lieu géométrique défini par le déplacement de l'extrémité de l'ombre du gnomon à divers moments de l'année. Les courbes obtenues peuvent être retrouvées en utilisant une maquette (cf. figure 4) : une sphère de polystyrène avec une aiguille comme axe plantée dans un bloc de pâte à modeler faisant un angle de 23° avec le plan de l'écliptique ; un carré en cartoline, une punaise piquée dans la cartoline pour gnomon ; un moyen d'éclairage : un projecteur de diapositives, une lampe de 220 V ou tout simplement une lampe de

3,5 V sur son support fixée sur une pile par un bracelet de caoutchouc (avec de jeunes élèves, il est préférable d'utiliser une ampoule multidirectionnelle pour qu'ils conçoivent bien que le Soleil rayonne dans toutes les directions). Nous optons ici pour un mouvement défini par rapport au Soleil. Dans les quatre relevés obtenus (cf. figures 5 et 5 bis) correspondant, pour notre hémisphère, aux solstices (solstice d'été en position 1 et solstice d'hiver en position 3) et aux équinoxes (équinoxe d'automne en position 2 et équinoxe de printemps en position 4), les points ne correspondent à aucune heure particulière car nous ne possédons pour l'instant, aucun moyen de contrôle de la rotation du globe.

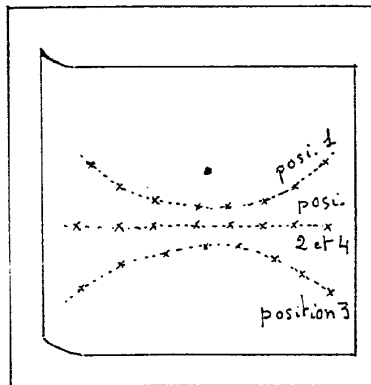


Figure 5 : Relevés réalisés à l'aide de la maquette de la figure 4.

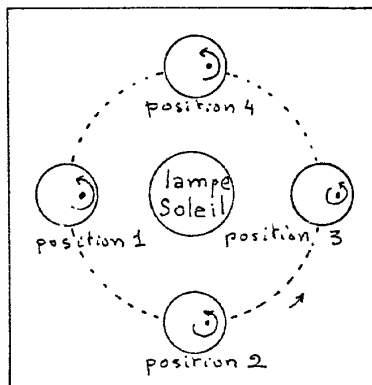


Figure 5 bis : Les différentes positions du globe pour les courbes de la figure 5.

En conclusion :

Si l'axe de la Terre était perpendiculaire à l'écliptique, il ferait toujours le même angle avec la direction Terre-Soleil, la loi de déplacement de l'ombre serait la même toute l'année, le lieu géométrique de l'extrémité de l'ombre serait toujours linéaire et l'ombre d'un piquet vertical pourrait servir tout au long de l'année pour diviser le jour.

L'axe étant incliné, les orientations de l'ombre, pour une même rotation du globe sur lui-même, sont modifiées et les lieux géométriques de l'extrémité de l'ombre forment des courbes différentes (cf. figure 2), des hyperboles, que l'on retrouve très exactement avec la maquette (cf. figure 5). Ce dispositif ne peut pas convenir pour mesurer le temps.

2.2. Et aux pôles géographique nord et sud ?

Sous nos latitudes, comme nous l'avons vu au début du paragraphe 2.1., un piquet vertical ne saurait convenir. Pourquoi ne pas essayer ailleurs, en d'autres points spécifiques du globe comme les pôles ? Comme il n'est pas possible de faire directement le relevé, on va à nouveau simuler la situation en faisant appel à la maquette (cf. figure 6).

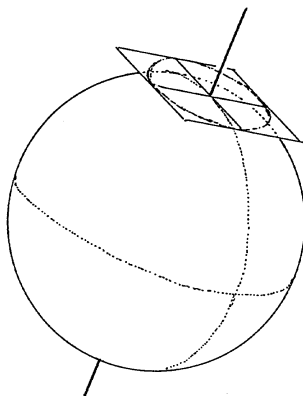


Figure 6 : Un cadran au pôle : le cadran équatorial.

En choisissant une position de la Terre autour du Soleil qui permette l'éclairement du pôle nord, les élèves vont constater que :

- le gnomon est toujours éclairé,

- son ombre tourne régulièrement de un tour en un jour,
- sur un jour, l'extrémité de l'ombre trace un cercle.

La conclusion est simple : au pôle nord, six mois de l'année, ou au pôle sud l'autre moitié de l'année, un piquet vertical et une graduation régulière de 24 rayons sur une table horizontale pourront servir d'appareil de mesure du temps. La durée mise par l'ombre pour parcourir un des secteurs angulaires correspond à l'heure solaire.

Les élèves réaliseront sans difficulté la graduation du cadran (cf. figure 7) : 24 rayons faisant entre eux un angle de 15 degrés ($360^\circ/24$). Ces angles successifs de 15 degrés peuvent se construire au compas :

- tracer, en s'aidant du compas, 2 diamètres perpendiculaires,
- tracer, en s'aidant du compas, 2 nouveaux diamètres à 45 degrés des deux précédents,
- tracer, au compas, les 24 secteurs angulaires de 15 degrés en reportant, à partir des 8 extrémités des diamètres, le rayon du cadran sur son cercle.

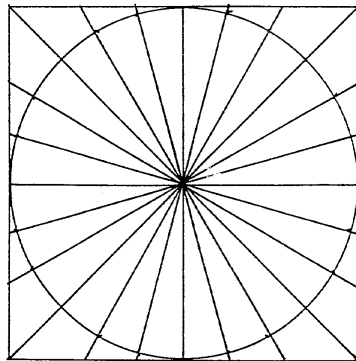


Figure 7 : Réalisation au compas d'un cadran solaire pour le pôle.

Remarque :

Avec un peu de perspicacité, les élèves détermineront le lieu exact de l'extrémité de l'ombre du gnomon : tant que le pôle est éclairé, c'est une espèce de spirale qui s'enroule insensiblement en se rapprochant du pôle jusqu'au 21 juin et qui s'en éloigne peu à peu à partir de cette date.

2.3. Tracé sur la maquette des lignes horaires à partir d'un piquet vertical

Nous disposons **maintenant** d'un dispositif permettant de faire tourner le globe de la maquette heure par heure à l'heure solaire. Ce dispositif nous faisait défaut au paragraphe 2.1. Nous pouvons y repérer les extrémités de l'ombre d'un piquet vertical aux diverses heures solaires de la journée (grâce au cadran du pôle) et à divers moments de l'année - équinoxes et solstices - (en déplaçant le globe sur sa trajectoire). La figure 8 donne un exemple de tels relevés. Nous constatons que :

les ombres d'une **même heure solaire**, à divers moments de l'année n'ont pas la même direction sauf à midi, direction nord-sud (sur la figure 2, ce sont les ombres d'une même heure légale qui n'ont pas la même direction).

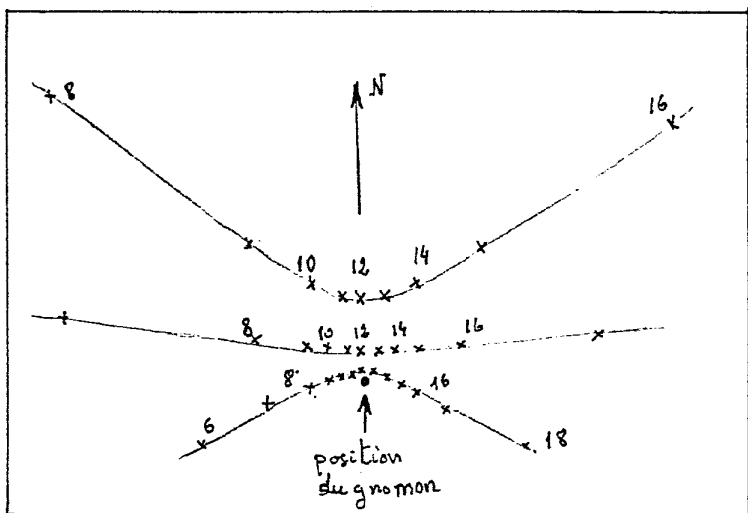


Figure 8 : Courbes obtenues par simulation sur une maquette.

La courbe du milieu de la figure 8 correspond aux positions des équinoxes n'est pas parfaitement linéaire. Nous admettrons que c'est lié aux difficultés d'avoir un plan tangent à la surface de la sphère au point où se trouve la punaise et d'avoir cette dernière exactement perpendiculaire au globe.

3. CADRAN ÉQUATORIAL

Ailleurs qu'aux pôles, existe-t-il une solution ? Ne pourrait-on pas transférer ou plutôt translater le dispositif construit pour les pôles (cf. figure 9) ?

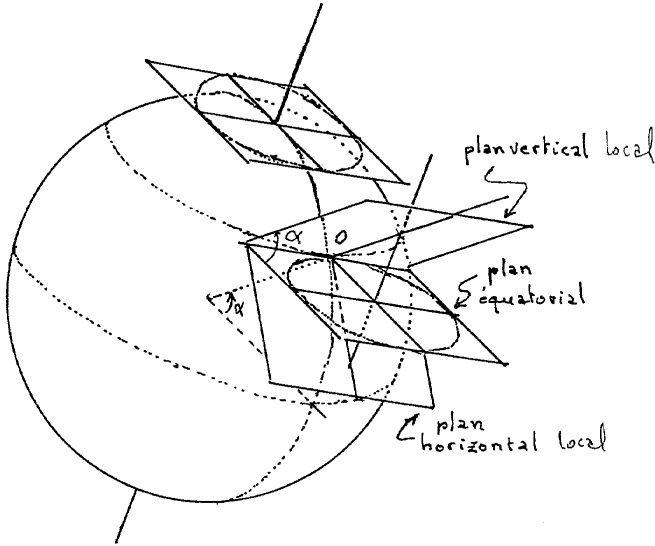


Figure 9 : Le cadran du pôle est translaté au lieu O. Les plans vertical et horizontal en O ont été ajoutés.

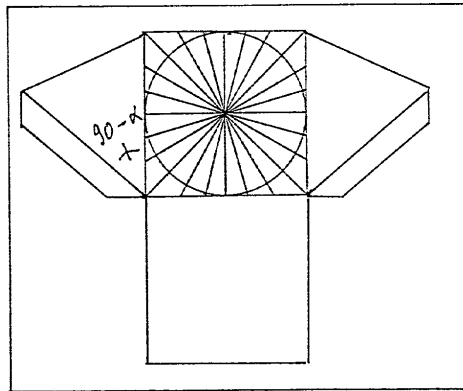


Figure 10 : Plan d'un cadran équatorial destiné à être posé sur un globe en un point de latitude $\alpha = 40^\circ$.

Nous allons encore utiliser la maquette pour modéliser la situation. Constatons d'abord que la table du cadran fait avec le plan horizontal un angle égal à $(90^\circ - \alpha)$, **α correspond à la latitude du lieu**. Nous pouvons construire un petit dispositif correspondant au cadran des pôles à la latitude que nous souhaitons (cf. figure 10). Fixons-le avec des épingles, du ruban adhésif ou de la «pâte-accroche» en veillant bien sûr au parallélisme des 2 plans (celui du pôle et son translaté au lieu étudié) et à leur orthogonalité à l'axe des pôles. Pour obtenir une ombre nette, prenons, pour simuler le Soleil, un projecteur de diapositives disposé à 2 ou 3 mètres.

L'ombre de style - quand elle existe - tourne en toute similitude avec celle du pôle. On peut garder les mêmes lignes horaires et on bâtit ainsi un **cadran solaire équatorial** dont la caractéristique est d'avoir un style parallèle à l'axe de la Terre et une table perpendiculaire à ce style avec des lignes horaires concentriques faisant entre elles des angles de 15° .

Nous pouvons envisager la construction d'un cadran réel pour le lieu où nous nous situons. Il possèdera toutes les caractéristiques du cadran miniature construit pour la maquette.

Plusieurs méthodes permettent de déterminer le méridien du lieu :

- celle rencontrée au paragraphe 2.1., figure 3, à partir de l'ombre la plus courte,
- celle déterminant le plan vertical contenant l'étoile polaire avec une lunette astronomique,
- et plus simplement par recherche du nord magnétique avec une boussole. Dans ce dernier cas l'approximation introduite par confusion des nords géographique et magnétique peut être considérée comme négligeable. En tenant compte de la correction due à la déclinaison magnétique, il faut tracer le nord géographique à $- 3^\circ$ du nord magnétique, et, pour une plus grande précision encore, se rapporter aux indications données sur la carte d'état major au 1/25000.

La latitude du lieu est donnée soit par une carte au 1/25000 soit en mesurant l'angle que fait avec la verticale l'axe d'une lunette braquée sur l'étoile polaire.

Un tel cadran ne se rencontre guère : sous nos latitudes, il a pour inconvénients majeurs de se lire par dessus en été (le Soleil éclaire le pôle nord et donc le dessus du plan), par dessous en hiver (le Soleil éclaire le pôle sud et donc le dessous du plan) et d'être difficilement utilisable aux moments des équinoxes (le Soleil éclaire tangentielle-ment les deux pôles et donc le cadran par sa tranche). Quelques modifications simples permettent de remédier à ces inconvénients et d'obtenir des cadrans proches du cadran équatorial (cf. annexe 1).

4. CADRANS PLANS À ORIENTATION VERTICALE OU HORIZONTALE

Pour des raisons de commodité, on peut souhaiter avoir les tracés des lignes horaires sur un plan soit horizontal soit vertical soit incliné (ce dernier cas est étudié à l'annexe 2). Dans tous les cas, les constructions sont des descendantes du cadran équatorial :

- le style sera toujours parallèle à l'axe des pôles (peu importe sa longueur),
- les tracés des lignes horaires se déduiront de celles du cadran équatorial par projection.

Il n'y a plus aucune difficulté astronomique, le problème est purement mathématique et sera résolu ici par la géométrie descriptive.

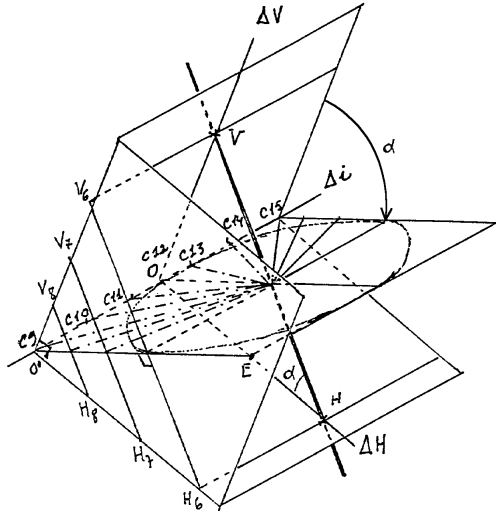


Figure 11

4.1. Cadran horizontal et cadrans verticaux plein-sud et plein-est (ou plein-ouest)

Dans la figure 9, prenons le cadran équatorial, le plan horizontal et le plan vertical plein-sud ; ajoutons lui le plan vertical plein-est. Nous devons les associer pour construire la maquette de la figure 11. Les trois cadrans correspondant aux trois plans vont se construire simultanément.

A priori, la recherche paraît complexe. Cependant, pour nous aider, nous disposons des 2 parties de cette maquette en cartoline : celle formant les 3 plans, et celle du cadran équatorial (cf. figure 12).

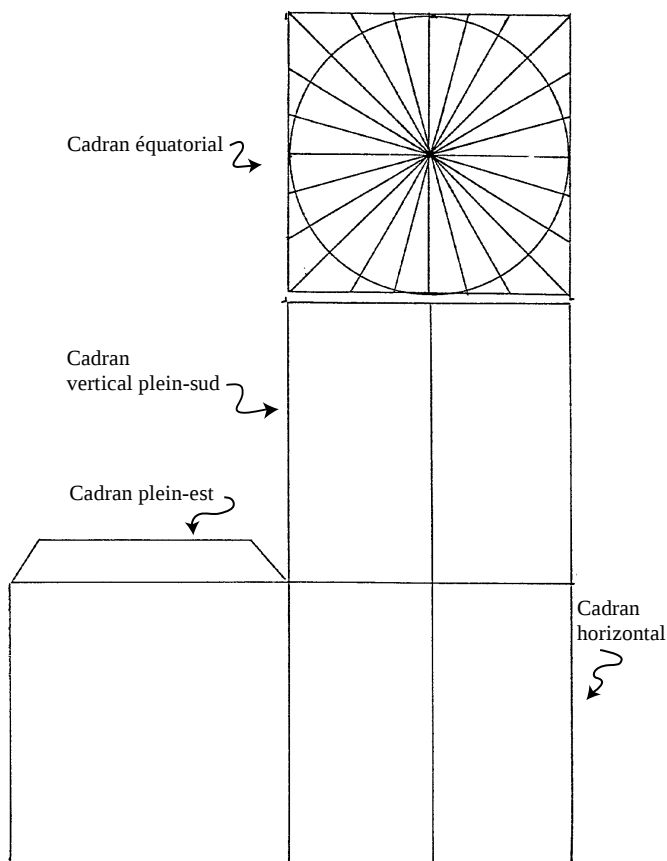


Figure 12 : Plan pour une maquette en cartoline.

En manipulant cette maquette, nous pouvons décomposer la situation en sous-problèmes :

- définir la position du cadran équatorial,
- connaître les points V et H, intersections du style avec les plans vertical et horizontal, et points extrêmes de l'ombre du style sur les 2 plans,
- déterminer les orientations des lignes horaires à partir de ces points.

4.1.1. Détermination de la position du cadran équatorial (figure 11)

L'angle α que fait le cadran équatorial avec la verticale est égal à la latitude du lieu (cf. le paragraphe 3.1. et la figure 9). Reportons cet angle sur la plan plein-est et traçons le segment O'E égal au diamètre du cadran équatorial (les résultats de cette construction se trouvent dans le cadran plein-est de la figure 15).

4.1.2. Détermination des points H et V (figure 11)

Construisons la médiatrice V6H6 de O'E. Elle correspond à la projection orthogonale du style et à la ligne horaire de 6 heures du cadran plein-est ; par projection de V6 et H6 respectivement sur Δv et Δh nous obtenons H et V.

Nous avons maintenant très exactement les points d'implantation du style sur les plans horizontal et vertical.

4.1.3. Comment obtenir les lignes horaires ? (figure 11)

Connaissant les points de départ des ombres du style, les orientations des lignes horaires seront connues quand on aura leurs directions. Il suffit **d'utiliser les intersections des lignes horaires du cadran équatorial avec les 3 plans, horizontal, vertical plein-sud et vertical plein-est.** Toutes ces intersections se trouvent soit en Δi soit sur O'E :

- Sur Δi , elles déterminent une série de points C9 en O', C10, C11, C12 en O, C13, C14, C15. En les reliant successivement avec H et V nous obtenons une première série de lignes horaires.
- Il manque encore quelques lignes horaires, celles des 7, 8 et 16, 17 heures. Déterminons les intersections des lignes horaires du cadran équatorial avec l'écran plein-est. Pour la détermination des

couples de points V7-H7, V8-H8 et les lignes horaires de 7 h et 8 h, nous procéderont comme nous l'avons fait pour le couple V6-H6 et la ligne horaire de 6 h. Par symétrie par rapport à Δh et ΔV nous obtenons V17, V18 et H17, H18.

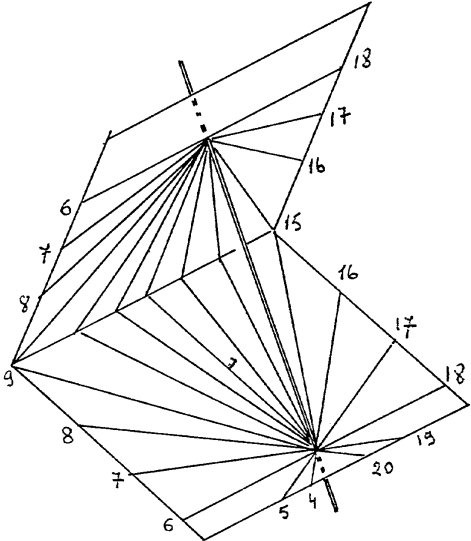


Figure 13

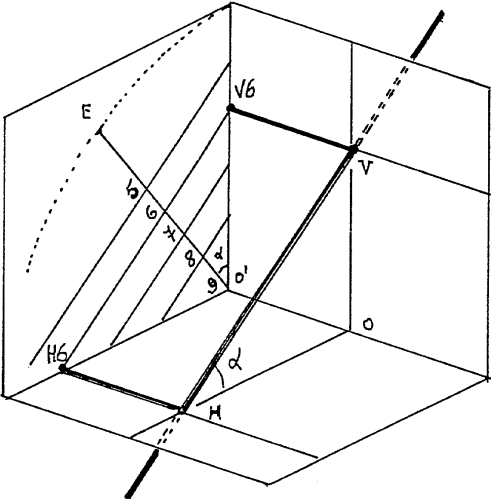


Figure 14 : Cadran plein est.

Nous avons ainsi obtenu le **cadran horizontal**, le **cadran vertical plein sud** (cf. figure 13) et le **cadran plein-est** (cf. figure 14). Le cadran plein ouest s'obtiendrait par une construction analogue à celle du cadran plein-est. Pour le cadran plein-est (ou plein-ouest) il faudra rajouter (cf. la figure 11) la ligne horaire de 5 h (ou 19 h) parallèle aux autres et symétrique de celle de 7 h (ou de 17 h) par rapport à celle de 6 h (ou de 18 h). Le style, maintenu par 2 supports sera exactement en HV.

4.1.4. Est-il possible de construire l'épure exacte de la maquette ?

Les cadrans ainsi obtenus sont des ébauches approximatives. La méthode de construction étant par contre bien arrêtée, une construction très précise s'impose. C'est dans cette construction géométrique que vos élèves devront faire preuve de beaucoup de soin et de rigueur, d'autant qu'elle est à la base de toutes les autres constructions qui suivent. En fait, il suffit de reprendre le plan de réalisation de la maquette et de le faire à plus grande échelle, en format A3 par exemple avec des carré de côté égal à 14 cm (cf. figure 15) :

- Seul le dessin de la moitié inférieure du cadran équatorial est indispensable pour construire l'épure des 3 cadrans.
- Dans le cadran plein est, portons l'angle α , latitude du lieu, puis O'E égal au diamètre du cadran équatorial ou au côté du carré pris comme base. La médiatrice de O'E, soit H6V'6, est la projection du style. Quand l'ensemble est monté dans l'espace, V6 et V'6 sont confondus : donc V'6 permet d'obtenir successivement V6 et V.
- Dans le cadran horizontal, la projection orthogonale de H6 sur l'axe de symétrie de la figure détermine H.
- Les points C10 à C14 sont les projetés orthogonaux sur OO' des points B10 à B14.
- En rapportant, au compas, sur O'E les distances prélevées sur le côté du carré du cadran équatorial, nous obtenons V'7, V'8, H7 et H8. Nous pouvons tracer les lignes horaires qui manquent.

Les élèves disposent ainsi d'une épure qu'ils pourront utiliser pour la construction du cadran solaire définitif. Ils pourront également coller cette épure sur de la cartoline et monter une maquette des cadrans solaires plein-sud et horizontal en y adjoignant un style. Ils disposeront alors d'une maquette de cadrans horizontal et vertical plein-sud en état de marche !

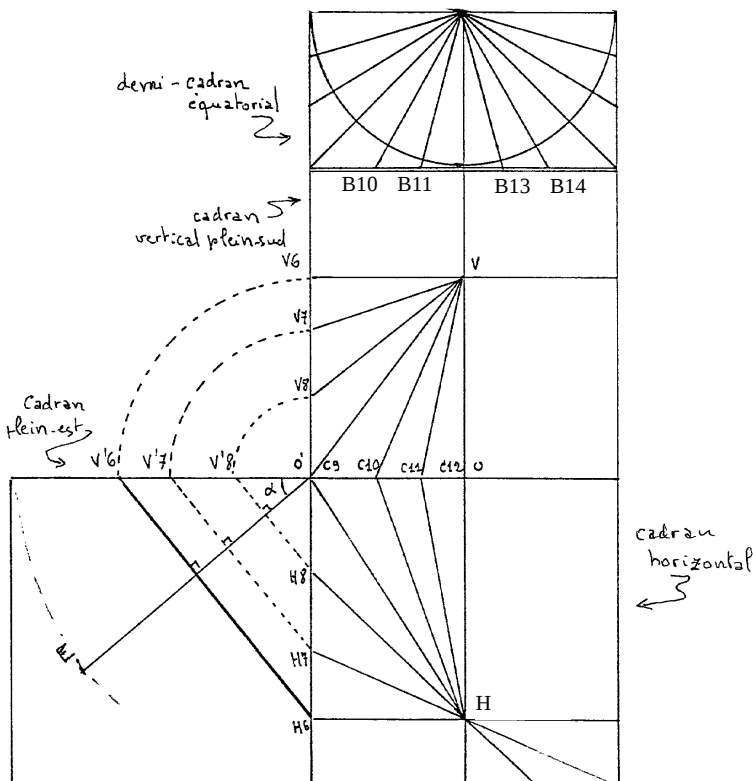


Figure 15 : Épure exacte des cadrans vertical plein-sud, vertical plein-est et horizontal.

Grâce à une photocopieuse qui réduit, par des passages successifs, nous obtenons une épure suffisamment petite pour construire une maquette utilisable avec un globe terrestre. La simulation sera d'autant plus intéressante qu'elle permettra de comparer les résultats avec ceux obtenus à partir d'un cadran équatorial placé au pôle.

4.2. Cas particulier du cadran plein nord

Est-il utopique de concevoir un cadran solaire plein nord ? Pourquoi pas ? Les courbes obtenues par simulation à la figure 8 montrent qu'à partir de l'équinoxe du printemps jusqu'à celui d'automne le Soleil se lève et se couche respectivement dans les secteurs

nord-est et nord-ouest. Son usage serait limité à quelques heures matin et soir en période estivale. Il se déduit du cadran vertical plein-sud (cf. figure 16) :

- poursuivre les projections des lignes horaires du cadran équatorial sur la partie supérieure avec en particulier les lignes horaires des 4, 5 heures et 18, 19 heures,
- la table du cadran plein nord est obtenue en prenant la table du cadran plein sud vue en transparence,
- le style, toujours dirigé vers l'étoile polaire, se «dresse» vers elle et pointe vers le ciel.

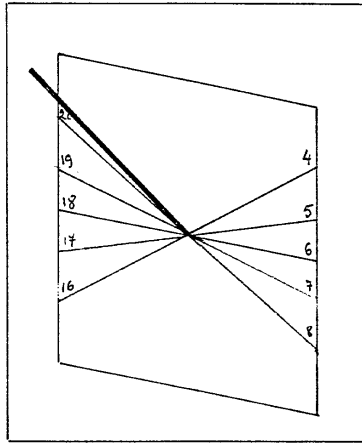


Figure 16 : Cadran plein-nord.

Remarques :

✱ Notons que le cadran plein-nord a des lignes horaires au dessus de l'horizontale des 6-18 heures et que les heures sont indiquées de 4 à 8 heures. Ces observations ne manquent pas de surprendre :

- au solstice d'été, le soleil éclaire le matin la façade nord d'une maison et il faut presque attendre 8 heures pour que le soleil éclaire la façade sud ;
- aux deux équinoxes, le soleil se lève très exactement à l'est à 6 heures ;
- les résultats sont symétriques le soir.

* Parallèlement, nous constatons qu'un cadran horizontal donne l'heure pendant la totalité d'éclairement du soleil : ainsi s'explique que sa table horaire est la plus complète.

4.3. Cadran vertical à orientation quelconque (cadran déclinant)

Sur certaines maisons dont la façade n'est pas exactement plein-sud, les propriétaires se sont contentés de maçonner, le cadran plein-sud orienté plein-sud. Le résultat est correct mais peu esthétique, la table du cadran faisant saillie sur le mur. Une solution plus élégante consiste à définir une nouvelle graduation spécifique de l'exposition du mur. L'orientation du mur se définit avec une boussole ; soit θ l'angle que fait la direction du sud avec une perpendiculaire au mur. Cet angle se retrouve entre la direction est-ouest et l'intersection du mur avec le plan horizontal. Cette orientation θ du mur ayant été mesurée, nous recherchons à simuler la situation à partir d'un dessin du mur en le complétant par les invariants (cf. figure 17).

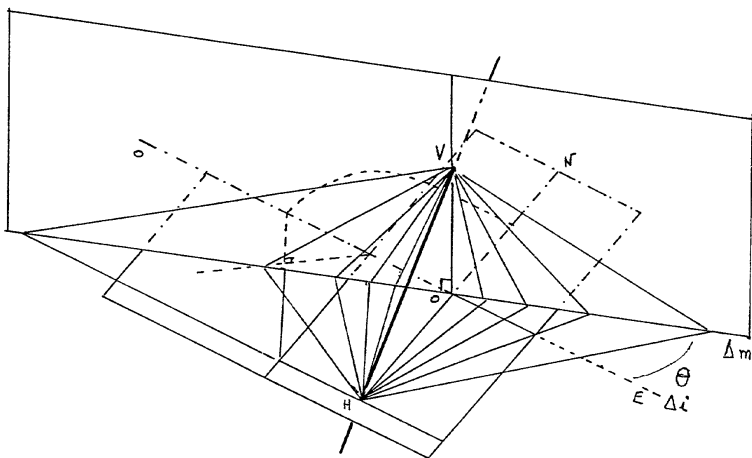


Figure 17 : Construction du cadran déclinant.

Disposons, passant par O, un plan vertical (le mur) correctement orienté, sur le cadran horizontal qui lui n'est pas modifié. Le style, lui non plus ne bouge pas : il garde toujours son orientation parallèle à l'axe de la Terre. Il suffit donc de rechercher les intersections des lignes horaires du cadran horizontal avec le mur et de les joindre à V. Le principe acquis, la réalisation de cette nouvelle épure est simple :

recouvrons l'épure précédente d'un papier calque (cf. figure 18). Le rabattement du point V, à la verticale de O, se trouve sur la perpendiculaire en O à Δm et à la même hauteur que précédemment. Pour terminer, relient ce point W aux intersections des lignes horaires du cadran horizontal avec le mur vertical. Attention, le style n'est plus dans un plan orthogonal au mur, il est toujours dans le plan méridien du lieu.

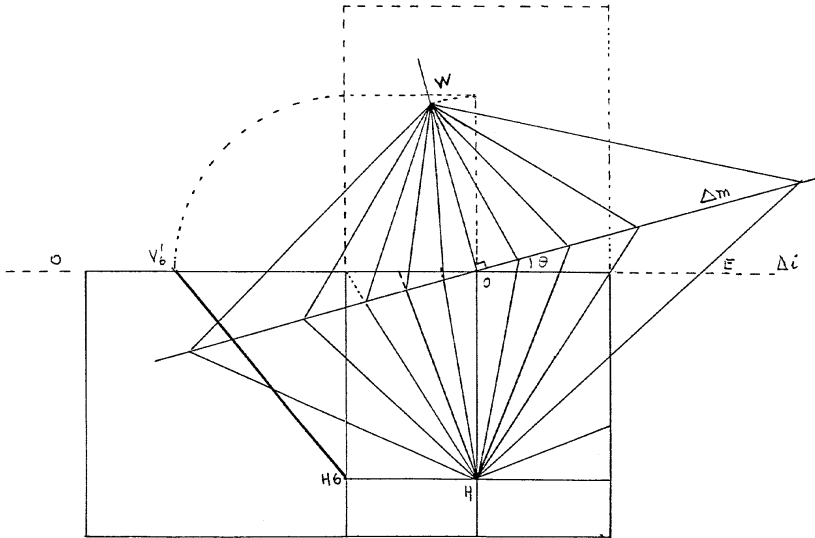


Figure 18 : Épure pour un cadran déclinant.

Remarque qui facilite la mise en place du style :

Dans la figure 18, en redressant le cadran vertical autour de l'axe Δm conservons la droite Δi qui dans le plan de rabattement fait un angle θ avec Δm . Elle donne la direction de ce que les spécialistes appellent l'**équinoxiale**, «courbe décrite dans l'ombre de l'extrémité du style ou d'un point du style, le jour des équinoxes» ; cet arc de déclinaison* particulier est une ligne droite perpendiculaire à la sous-style**.

* **Arc de déclinaison** : c'est l'arc que décrit l'ombre de l'extrémité ou d'un point du style au cours d'une journée.

** **Sous-style** : c'est la projection orthogonale du style sur le plan du cadran.

L'équinoxiale est souvent dessinée sur les cadrans verticaux déclinants. Cette droite qui coupe les lignes horaires surprend. La connaissance de sa direction facilite la mise en place du style :

- le style se trouve ainsi dans le plan passant par «V» perpendiculaire au mur et perpendiculaire à la direction de l'équinoxiale,
- le style fait, en V, un angle avec la verticale égal à $(90^\circ - \alpha)$, α étant la latitude du lieu.

Dans le cadran plein-sud, l'équinoxiale existe ; elle est alors horizontale, aussi y figure-t-elle rarement.

5. CONCLUSION

5.1. Situation du cadran dans l'histoire des sciences

Comme dans toute étude d'un objet technique, une recherche bibliographique permet de situer le cadran dans l'histoire des sciences : sa naissance, son épanouissement et son déclin. Son origine exacte ne semble pas être connue. Il était utilisé dans l'Égypte ancienne. Est-ce une création empirique ? Comment a-t-on pris conscience que le style devrait-être dirigé vers l'étoile polaire ? La proximité de l'équateur a-t-elle facilité les choses (le cadran vertical plein sud se confond avec le cadran équatorial, le style est horizontal et la graduation régulière) ? Pourquoi est-il tombé en désuétude ? Était-il connu d'autres civilisations anciennes (indienne, chinoise, colombienne) ?

5.2. Des cadrans, pour quel public ?

Faire faire un cadran solaire vertical ou horizontal à des élèves du primaire serait prématuré : les notions mobilisées sont loin d'être acquises. Par contre, quand ils auront assimilé la sphéricité de la Terre et sa rotation, l'étude du piquet polaire et du cadran équatorial sont peut-être possibles.

Et pour des élèves du collège ? Ces constructions sont très accessibles et la construction d'un plan type caractéristique pour un lieu donné permettra de tracer simplement un cadran vertical adapté à chaque orientation spécifique de chaque mur de toute maison de ce lieu.

5.3. Pour quelles connaissances ?

Indirectement les élèves feront une plongée dans l'astronomie et plus particulièrement dans la connaissance de notre système solaire. Ils

seront obligés de développer une certaine vision de l'espace, de concevoir des mouvements dans un référentiel, de changer de référentiel. Ils modéliseront en simulant sur une maquette des situations difficiles à conceptualiser. Ils visualiseront des figures dans l'espace, ils sauront que, sous nos latitudes, un piquet vertical ne peut convenir mais qu'un cadran solaire se déduit d'un piquet vertical planté aux pôles, ils mettront en application les règles de constructions géométriques, ils découvriront la géométrie descriptive. Si vous allez jusqu'au bout du projet, ils auront l'occasion de réaliser un «produit fini», opérationnel, en ayant maîtrisé tous les stades : compréhension, conception, recherche d'un marché, financement, fabrication, installation.

5.4. Mode d'activité

Les élèves n'inventeront pas tout. Mais il n'est pas question de faire construire un cadran solaire en leur donnant la suite des opérations à effectuer comme si c'était une recette de cuisine ! Il est évident que l'enjeu n'est pas là ! Cette activité pouvant se situer en club, nous disposons de temps. Aussi, à chaque étape, laissons les chercher et confronter leurs points de vue en essayant de leur donner des méthodes. La science est née de la recherche d'arguments pour convaincre, ce qui sous-entend un milieu où l'on puisse discuter, échanger, confronter. La méthode euristique s'impose ici.

5.5. Actions de modélisation

Le modèle fait partie de la panoplie du scientifique. Caractérisons le rapidement en reprenant la définition proposée par A.-M. DROUIN (1988) : c'est une construction de l'esprit, «un objet de substitution permettant de travailler sur autre chose que le réel» qui en le simplifiant permet de découvrir et rendre compte des phénomènes, de les mesurer, d'établir des prévisions.

Par exemple, la maquette Terre-Soleil n'est pas en soi un modèle. Pourtant, elle le devient quand nous l'utilisons **pour simuler la réalité et obtenir des résultats**, la courbe des extrémités de l'ombre du gnomon par exemple, ou encore l'étude du déplacement de l'ombre du gnomon au pôle nord. La maquette permet ici de simuler une situation difficile (ou trop longue) à réaliser dans la réalité. Mais nous ne sommes pas sûr qu'elle lui corresponde exactement. Nous avons supposé, sans certitude, qu'elle la suppléait au mieux. D'ailleurs, nous savons que la Terre n'est pas exactement sphérique, qu'elle ne tourne pas régulière-

ment tout au long de l'année, que sa trajectoire n'est pas un cercle, que l'axe des pôles ne passe pas exactement par l'étoile polaire...

Les élèves ont fait un dessin du mur ou du toit. Ils modélisent en considérant le toit comme un plan orienté dans l'espace. En utilisant la géométrie descriptive, ils se placent à un niveau supérieur, dans un formalisme plus élaboré permettant de résoudre des problèmes complexes et faire ainsi des prévisions, par exemple définir les caractéristiques du cadran pour qu'il soit opérationnel.

Le but final de tout ce travail, n'est pas tant de construire le cadran mais surtout de le comprendre. Pour y arriver, nous avons substitué à la réalité une image, un dessin, une figure géométrique. Leur réalisation n'est pas suffisante pour en faire un modèle tel que nous l'entendons, c'est-à-dire permettant de comprendre, expliquer, prévoir et créer des connaissances sur le système étudié. Un élève qui se contenterait de les construire en suivant pas à pas des instructions ne modéliserait absolument pas. Bien sûr, il obtiendra un résultat, le cadran solaire, mais sans avoir assimilé intellectuellement sa construction. C'est l'action intellectuelle même de recherche qui permet sa modélisation.

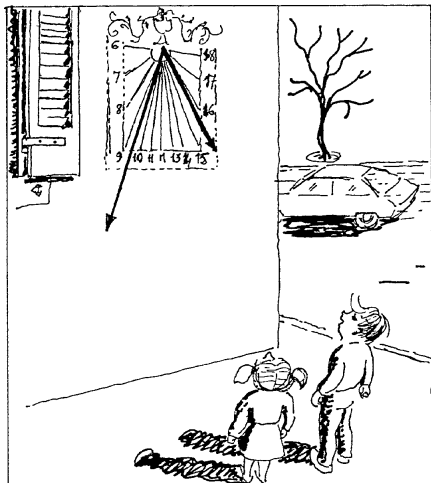
5.6. Esotérique, un cadran solaire ? Obsolète ?

C'est notre rôle d'aider les élèves à comprendre les choses et les phénomènes naturels qui nous entourent. Si ces constructions démystifient le cadran solaire, tant mieux ! Ce ne sera plus un objet esotérique compris d'un petit groupe d'initiés. Mais la connaissance de son fonctionnement l'intègre dans un ensemble plus vaste incluant le Soleil, la Terre avec son axe et sa révolution autour du Soleil. Cela devient un véritable instrument astronomique qui malgré son dépouillement extrême nous informe sur les mouvements relatifs de la Terre par rapport au Soleil (la connaissance de la position de la Terre autour du Soleil exigerait d'intégrer en plus, sur la table horaire, les arcs de déclinaison aux divers mois de l'année). A ce titre il perd le caractère obsolète qu'une observation superficielle aurait pu lui attribuer. C'est bien ce que nous rappelle Serres (1991) quand il dit «ce n'est ni une horloge ni une machine à compter le temps mais, c'est pour les grecs, une machine à observer le ciel, à se faire une représentation du ciel, c'est-à-dire un observatoire des sciences».

Nous disposons maintenant de tous les éléments pour convaincre les élèves de se transformer provisoirement en cadraniers et peut-être de leur donner envie de protéger les cadrans solaires encore existants.

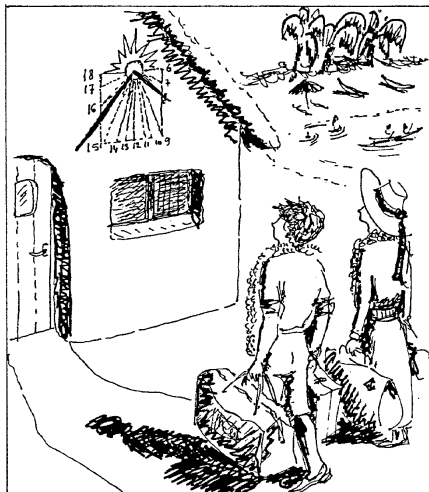
6. BIBLIOGRAPHIE

- J. APEL et C. PYTEL (1990) : «L'ombre domestiquée». Bonnefoy.
- Jean-Loup CANAL (1992) : «Mise en œuvre d'une situation de modélisation», mémoire DEA. LEMME, Université Paul Sabatier, Toulouse.
- Didier et Mathieu CARBONNEAUX (1983) : «La pratique de l'astronomie». Cedic.
- Anne-Marie DROUIN (1988) : Le modèle en questions. «Aster n° 7», p. 1-20. INRP.
- Claude GARINO (1989) : Les cadrans solaires : leur calcul et leur construction. «B.U.P.» n° 710, p. 35-68.
- J.-M. HOMET (1982) : «Les cadrans solaires». Masson.
- P. RICOU et J.-M. HOMET (1988) : «Cadrans du soleil». Jeanne Laffitte.
- Michel SERRES (1989) : Gnomon. «Éléments d'histoire des sciences», p. 63-99. Bordas.
- Michel SERRES (1991) : In «Tours du Monde, Tours du Ciel». Documentaire vidéo, France 3.

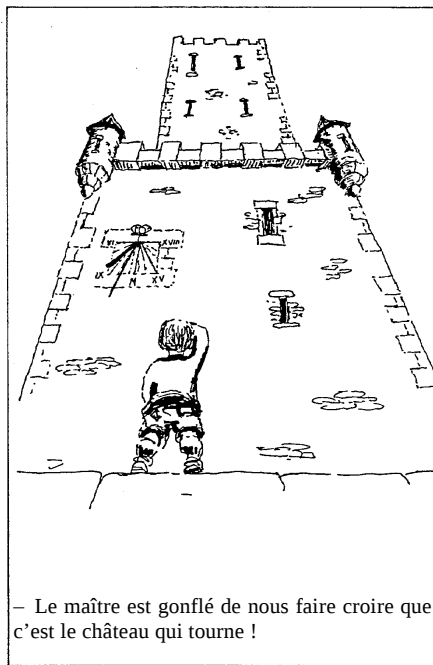


Tiens leur horloge ancienne est foutue :

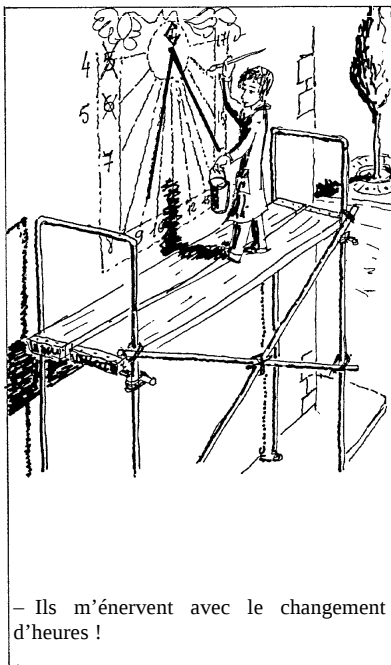
- elle a perdu ses poids,
- l'aiguille tordue est bloquée,
- et l'autre tourne dans l'autre sens !



- Dans l'hémisphère sud, c'est comme l'eau dans la baignoire, ça tourne dans l'autre sens !
- La Terre ?
- Non l'ombre !
- Le Soleil aussi alors ? Il ne se lève plus à l'Est ?



- Le maître est gonflé de nous faire croire que c'est le château qui tourne !



- Ils m'énervent avec le changement d'heures !

Annexe 1 :

Cadran hémisphérique et cadran polaire

Pour pallier les défauts du cadran équatorial, il suffit de modifier sa table tout en conservant très exactement son style et son orientation :

- en disposant une table hémicylindrique avec le style pour axe, c'est le **cadran hémicylindrique** (cf. figure 1),
- en disposant une table plane parallèle au style, perpendiculaire au méridien, c'est le **cadran polaire** (cf. figure 2),
- ou bien en projetant les graduations du cadran équatorial sur un support plan vertical ou horizontal comme nous l'avons vu au paragraphe 4.

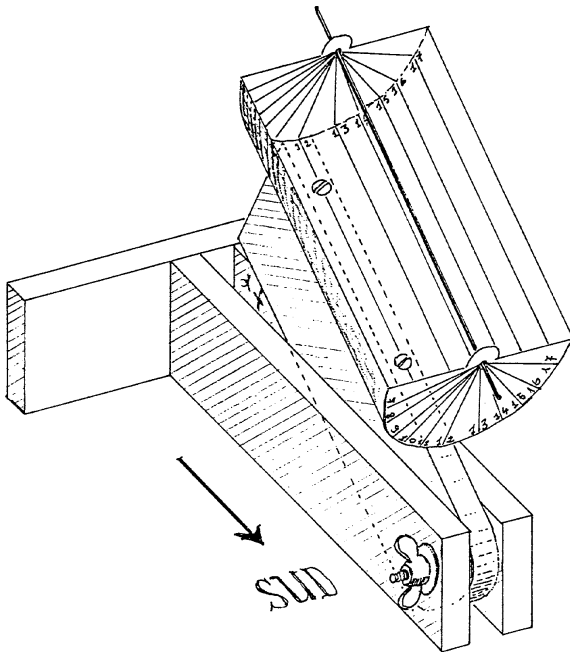


Figure 1 : Cadran hémicylindrique.

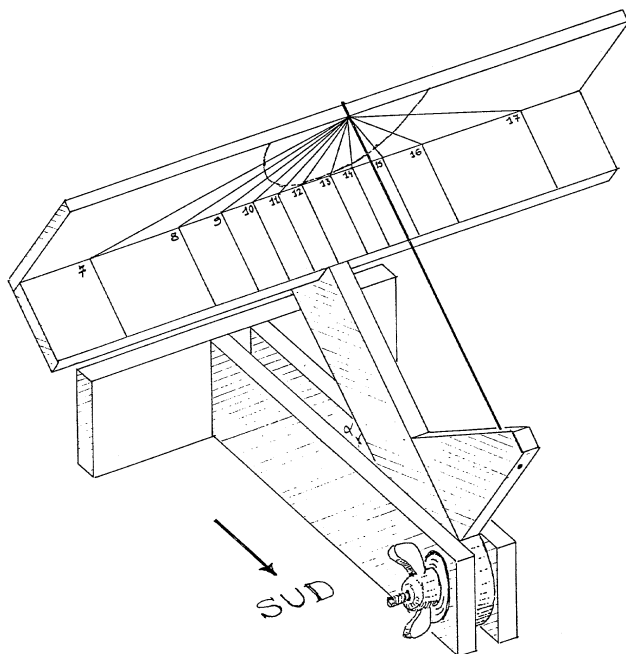


Figure 2 : Cadran polaire.

Les graduations des cadrans des deux figures ci-dessus ne posent guère de problème grâce au cadran équatorial qui leur est associé.

Pour les utiliser correctement, il faut bien sûr orienter le support dans la direction Nord-Sud et ensuite incliner le style d'un angle, par rapport à l'horizontale, égal à la latitude du lieu.

Ces deux types de cadran présentent l'inconvénient de ne pas être lisibles avant 6 heures et après 18 heures, ces deux limites étant mêmes largement exclues pour le cadran polaire : à ces heures là, les ombres sont à l'infini.

Annexe 2 :

Cadran plan sur support incliné

1. CADRAN SUR UN SUPPORT INCLINÉ PLEIN-SUD

Difficile pour des élèves de collège, la construction reste encore simple. Il faut trouver le point M, implantation du style sur le toit (cf. figure 3). Il se trouve :

- dans le méridien puisque le toit est exposé plein sud ; donc, dans le rabattement du toit sur le plan, il se situera sur la perpendiculaire ON à Δi ;
- il est sur le toit de pente β , mais aussi sur le style ; donc dans le plan plein-est rabattu (cf. figure 4), prolongeons la trace du style H6V'6 et traçons la pente du toit, O'T'.

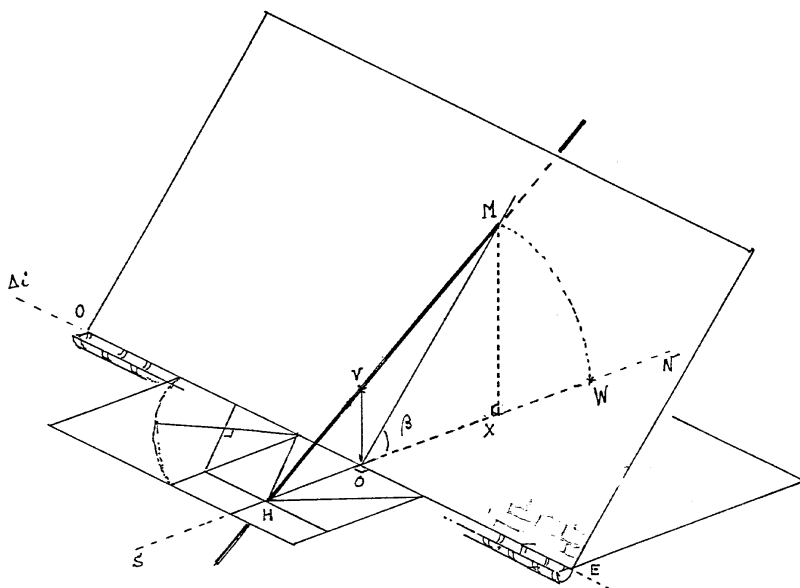


Figure 3 : Cadran implanté sur un toit plein sud.

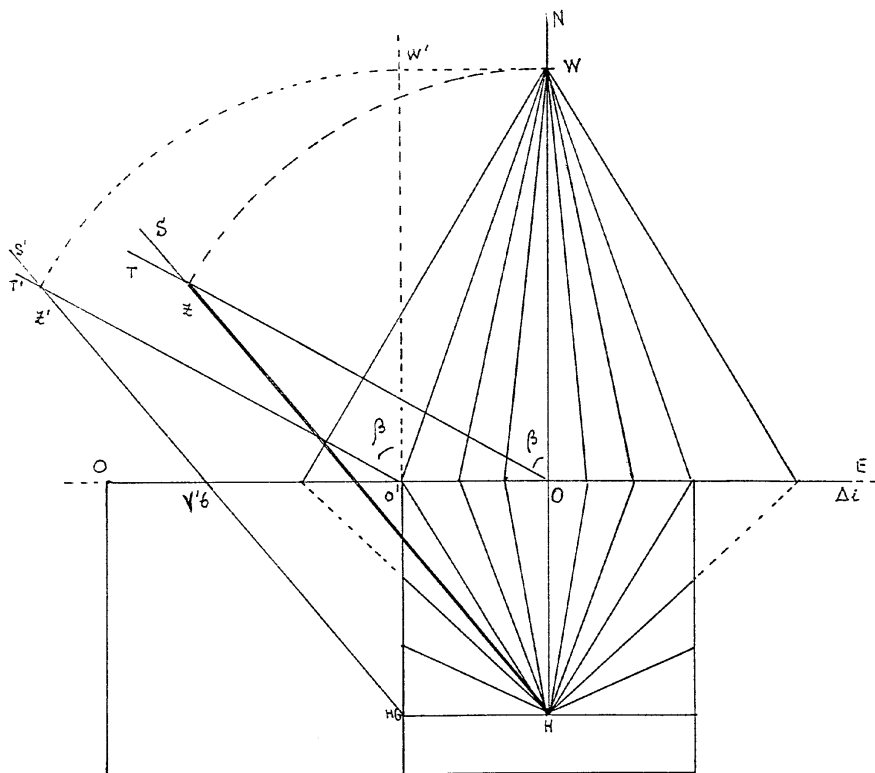


Figure 4 : Épure d'un cadran implanté sur un toit plein sud.

Nous avons la trace Z' de M sur le plein-est. Il nous suffit de le ramener par rabattement du toit sur le plan horizontal : arc de cercle de centre O' et de rayon $O'Z'$ jusqu'à son intersection W' avec la droite $H'O'$; en projetant ce point sur ON , nous obtenons le point W cherché. L'essentiel est fait : pour obtenir les lignes horaires sur le toit, il faut relier ce point W aux intersections du toit avec les lignes horaires du cadran horizontal.

Autre manière de construire le point W :

Nous pouvons obtenir le rabattement du plan méridien sur le plan horizontal en faisant pivoter ce plan autour de ON . Nous pouvons tracer le rabattement du style HS parallèle à $H6V'6$ et celui de la pente du toit, OT ; à partir de l'intersection Z de ces 2 droites nous obtenons, par rotation de centre O et de rayon OZ , le point cherché W .

Remarque :

Le faisceau de lignes horaires issu de W diverge ici vers le bas ; il peut diverger vers le haut si la pente β du toit, a une valeur inférieure à α . La construction sera identique mais l'intersection M du plan de la toiture et du style se fera sous le plan horizontal (cf. figure 3).

2. CADRAN SUR UN SUPPORT INCLINÉ QUELCONQUE

M, le point d'implantation du style sur le toit, se trouve (cf. figure 5) :

- sur le style,
- sur le toit et plus exactement sur la droite OR, intersection du méridien avec le toit.

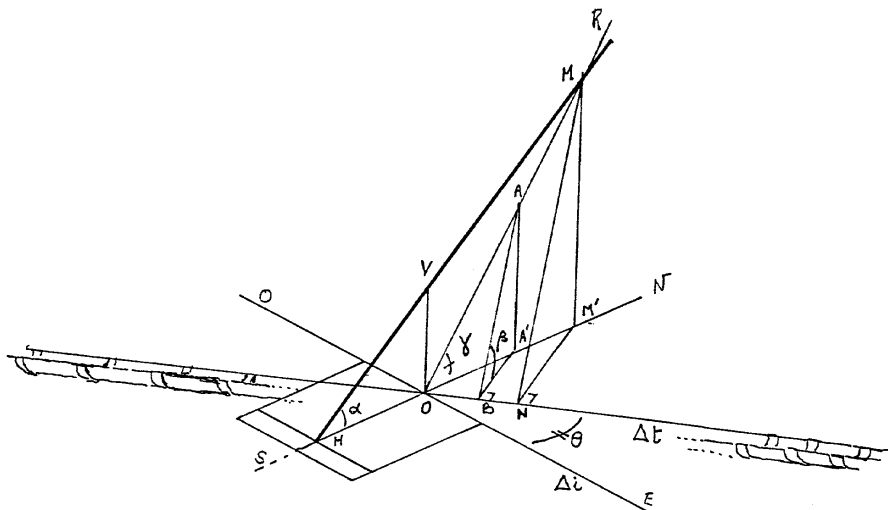


Figure 5 : Cadran sur un support incliné quelconque.

2.1. Recherche du tracé de l'épure du plan méridien

La difficulté sera de déterminer l'angle γ que fait la droite OR avec le plan horizontal ! Prenons un point quelconque A de OR. Soit A' sa projection sur le plan horizontal. La connaissance de OA' et AA' permettrait de déterminer l'angle γ cherché. Traçons la ligne de plus grande pente passant par A : soit B son intersection avec le bord du toit Δt . L'angle ABA' est égal à la pente du toit, β , connue par hypothèse.

