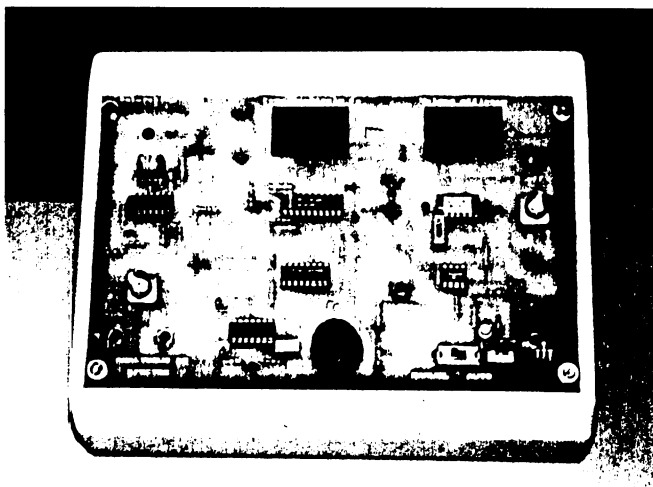


Analyseur de spectre basse-fréquence

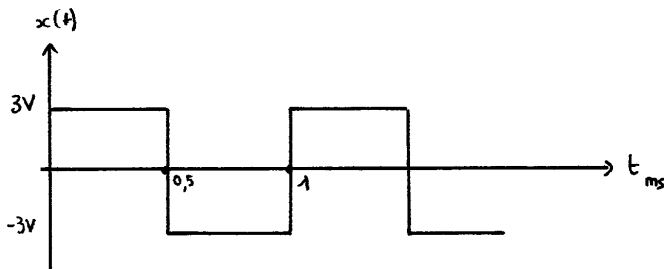
par Jean-Philippe MULLER
68400 Riedisheim



1. QU'EST-CE QU'UN ANALYSEUR DE SPECTRE ?

Tous les signaux sont constitués de composantes de fréquences et d'amplitudes variées. Un oscilloscope permet d'observer l'allure temporelle du signal. L'analyseur de spectre permet de connaître les fréquences et les amplitudes des différentes composantes de ce signal.

Prenons l'exemple simple d'un signal carré de fréquence 1 kHz :

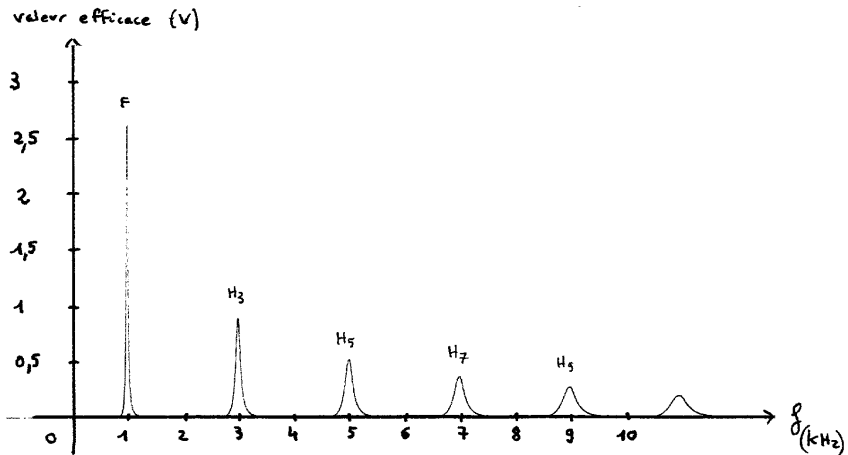


C'est un signal périodique, et sa décomposition en série de Fourier est la suivante :

$$x(t) = 3,8.\sin(\omega t) + 1,27.\sin(3\omega t) + 0,76.\sin(5\omega t) + 0,54.\sin(7\omega t) + \dots$$

Elle montre que ce signal carré contient une infinité de composantes sinusoïdales aux fréquences 1 kHz, 3 kHz, 5 kHz etc. d'amplitude 3,8 V, 1,27 V, 0,76 V etc. et donc de valeurs efficaces 2,7 V, 0,9 V, 0,54 V...

Voici le spectre de ce signal enregistré à l'aide de l'analyseur de spectre :



L'intérêt de l'analyseur de spectre est qu'il permet d'analyser aussi un signal de forme quelconque, pour lequel on ne sait pas calculer la décomposition en série de Fourier.

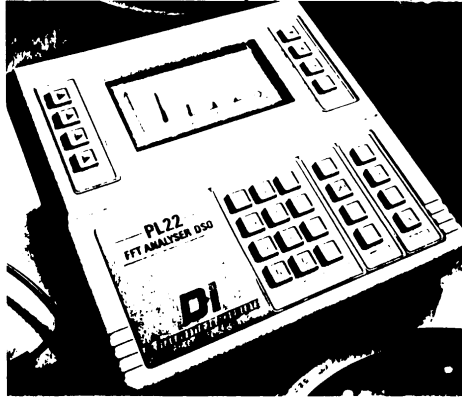
Ce type d'appareil a des utilisations extrêmement variées dans beaucoup de domaines, et les différents modèles couvrent une gamme de fréquences très large puisqu'elle va du continu à plus de 100 GHz.

Voici quelques exemples d'utilisation parmi beaucoup d'autres :

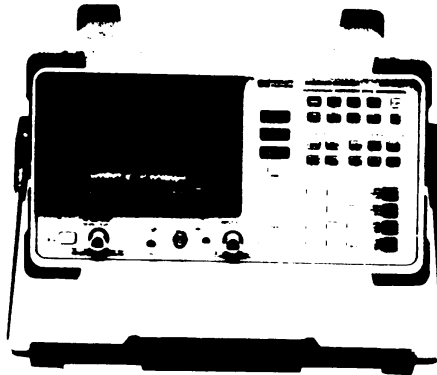
- analyseur du signal issu d'un capteur installé sur un moteur pour détecter des vibrations provenant de l'usure des pièces,
- examen de la pureté du signal issu d'un oscillateur,

- mesure des distorsions harmonique et d'intermodulation d'un amplificateur,
- analyse des signaux modulés en amplitude et en fréquence, mesure de taux de modulation,
- analyse de signaux dans le domaine biomédical : ECG, EEG...
- etc.

Voici deux exemples d'analyseurs de spectre du commerce aux nombreuses possibilités :



Analyseur Kontron
du contenu à 100 kHz
prix : environ 40 kF



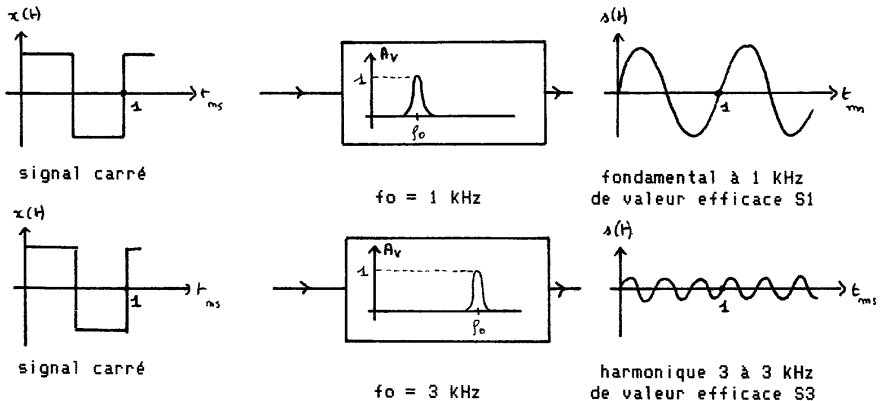
Analyseur Hewlett-Packard
du contenu à 1,8 GHz
prix : environ 100 kF

La maquette d'analyseur de spectre présentée dans les pages suivantes est beaucoup plus modeste que ces réalisations commerciales, mais permet de familiariser nos élèves avec cette notion de spectre en rendant possibles de nombreuses manipulations dont on trouvera quelques exemples plus loin.

2. PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT

Le cœur de cette maquette est un filtre sélectif de gain unitaire dont la fréquence centrale f_0 est variable de 0 à 10 kHz. A l'aide de ce filtre, on peut analyser tout signal et isoler les différentes constituantes de son spectre en fréquence.

Voici par exemple l'analyse d'un signal carré à 1 kHz :



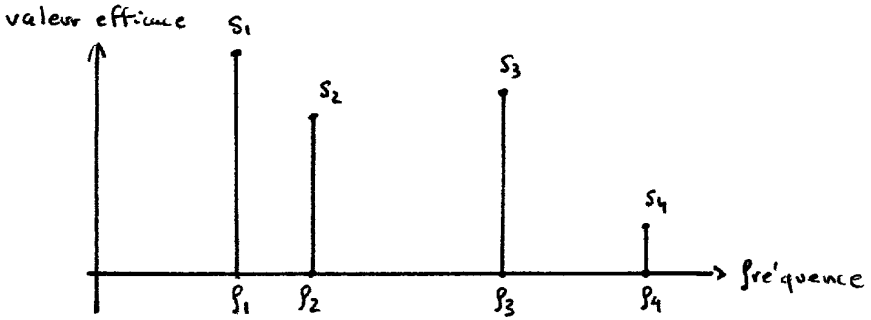
La maquette est munie de 2 afficheurs à 3 1/2 digits qui indiquent en clair :

- la fréquence centrale f_0 en kHz,
- la valeur efficace S du signal en sortie du filtre.

Le balayage en fréquence peut se faire :

- manuellement à l'aide d'un potentiomètre,
- automatiquement grâce à un générateur de rampe incorporé.

Pour relever un spectre manuellement, il suffit donc de relever les fréquences et les valeurs efficaces des différentes raies en sortie du filtre :



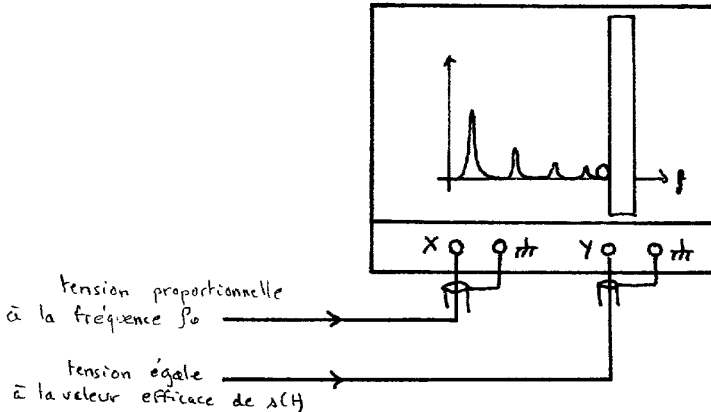
Dans le cas du balayage automatique, l'analyseur est muni de deux sorties en tension X et Y qui permettent un enregistrement direct du spectre sur table traçante :

- sortie X : tension proportionnelle à la fréquence f_0

$$X(t) = K \cdot f_0 \text{ avec } K = 1 \text{ V par kHz}$$

- sortie Y : tension égale à la valeur efficace du signal filtré

$$Y(t) = S$$



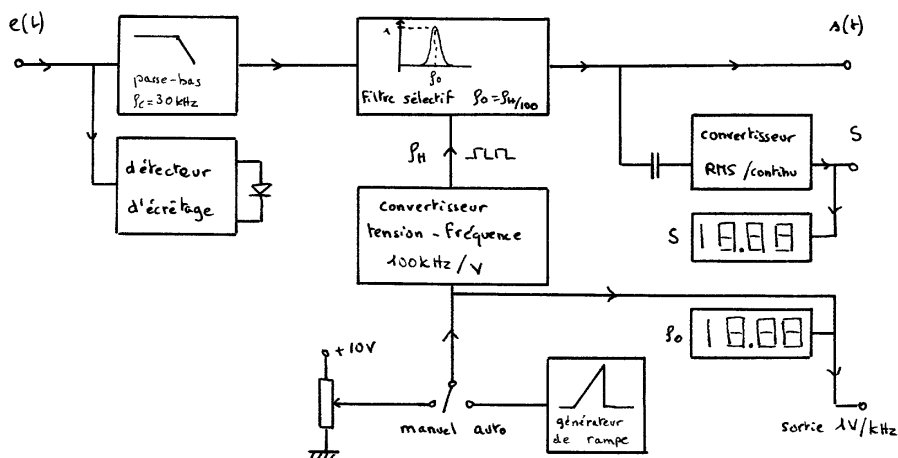
Les limites d'utilisation de l'analyseur sont :

- la plage d'analyse qui va du continu à 10 kHz,
- la plage de tension d'entrée : le signal doit être inférieur à 5 V.

Un dépassement de tension à l'entrée 5 Volts est sans risque pour l'analyseur, mais est indiqué par l'allumage d'une Led rouge. Ceci pour éviter un relevé de spectre qui serait erroné.

3. CARACTÉRISTIQUES TECHNIQUES

Le schéma fonctionnel de l'analyseur est le suivant :



Le filtre sélectif est construit autour d'un filtre à capacités commutées MF10. Son coefficient de qualité est de $Q = 50$ et sa fréquence centrale est commandée par une fréquence d'horloge f_h : $f_0 = f_h / 100$.

Cette fréquence d'horloge est générée par un convertisseur tension-fréquence AD650 qui est commandé soit par une tension continue issue d'un potentiomètre dans le cas du fonctionnement manuel, soit par une rampe pour le fonctionnement en mode automatique.

La relation entre tension de commande V et fréquence centrale f_0 est :

$$f_h = 10^5 \cdot V \quad f_0 = f_h / 100$$

d'où : $f_0 = 1000 \text{ V}$ soit : $f_0 = 1 \text{ kHz}$ pour $V = 1 \text{ V}$

Cette tension affichée sur un voltmètre hybride Datel DMH-30 indique donc la fréquence centrale du filtre en kHz.

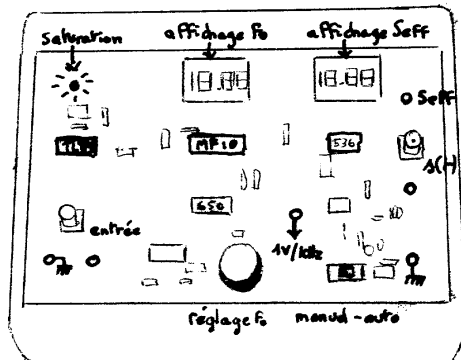
L'analyseur de spectre dispose de 2 sorties :

- une sortie $s(t)$ qui permet d'observer à l'oscilloscope le signal de sortie du filtre. Ce signal est sinusoïdal et passe par un maximum lorsque la fréquence centrale du filtre f_0 correspond à la fréquence du fondamental ou d'un des harmoniques du signal analysé ;
- une sortie continue S égale à la valeur efficace de $s(t)$, fournie par un convertisseur RMS/continu AD 536. La valeur de cette tension S est affichée sur un deuxième voltmètre. Cette conversion ne se fait plus pour $f_0 = 0$ et si on s'intéresse à la valeur moyenne du signal d'entrée, il faut la lire sur la sortie $s(t)$.

Le système est complété par un filtre d'entrée et un détecteur de niveau d'entrée indiquant si le signal dépasse 5 V, le circuit filtre MF10 n'acceptant pas des signaux d'amplitude plus élevée.

Les principales caractéristiques sont les suivantes :

- plage d'analyse : du continu à 10 kHz,
- plage de tension à l'entrée : -5 V , $+5\text{ V}$,
- résistance d'entrée : $R_e = 10\text{ k}\Omega$,
- tensions d'entrée à ne pas dépasser : -15 V , $+15\text{ V}$,
- précision sur l'affichage de f_0 : 1 %,
- précision sur l'affichage de S : 1 %,
- durée de balayage automatique : 50 s,
- entrées et sorties sur connecteurs BNC et bananes 4 mm,
- alimentation : 220 V, 50 Hz.

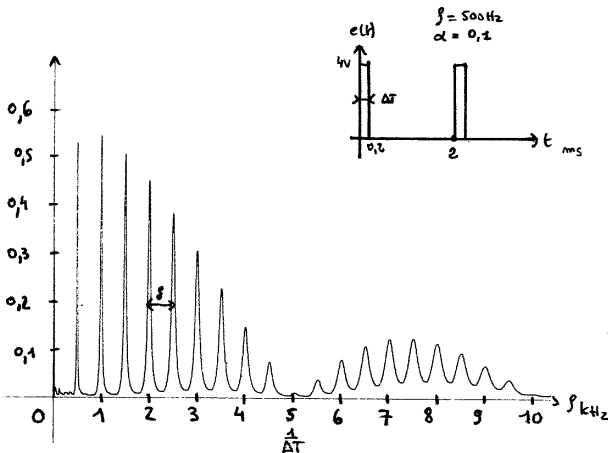
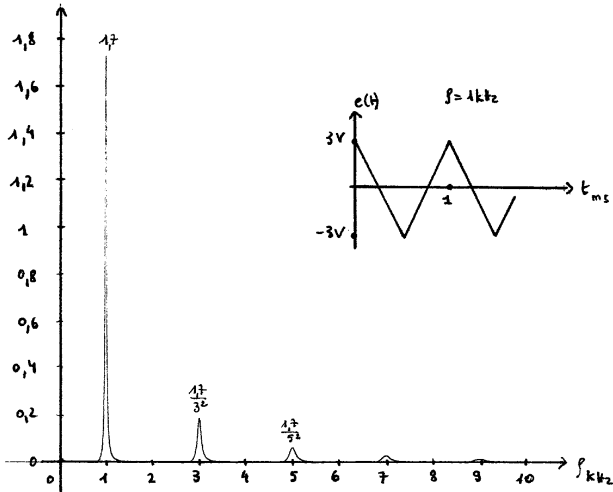


4. EXEMPLES DE RELEVÉS DE SPECTRES

4.1. Analyse de signaux périodiques

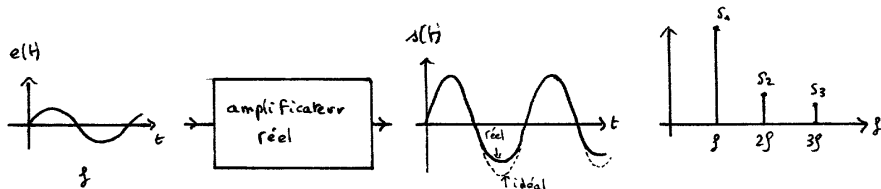
Cette analyseur permet évidemment de vérifier les décompositions en série de Fourier des signaux périodiques de forme simple.

Voici les spectres d'un signal triangulaire et d'un signal impulsionnel :



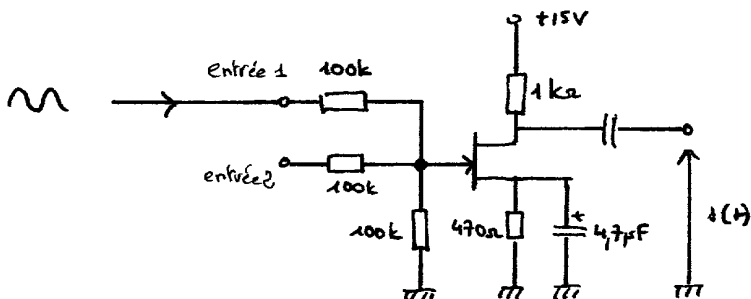
4.2. Distorsion harmonique

Lorsqu'un signal sinusoïdal est déformé quand il traverse un amplificateur, cela se traduit par l'apparition d'harmoniques.

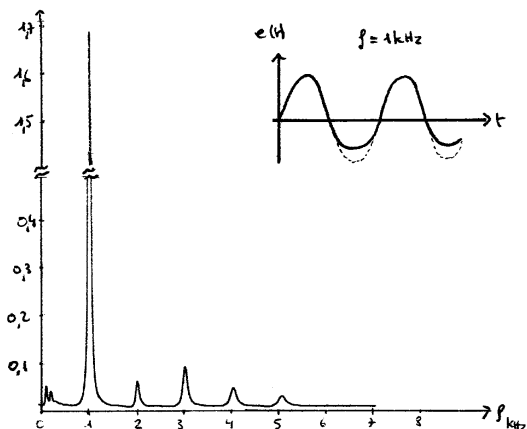


Le taux de distorsion s'écrit alors : $d = \frac{\sqrt{S_2^2 + S_3^2 + S_4^2 + \dots}}{S_1}$.

La distorsion peut-être celle d'un ampli à TEC par exemple :



Voici l'allure temporelle et le spectre d'un signal issu de l'ampli à TEC précédent :



$$\begin{aligned} * S_1 &= 1,7V \\ S_2 &= 0,07V \\ S_3 &= 0,1V \\ S_4 &= 0,05V \\ S_5 &= 0,03V \end{aligned}$$

$$* d = \frac{\sqrt{0,07^2 + 0,1^2 + 0,05^2 + 0,03^2}}{1,7} = 0,08$$

Le signal présente un taux de distorsion de 8%

Si l'amplificateur est parfait, la relation entre entrée et sortie est la suivante :

$$s(t) = A \cdot e(t)$$

S'il déforme le signal, cette relation est de la forme générale suivante :

$$s(t) = A \cdot e(t) + B \cdot e^2(t) + C \cdot e^3(t) + \dots$$

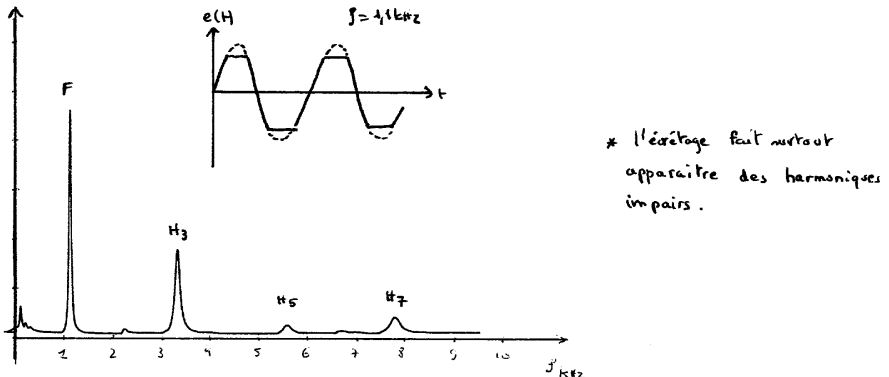
En prenant pour $e(t)$ un signal sinusoïdal $e(t) = E \cos(wt)$, on montre facilement que $s(t)$ contient des raies supplémentaires :

$$s(t) = A E \cos(wt) + B E^2 \cos^2(wt) + C E^3 \cos^3(wt) + \dots$$

$$= 0,5 B E^2 + E(A + 0,75 C E^2) \cos(wt) + 0,5 B E^2 \cos(2wt) + 0,25 C E^3 \cos(3wt) + \dots$$

Cette relation montre que toute non-linéarité génère des harmoniques. Ce phénomène, en général gênant, est toutefois mis à profit en hautes fréquences dans les doubleurs et tripleurs de fréquence.

L'écrtage d'un signal a des conséquences identiques. Voici le spectre d'un signal sinusoïdal écarté par un amplificateur opérationnel monté en inverseur :



4.3. Distorsion d'intermodulation

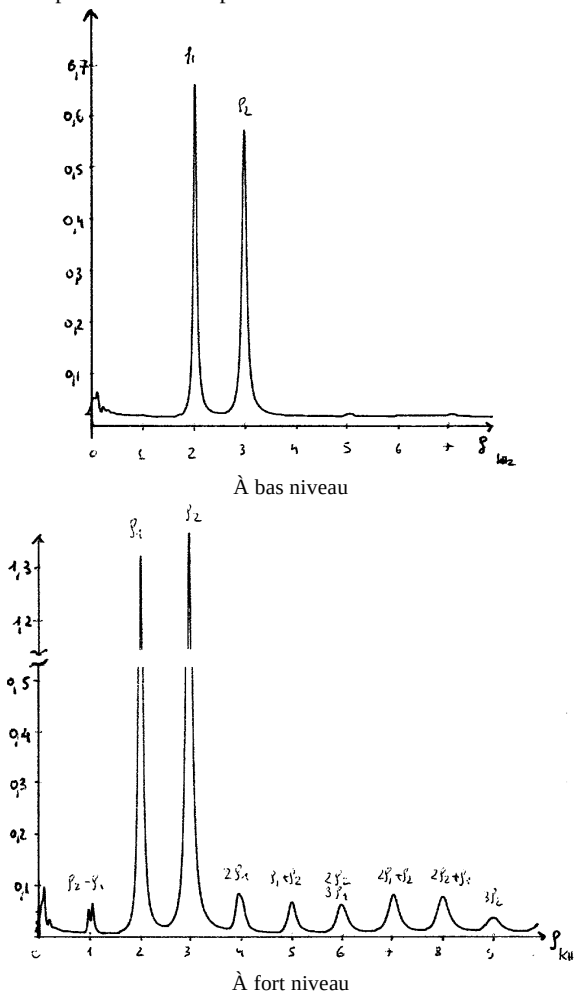
Si on applique à l'entrée de l'amplificateur à TEC précédent la somme de 2 signaux sinusoïdaux de fréquences f_1 et f_2 différentes, on

observe, en plus de l'apparition d'harmoniques, des raies nouvelles dont le fréquence f est de forme :

$$f = n \cdot f_1 \pm m \cdot f_2 \quad \text{avec } n \text{ et } m \text{ entiers}$$

Ce phénomène, comme le précédent, n'est visible que pour des signaux d'entrée d'amplitudes suffisamment élevées.

Voici 2 spectres relevés pour 2 niveaux différents :



Là encore ce phénomène, qui est gênant dans le cas d'un amplificateur, est largement utilisé en hautes fréquences dans les mélangeurs qui permettent de réaliser un changement de fréquence en jouant le même rôle qu'un multiplieur.

En effet si : $s(t) = A \cdot e(t) + B \cdot e^2(t) + \dots$

et si : $e(t) = e_1(t) + B \cdot e_2(t) + \dots$

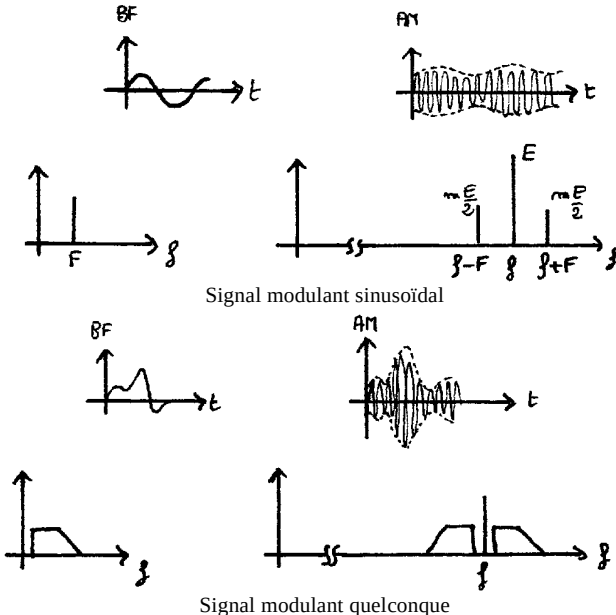
alors :

$$s(t) = A \cdot (e_1(t) + e_2(t)) + B \cdot (e_1^2(t) + 2 \cdot e_1(t) \cdot e_2(t) + e_2^2(t)) + \dots$$

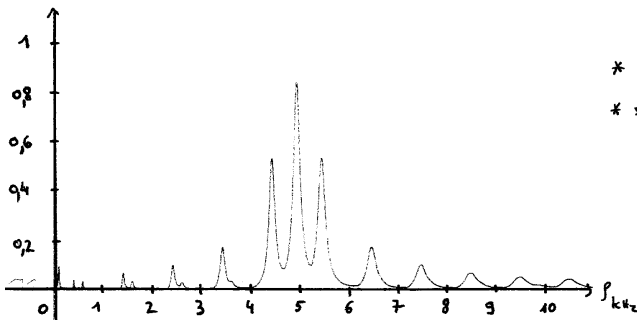
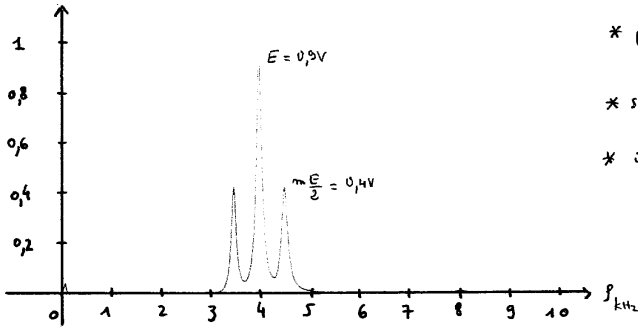
Il apparaît bien un terme de la forme $e_1(t) \cdot e_2(t)$, terme de produit, qui se traduit par l'apparition des fréquences somme $f_1 + f_2$ et différence $f_1 - f_2$.

4.4. Signaux modulés en amplitude

Le spectre d'un signal AM est constitué par une raie à la fréquence de la porteuse et de 2 bandes latérales symétriques par rapport à la porteuse et qui reproduisent l'allure du spectre signal modulant :



Voici 2 spectres de signaux AM relevés à l'analyseur :



4.5. Signaux modulés en fréquence

La fréquence instantanée d'un signal FM s'écrit :

$$f(t) = f_0 + k \cdot s(t)$$

Si le signal modulant est sinusoïdal : $s(t) = \cos(\Omega t)$, elle s'écrit :

$$f(t) = f_0 + K \cos(\Omega t) = f_0 + \Delta f \cdot \cos(\Omega t)$$

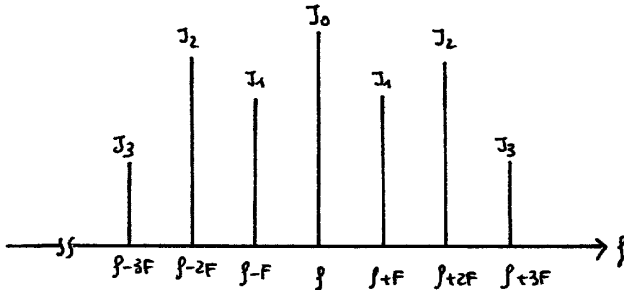
L'indice de modulation m vaut : $m = \Delta f / F$

Le spectre d'un signal FM est constitué, si le signal modulant est sinusoïdale de fréquence F , par un ensemble de raies symétriques par rapport à la fréquence de la porteuse f et distantes de F .

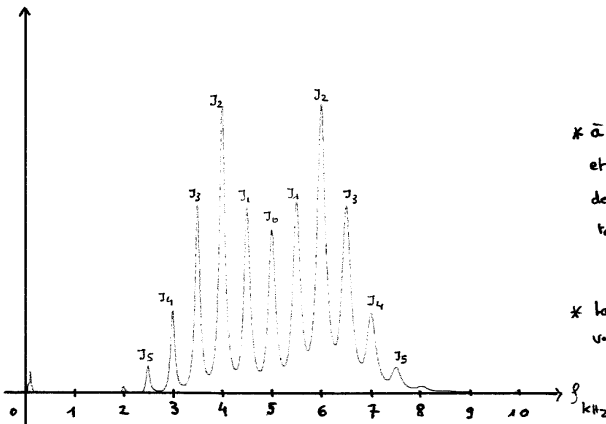
Les amplitudes des différentes raies dépendent de m et sont données par les fonctions de Bessel :

COEFFICIENTS DE BESSEL

$\begin{matrix} J \rightarrow \\ m \end{matrix}$	J_0	J_1	J_2	J_3	J_4	J_5	J_6	J_7
0,00	1,00	—	—	—	—	—	—	—
0,25	0,98	0,12	—	—	—	—	—	—
0,5	0,94	0,24	0,03	—	—	—	—	—
1,0	0,77	0,44	0,11	0,02	—	—	—	—
1,5	0,51	0,56	0,23	0,06	0,01	—	—	—
2,0	0,22	0,58	0,35	0,13	0,03	—	—	—
2,5	-0,05	0,50	0,45	0,22	0,07	0,02	—	—
3,0	0,26	0,34	0,49	0,31	0,13	0,04	0,01	—
4,0	-0,40	-0,07	0,36	0,43	0,28	0,13	0,05	0,02
5,0	-0,18	-0,33	0,05	0,36	0,39	0,26	0,13	0,05
6,0	0,15	-0,28	-0,24	0,11	0,36	0,36	0,25	0,13
7,0	0,30	0,00	-0,30	-0,17	0,16	0,35	0,34	0,23
8,0	0,17	0,23	-0,11	-0,29	-0,10	0,19	0,34	0,32
9,0	0,09	0,24	0,14	-0,18	-0,27	0,06	0,20	0,33
10,0	-0,25	0,04	0,25	0,06	0,22	0,23	-0,01	0,22
12,0	0,05	-0,22	-0,08	0,20	0,18	-0,07	-0,24	-0,17
15,0	-0,01	0,21	0,04	0,19	-0,12	0,13	0,21	0,03



Voici le spectre d'un signal FM dont la porteuse est à $f = 5 \text{ kHz}$ et la modulation à $F = 500 \text{ Hz}$:



* à l'aide du tableau ci-dessus, et en comparant les amplitudes des différentes raies, on trouve que :

$$m \approx 3 \text{ et } \Delta f = 3F = 1,5 \text{ kHz}$$

* la fréquence de la porteuse varie donc entre 3,5 kHz et 6,5 kHz

5. CONCLUSION

Cette maquette pédagogique d'analyseur de spectre, qui n'est pas autre chose qu'un filtre sélectif muni de quelques circuits accessoires est à l'usage bien acceptée par les élèves.

Nous l'introduisons de la manière suivante :

Manipulation 1

- on fixe $f_0 = 1$ kHz par exemple,
- on applique à l'entrée un signal sinusoïdal E de fréquence f variable,
- on relève S efficace en fonction de f ,
- on trace $Av = S/E$ en fonction de la fréquence.

Conclusion : le système est équivalent à un filtre sélectif dont la fréquence centrale f_0 est affichée. On peut recommencer la manip pour une autre valeur de la fréquence centrale f_0 .

Manipulation 2 :

- on relève les spectres de signaux simples : sinusoïde, carré, triangle, etc.
- on compare les amplitudes obtenues à celles données par la décomposition en série de Fourier.

Les élèves peuvent par la suite utiliser la maquette pour analyser tout signal dont le spectre se trouve dans la bande 0-10 kHz.

Une demi-douzaine de ces maquettes sont utilisées depuis plusieurs années en TF₂, TS₁ et TS₂ (El, Et et Cira), à l'entière satisfaction des collègues. Familiarisée ainsi la notion si importante de spectre, les élèves utilisent ensuite sans trop de difficultés l'analyseur basse-fréquence à FFT ou les analyseurs HF.

Je reste bien-sûr à la disposition des collègues qui désireraient avoir des renseignements complémentaires sur cette maquette à l'adresse ci-dessous :

MULLER Jean-Philippe
Association techno-assistance
Lycée Louis Armand - 3, boulevard des Nations
68093 MULHOUSE Cedex
Tél. : 89.42.67.88 poste 377

L'ensemble des composants nécessaires à la réalisation d'un analyseur et de son alimentation revient environ à 2000 F, ce qui n'est pas vraiment économique ! Mais nous avons recherché la simplicité de fabrication et le confort d'utilisation, ce qui nous a amené à utiliser des circuits assez performants (voltmètres intégrés, multiplieur, convertisseur RMS/continu, convertisseur tension/fréquence).

Cette maquette peut être fabriquée à la demande par notre technicien Monsieur Daniel JECKER et livrée prête à l'emploi au prix de 2500 F hors taxes sous réserve d'une augmentation toujours possible du prix des différents CI.

La fourniture du circuit imprimé seul peut également être envisagée.

Les circuits intégrés un peu particuliers se trouvent chez les fournisseurs suivants :

- pour les voltmètres intégrés DMH 30 PC 2 :
DATEL
Parc d'activités de Bois d'Arcy Nord
9, rue Michel Faraday
78180 MONTIGNY-LE-BRETONNEUX
Tél. : (1) 34.60.01.01
- pour les CI Analog Devices AD 536 AJD et AD 650 JN :
RS COMPOSANTS
Rue H. Becquerel
60031 BEAUVAIS
Tél. : 44.84.72.72
- pour le CI National Semiconductors MF10 :
CHOLET COMPOSANTS
1, rue du Coin
49300 CHOLET
Tél. : 41.62.36.70