

Circuit dérivateur - Circuit intégrateur

Théorie - Montages - Applications

par Daniel AUBERT
I.U.F.M. Aix-Marseille, Centre de Saint-Jérôme

INTRODUCTION

Ces circuits fondamentaux utilisant l'ampli opérationnel sont d'une grande simplicité, au moins dans leur principe. Leur réalisation utilisant un ampli opérationnel est facile.

Malheureusement, ils utilisent l'ampli dans des conditions telles que les imperfections vont rendre les schémas théoriques inutilisables. Pour les faire fonctionner correctement, on est amené à apporter des modifications qui sont souvent très mal justifiées dans les manuels.

Nous nous proposons ici d'analyser le fonctionnement des circuits, d'étudier les montages et de passer en revue les principales applications.

1. CIRCUIT DÉRIVATEUR

1.1. Analyse du circuit de base (Figure 1)

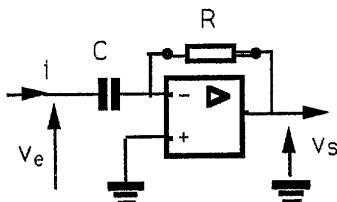


Figure 1

Le calcul le plus souvent trouvé utilise le modèle de l'ampli opérationnel idéal et néglige la résistance de source.

Il conduit à la relation : $i = C \frac{dV_e}{dt} = -\frac{V_s}{R}$, ce qui donne

$$V_s = -RC \frac{dV_e}{dt}.$$

On pourrait alors en déduire, de façon un peu hâtive, que la tension de sortie représente, à un facteur constant près, la dérivée par rapport au temps du signal d'entrée.

Ce modèle simpliste ne correspond pas à la réalité. On peut, sans calcul, prévoir l'importance de la résistance interne du générateur d'attaque : chaque discontinuité de la tension d'entrée exige de la part du générateur un courant intense : $i = C \frac{dV_e}{dt}$ est alors très important, et on peut dépasser le courant maximum que la source peut débiter. Ceci est particulièrement vrai en attaquant par des signaux rectangulaires.

Effectuons l'expérience

Au lieu d'observer en sortie des impulsions bipolaires fines, représentant la dérivée du signal d'entrée, on voit apparaître des trains d'oscillations amorties. Ce signal est la réponse du circuit à un échelon de tension : sous cette forme, il est peu stable.

Ce phénomène peut être complètement masqué par la résistance de sortie du générateur utilisé. Si cette résistance est de l'ordre de 600Ω (valeur courante) l'utilisateur ajoute, sans toujours s'en rendre compte, une résistance en série avec le condensateur et les oscillations disparaissent presque complètement.

Pour les observer, il faut attaquer à très basse impédance. Un générateur sortant sous 50Ω procure des conditions acceptables, mais on peut faire beaucoup mieux.

En régime rectangulaire, un signal d'attaque de quelques dizaines de mV suffit, et permet d'éviter la saturation de l'ampli. On peut alors faire débiter le générateur dans un diviseur potentiométrique (Figure 2).

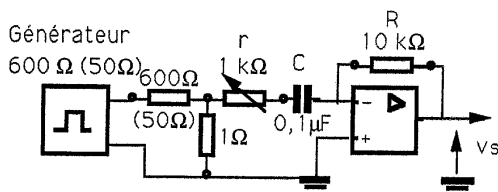


Figure 2

On ne peut plus parler de dérivateur : le montage ne délivre plus que des trains d'oscillations très faiblement amorties dont la période est proportionnelle au produit RC (planche 1a).

L'attaque en signaux triangulaires est intéressante : les oscillogrammes montrent un régime oscillant amorti suivi par un régime permanent rectangulaire symétrique qui représente la dérivée du signal d'entrée multipliée par le facteur $-RC$ (planche 1b).

Pour éteindre rapidement ce régime transitoire, il faut placer en série avec le condensateur une résistance r de l'ordre de $1\text{ k}\Omega$ qui joue le rôle d'un terme d'amortissement.

Il est nécessaire de reprendre les calculs de façon à expliciter la fonction du transfert du circuit.

Montage Dérivateur

$C = 4,7\text{ }\mu\text{F}$ - $R = 10\text{ k}\Omega$

Signal d'entrée
 20 mV c/c

Signal de sortie $r = 1\text{ }\Omega$

Signal de sortie $r = 30\text{ }\Omega$

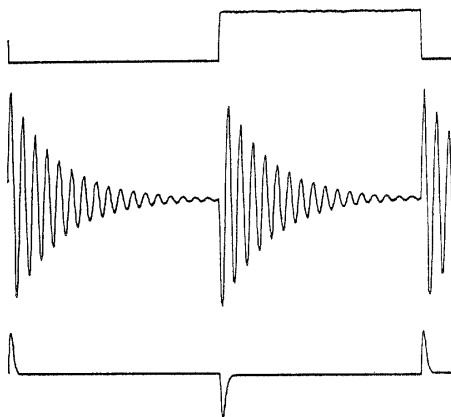


Planche 1a : Attaque en signaux rectangulaires.

Signal d'entrée $T = 8 \text{ ms}$; $\frac{\Delta V_e}{\Delta t} = 25 \text{ v/s}$
 100 mV c/c

$$RC \frac{\Delta V_e}{\Delta t} = 1,17 \text{ v}$$

Signal de sortie $r = 1 \Omega$

Signal de sortie $r = 30 \Omega$

$$V_s = 2,2 \text{ V C/C}$$

$$\frac{V_{scc}}{2} = 1,1 \text{ V} \approx 1,17 \text{ V}$$

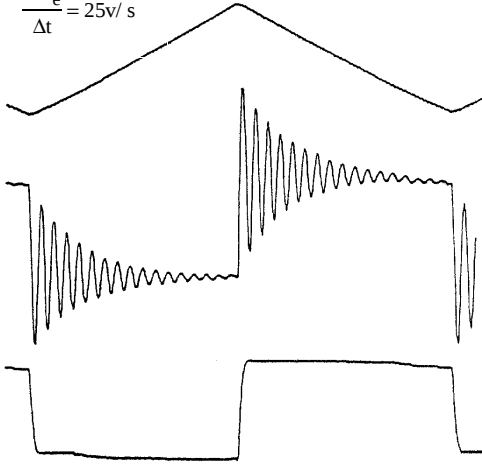


Planche 1b : Attaque en signaux triangulaires.

1.2. Analyse du dérivateur réel

Pour cette étude, on prendra en compte la résistance de source et la décroissance du gain en boucle ouverte avec la fréquence : le modèle idéal dont le gain est très grand à toutes les fréquences est donc abandonné. On négligera l'influence des grandeurs de décalage ainsi que les courants d'entrée.

Écrivons la relation entrée-sortie en régime linéaire sous la forme :
 $V_s(p) = A_v(p) \cdot [v_+(p) - v_-(p)]$, où $A_v(p)$, gain en boucle ouverte est donné par $A_v(p) = \frac{A_0}{1 + \tau p}$, A_0 est le gain en continu, τ le temps de montée de l'ampli en petits signaux, et p l'opérateur de dérivation en notation de Laplace. En régime sinusoïdal, $p = j\omega$ et la relation qui donne la variation de A_v avec la fréquence s'écrit : $A_v(j\omega) = \frac{A_0}{1 + j \frac{\omega}{\omega_0}}$,

où ω_0 est la pulsation pour laquelle le gain est divisé par $\sqrt{2}$;
 $\left(\omega_0 = \frac{1}{\tau} \right)$.

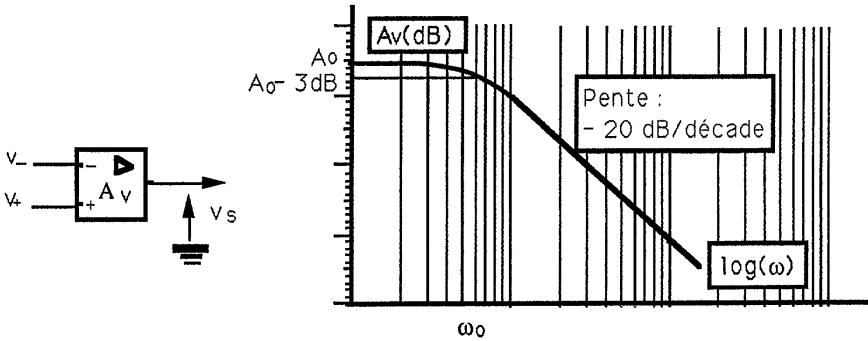


Figure 3

Le montage réel du dérivateur est alors le suivant :

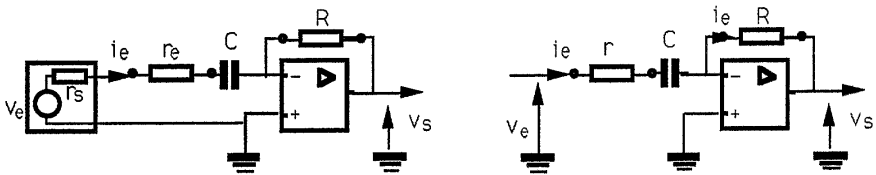


Figure 4

La résistance interne du générateur est r_s , r_e est la résistance d'attaque (Figure 4). Posons $r = r_s + r_e$.

Calculons le courant d'entrée :

$$i_e(p) = \frac{v_e(p) - v_-(p)}{r + \frac{1}{Cp}} = \frac{v_-(p) - v_s(p)}{R}$$

ou encore : $RCp \{V_e(p) - v_-(p)\} = \{v_-(p) - v_s(p)\} (1 + rCp)$.

On remplace v_- par sa valeur en fonction de v_s :

$$v_s(p) = A_v(p) \cdot \{v_+(p) - v_-(p)\} = -A_v \cdot v_-(p) = -v_-(p) \frac{A_0}{1 + \tau p}$$

La relation $v_s = f(v_e)$ peut alors être obtenue :

$$RCp v_e(p) = -v_s(p) \left[\left(1 + \frac{1}{A_0} \right) + \left(\frac{1}{A_0} + \frac{r}{RA_0} + \frac{\tau}{RCA_0} + \frac{r}{R} \right) RCp + \left(\frac{\tau RC}{A_0} + \frac{\tau C}{A_0} \right) p^2 \right]$$

A_0 étant très grand devant 1, (5.10^5 , pour un TL 081), la relation se simplifie et il vient :

$$RCp \cdot v_e(p) = -v_s(p) \left[1 + rCp + \frac{1}{A_0} \left(1 + \frac{r}{R} \right) \tau RCp^2 \right].$$

La fonction de transfert du montage est :

$$F(p) = - \frac{RCp}{1 + rCp + \frac{\tau RC}{A_0} \left(1 + \frac{r}{R} \right) p^2}$$

Posons $rC = 2 \frac{\xi}{\omega_0}$ et $\left(1 + \frac{r}{R} \right) \frac{\tau RC}{A_0} = \frac{1}{\Omega_0^2}$, ξ représentant l'amortissement et Ω_0 la pulsation propre du circuit.

$$\text{Il vient alors : } F(p) = \frac{v_s(p)}{v_e(p)} = - \frac{RCp}{1 + \left(\frac{2\xi}{\Omega_0} \right) p + \frac{p^2}{\Omega_0^2}}.$$

Rappelons que la fonction de transfert du dérivateur idéal s'écrit :

$\frac{v_s(p)}{v_e(p)} = -RCp$. Elle ne pourra être approchée de façon satisfaisante que dans la mesure où le dénominateur reste voisin de 1.

Écrivons ce résultat sous la forme d'une équation différentielle liant $v_e(t)$ à $v_s(t)$:

$$\frac{1}{\Omega_0^2} \cdot \frac{d^2 v_s(t)}{dt^2} + \frac{2\xi}{\Omega_0} \cdot \frac{dv_s(t)}{dt} + v_s(t) = -RC \frac{dv_e(t)}{dt}$$

La solution générale s'obtient en ajoutant :

– la solution particulière de l'équation avec second membre, qui représente le régime permanent : $v_{so} = -RC \cdot \frac{dv_e}{dt}$;

– la solution générale de l'équation sans second membre, qui représente le régime transitoire ; elle est de la forme :

$v_s(t) = A \cdot \exp(r_1 t) + B \cdot \exp(r_2 t)$, où r_1 et r_2 sont les racines de l'équation $\frac{r^2}{\Omega_0^2} + 2 \frac{\xi r}{\Omega_0} + 1 = 0$: $r_1 = \Omega_0 \left(-\xi + \sqrt{\xi^2 - 1} \right)$, $r_2 = \Omega_0 \left(-\xi - \sqrt{\xi^2 - 1} \right)$.

Le calcul prévoit donc une solution oscillatoire amortie de pulsation $\Omega = \Omega_0 \sqrt{1 - \xi^2}$ si $\xi < 1$. Or ξ est proportionnel à r : si r est très faible, la solution oscillatoire s'amortit lentement, ce qui est conforme à l'expérience.

Le modèle adopté est donc satisfaisant ; on observe bien la superposition du régime permanent qui représente le terme recherché $\left(-RC \frac{dv_e}{dt}\right)$ avec un régime transitoire qui peut être oscillatoire.

Ouvrons une parenthèse en écrivant la fonction de transfert du circuit de la figure 5 (Circuit R, L, C série).

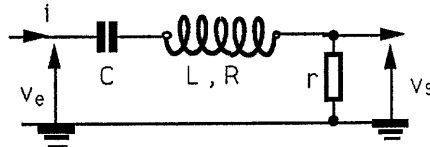


Figure 5

La loi d'Ohm écrite aux bornes du circuit donne :

$$v_e(t) = L \frac{di}{dt} + (r + R) \cdot i + \frac{1}{C} \int i dt.$$

Comme $i = \frac{v_s}{r}$, il vient :

$$\frac{d^2 v_s(t)}{dt^2} + \frac{r+R}{L} \cdot \frac{dv_s(t)}{dt} + \frac{1}{LC} v_s(t) = \frac{r}{L} \cdot \frac{dv_e(t)}{dt},$$

ou encore, en variable de Laplace :

$$v_s(p) \left(1 + (r+R) Cp + LCp^2\right) = rCp v_e(p).$$

La fonction de transfert est égale à $F(p) = \frac{rCp}{1 + (r+R) Cp + LCp^2}$.

La fonction de transfert de ce circuit est exactement du même type que celle du montage de la figure 4, et personne ne s'étonne de trouver à sa sortie des oscillations amorties. Le réglage de l'amortissement se fait par la résistance r et la suppression des oscillations a lieu lorsque $C^2 (r+R)^2 - 4LC = 0$ soit $(r+R) = 2 \sqrt{\frac{L}{C}}$ (amortissement critique).

1.3. Conditions d'utilisations optimales du dérivateur

a) On éteint le plus rapidement possible le régime transitoire. Pour cela, r est ajusté de façon à obtenir l'amortissement critique.

$$\xi = 1 = \frac{rC \Omega_0}{2}, \text{ avec } \Omega_0 = \sqrt{\frac{A_0}{\tau RC \left(1 + \frac{r}{R}\right)}} \approx \sqrt{\frac{A_0}{\tau RC}} = \frac{2\pi}{T_0}.$$

Application numérique (voir planche 1a et 1b).

Pour un ampli TL 081, on a mesuré $A_0 f_0 = 2,5 \cdot 10^6$ Hz. Avec $R = 10 \text{ k}\Omega$, $C = 4,7 \text{ }\mu\text{F}$, $r_c = 26 \text{ }\Omega$ (valeur expérimentale, $30 \text{ }\Omega$).

Remarque : La mesure de période des oscillations T_0 permet la détermination indirecte du produit gain x bande.

En effet, le calcul de T_0 à partir du produit $A_0 f_0$ donne $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{RC}{2\pi A_0 f_0}} = 3,4 \cdot 10^{-4} \text{ s}$ (valeur expérimentale :

$$T_0 = 2,6 \cdot 10^{-4} \text{ s}).$$

b) Il faut travailler dans un domaine de fréquences où le dénominateur de la fonction de transfert reste voisin de 1.

Calculons par exemple la fréquence maximale d'utilisation pour que cette condition soit réalisée à 1 % près.

$$\text{Pour } \xi = 1, \left| \left| 1 + 2j \frac{\omega}{\Omega_0} - \frac{\omega^2}{\Omega_0^2} \right| \right| = \sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\Omega_0^2}\right)^2 + 4 \frac{\omega^2}{\Omega_0^2}} \leq 1 + 10^{-2}$$

$$\sqrt{\left(1 + \frac{\omega^2}{\Omega_0^2}\right)^2} \leq 1 + 10^{-2} \Rightarrow 1 + \frac{\omega^2}{\Omega_0^2} \leq 1 + 10^{-2}, \text{ d'où } \frac{\omega}{\Omega_0} \leq 10^{-1}.$$

Dans l'exemple choisi où :

$$\Omega_0 \approx \sqrt{\frac{A_0 \omega_0}{RC}} = \sqrt{\frac{5 \cdot 10^5 \cdot 2\pi}{10^5 \cdot 10^{-7}}} = 1,77 \cdot 10^4 \text{ rad/s.}$$

$$\text{Fréquence maximale d'utilisation : } \frac{1,77 \cdot 10^4 \cdot 10^{-1}}{2\pi} = 282 \text{ Hz.}$$

2. CIRCUIT INTÉGRATEUR

2.1. Intégrateur idéal

Le schéma de base est représenté sur la figure 6 ; on utilise un ampli opérationnel idéal en régime linéaire. Le courant d'entrée

$$i = \frac{v_e}{R} = -C \frac{dv_s}{dt}, \text{ ce qui entraîne : } v_s = -\frac{1}{RC} \int v_e \cdot dt + \text{Cte.}$$

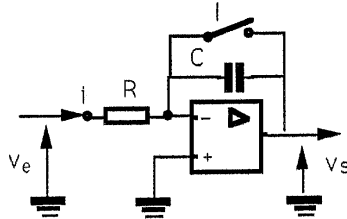


Figure 6

La constante représente la tension présente aux bornes de C à l'instant initial ; elle est nulle si le condensateur C est déchargé à $t = 0$.

Réunissons l'entrée du montage à la masse. Dès l'ouverture de l'interrupteur I, la tension v_s évolue de façon monotone vers l'une des tensions d'alimentation et le système se bloque en saturation.

Le régime linéaire ne se maintient donc pas et les équations écrites ne sont plus valables.

Comme pour le «dérivateur», il nous faut abandonner l'ampli opérationnel idéal et utiliser un modèle que l'expérience ne va pas infirmer.

2.2. Intégrateur à ampli opérationnel réel

On utilise un ampli opérationnel type TL 081. Le constructeur précise les principales imperfections et leurs niveaux respectifs typiques :

- le courant de polarisation i_0 ; c'est le courant de «gate» des transistors à effet de champ placés à l'entrée. Il est inférieur à 100 pA, soit 10^{-10} A ;
- la tension de décalage e_D ; c'est la tension qu'il faut appliquer entre deux entrées pour annuler la tension de sortie. Suivant les amplis, elle peut être comprise entre 5 mV (741) et 0,2 mV (TL 071).

Analysons successivement l'effet de ces imperfections sur le fonctionnement de l'intégrateur.

a) Influence du courant d'entrée

On le modélise par une source de courant i_0 extérieure à l'ampli (figure 7).

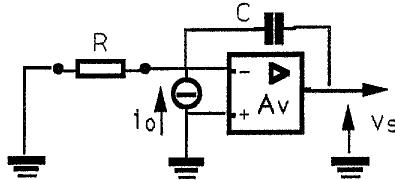


Figure 7

La résistance d'entrée étant à la masse, $i_0 = \frac{v_-}{R} + C \frac{d(v_- - v_s)}{dt}$, avec $v_s = A_v \cdot (v_+ - v_-) = -A_v \cdot v_-$. D'où : $\frac{dv_s}{dt} + \frac{v_s}{A_v \cdot RC} = -\frac{i_0}{C} \left(\frac{1}{A_v} \ll 1 \right)$ et sa solution est égale à : $v_s(t) = -A_v Ri_0 \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right)$, où $\tau = A_v \cdot RC$. Pour un TL 081, avec $C = 0,1 \mu F$ et $R = 100 \text{ k}\Omega$, $\tau = 5000 \text{ s}$ et $A_v Ri_0 = 5 \text{ V}$.

Ceci n'est pas conforme à l'expérience : le régime permanent atteint toujours la saturation même si l'on utilise des résistances R beaucoup plus basses ($10 \text{ k}\Omega$ ou $1 \text{ k}\Omega$).

Lorsque $\frac{t}{\tau} < \frac{1}{10}$, on peut écrire $v_s(t) \approx -\frac{i_0}{C} t$. La vitesse de variation de v_s que l'on peut calculer d'après ce modèle est égale 1 mV/s : elle est très inférieure à celle qui est observée. Le comportement de l'intégrateur ne peut donc s'expliquer par l'existence du seul courant d'entrée.

b) Influence de la tension de décalage e_D

La modélisation fait appel à un générateur de tension de f.é.m. e_D placé en série avec l'une des entrées (ici e_+ , voir en figure 8). En régime linéaire, on écrit $v_s = A_v (v_+ - v_-) = A_v (e_D - Ri)$. Le courant i qui charge

le condensateur est donc égal à

$$C \frac{d(v_s - v_-)}{dt} \approx -C \frac{dv_s}{dt} = \frac{v_s}{R \cdot A_v} - \frac{e_D}{R}, \text{ ce qui donne :}$$

$$A_v RC \frac{dv_s}{dt} + v_s = -A_v e_D.$$

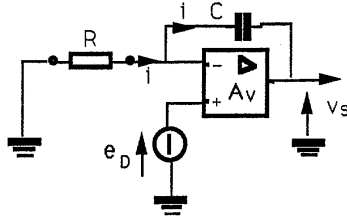


Figure 8

La solution est donnée par $v_s(t) = -A_v e_D \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{A_v RC}\right) \right)$ si le condensateur est déchargé au départ. La constante de temps $\tau = A_v RC$ étant très grande (5000 s, ici), on peut développer l'exponentielle : $v_s(t) \approx -\frac{e_D}{RC} t$.

Ce modèle représente la réalité de façon beaucoup plus satisfaisante. On a relevé expérimentalement le tableau de mesures suivant :

t (s)	0	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300	330
$-v_s$ (V)	0	1.11	2.19	3.29	4.32	5.35	6.35	7.36	8.33	9.30	10.2	10.2

A 300 secondes, on atteint la saturation et $V_s = 10,2$ volts. En régime linéaire, la vitesse de variation du signal de sortie est $\frac{dv_s}{dt} = -37$ mV/s. On peut en déduire la valeur de la tension de décalage : $e_D = -RC \frac{dv_s}{dt} = 10^{+5} \cdot 10^{-7} \cdot 37 \cdot 10^{-2} = 0.37$ mV.

Cette valeur trouvée pour e_D est compatible avec celle qu'indique le constructeur ; les anomalies de fonctionnement sont explicables par les effets de la tension de décalage. Cette approche du problème a établi l'impossibilité pour le montage de rester longtemps en régime linéaire. S'il doit être utilisé tel quel, il faut assurer son maintien en régime linéaire par des circuits annexes.

2.3. Montage intégrateur modifié

Il existe plusieurs méthodes pour maintenir le montage en régime linéaire.

a) Premier montage (Figure 9)

On shunte la capacité d'intégration par une grande résistance R' .

Examinons l'influence de la tension de décalage sur le montage modifié. Comme $v_- = v_e - Ri$, le fonctionnement en régime linéaire impose : $v_s = A_v (v_+ - v_-) = A_v (e_D + Ri - V_e)$, ce qui permet d'écrire :

$$i = \frac{v_s}{RA_v} - \frac{e_D}{R} + \frac{V_e}{R}.$$

La loi d'Ohm appliquée entre l'entrée inverseuse et la sortie donne :

$$i = C \frac{d(v_- - v_s)}{dt} + \frac{v_- - v_s}{R'}, \text{ en éliminant } i \text{ entre les deux relations, il}$$

$$\text{vient : } R'C \frac{dv_s}{dt} + v_s = e_D \left(1 + \frac{R'}{R}\right) - v_e \frac{R'}{R} \quad \left(\text{avec } \frac{1}{A_v} \ll 1\right).$$

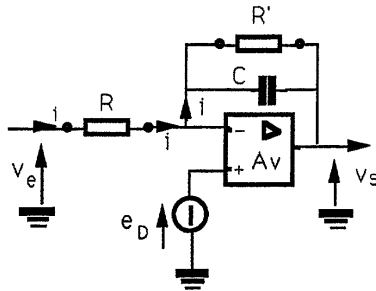


Figure 9

Le montage ne se comporte en intégrateur que si $R'C \frac{dv_s}{dt} \gg v_s$, ce qui ne peut avoir lieu qu'au dessus d'une certaine fréquence. Comparons les montages 2.2.b. et 2.3.a. :

– $v_e = 0$. La seule grandeur agissant est la grandeur de décalage e_D .

Dans le cas 2.2.a. le régime permanent est donné par $v_s(t = \infty) = -A_v e_D$, ce qui porte toujours l'ampli opérationnel à la saturation car A_v est supérieur à 10^5 .

En 2.2.b, le régime permanent obtenu lorsque $\frac{dv_s}{dt} = 0$ est égal à

$$v_s(t = \infty) = e_D \left(1 + \frac{R'}{R} \right)$$

Ex : Si $e_D = 0,3 \text{ mV}$, $R' = 1 \text{ M}\Omega$, $R = 10 \text{ k}\Omega$, $v_s(t = \infty) = 30 \text{ mV}$. Cette faible tension sur la sortie passe le plus souvent inaperçue.

– $v_s \neq 0$.

En régime linéaire, on superpose le régime dû à la tension de décalage à celui qui est causé par v_e . Si la tension d'entrée est à valeur moyenne non nulle, le montage réagit devant cette valeur moyenne comme vis-à-vis des signaux continus. L'intégrateur 2.2.a. est en saturation, et le montage « corrigé » 2.3.b. amplifie cette valeur moyenne avec le gain $-\frac{R'}{R}$; la valeur moyenne de la tension de sortie en régime permanent $\overline{v_s}(t = \infty) = -\overline{v_e} \cdot \frac{R'}{R}$.

Le type de réponse devant les signaux alternatifs dépend de leur fréquence :

– Si la période T est grande devant la constante de temps $\tau = R'C$, la réponse est proche de celle qui est écrite plus haut et le gain est voisin de $-\frac{R'}{R}$.

– Si $T \ll R'C$, $R'C \frac{dv_s}{dt} \gg v_s$; l'équation différentielle se simplifie et peut s'écrire : $C \frac{dv_s}{dt} \approx -\frac{v_e}{R}$; la réponse est alors voisine de

$$v_s = -\frac{1}{RC} \int v_e \cdot dt \text{ et le comportement est celui d'un intégrateur.}$$

L'ampli opérationnel restant en régime linéaire, le théorème de superposition permet d'écrire la réponse :

$$v_s = e_D \left(1 + \frac{R'}{R} \right) - \overline{v_e} \frac{R'}{R} - \frac{1}{RC} \int v_e \cdot dt.$$

On dispose donc d'un intégrateur utilisable en signaux alternatifs de fréquence suffisamment élevée. Il est bien évident que ce comportement n'est maintenu que si le gain en boucle ouverte de l'ampli reste

important, ce qui limite supérieurement la fréquence utilisable $\left(\frac{1}{A_v} \times \frac{R'}{R} \ll 1 \right)$.

Ceci peut être précisé en écrivant la fonction de transfert du montage en régime sinusoïdal :

$$i = \frac{v_e - v_-}{R} \left(\frac{1}{R'} + jC\omega \right) (v_- - v_s).$$

La décroissance du gain avec la fréquence étant de la forme $A_v = \frac{A_0}{1 + j \frac{\omega}{\omega_0}}$, il vient, en négligeant $\frac{1}{A_v}$ devant 1 :

$$F(j\omega) = \frac{v_s}{v_e} = - \frac{R'}{R} \frac{1}{1 + jR'C\omega - \frac{R'C\omega^2}{A_0 \omega_0}}.$$

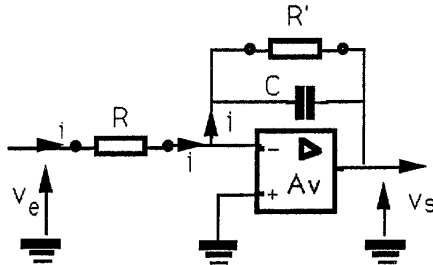


Figure 10

La fonction de transfert de l'intégrateur en régime sinusoïdal étant égale à $F_{int}(j\omega) = \frac{v_s}{v_e} = - \frac{1}{jRC\omega}$; on voit que la fonction de transfert du 2^{ème} ordre obtenue ne pourra être identifiée à celle de l'intégrateur que si on a, à la fois $R'C\omega \gg 1$ et $R'C\omega \gg \frac{R'C\omega^2}{A_0 \omega_0}$.

En prenant $R = 10 \text{ k}\Omega$, $R' = 1 \text{ M}\Omega$, $C = 0,1 \text{ }\mu\text{F}$ et un produit gain X Bande égal à 2.10^5 Hz , la première condition s'écrit $f \gg 1,6 \text{ Hz}$; la deuxième donne $f \ll 2.10^5 \text{ Hz}$. Le montage intègre correctement de 100 Hz à 10 kHz . En définissant la précision avec laquelle l'intégration doit être effectuée, on obtient la bande spectrale utilisable.

b) Deuxième montage

Une méthode très employée fait appel à un soustracteur placé avant l'intégrateur. Le montage est celui de la figure 11.

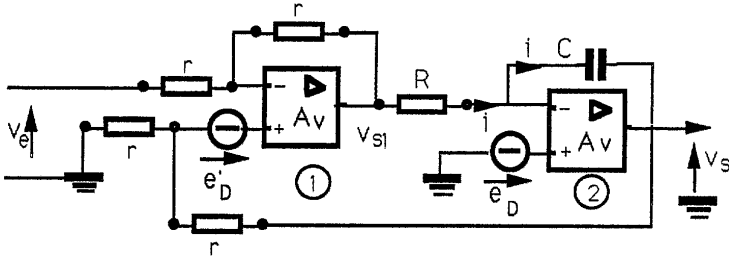


Figure 11

Le modèle d'ampli opérationnel est celui que nous avons utilisé en 2.3.a. Le montage fonctionne en boucle fermée à réaction négative. A toute augmentation de v_s , il suit un accroissement de v_{s1} , car le retour se fait sur l'entrée non inverseuse du soustracteur. Ceci entraîne une diminution de v_s , ce qui assure le maintien du montage en régime linéaire.

L'écriture de la loi d'Ohm aux entrées du soustracteur donne : $v_{s1} = 2 e'_D + v_s - v_e$; le courant i d'entrée à l'intégrateur est égal à : $\frac{v_{s1} - e_D}{R} = C \frac{d(v_- - v_s)}{dt}$. L'élimination de v_{s1} entre ces deux équations donne : $RC \frac{dv_s}{dt} + v_s = v_e + e_D - 2 e'_D$.

En régime permanent, si $v_e = 0$, v_s est égale à $e_D - 2 e'_D$. L'effet des tensions de décalage e_D et e'_D est ici complètement négligeable.

Comme en 2.3.a. le circuit se comporte en intégrateur sous réserve que $RC \frac{dv_s}{dt} \gg v_s$; on a alors $v_s = \frac{1}{RC} \int v_e \cdot dt$.

Cette condition est réalisée en régime sinusoïdal lorsque $RC\omega \gg 1$ avec $R = 100 \text{ k}\Omega$ et $C = 0,1 \text{ }\mu\text{F}$ on a alors $f \gg 15,9 \text{ Hz}$. Le montage intègre correctement de 500 Hz à 10 kHz environ.

3. APPLICATIONS

Elles sont très nombreuses et concernent plutôt le circuit intégrateur.

3.1. Réalisation d'un oscillateur Sinus-Cosinus

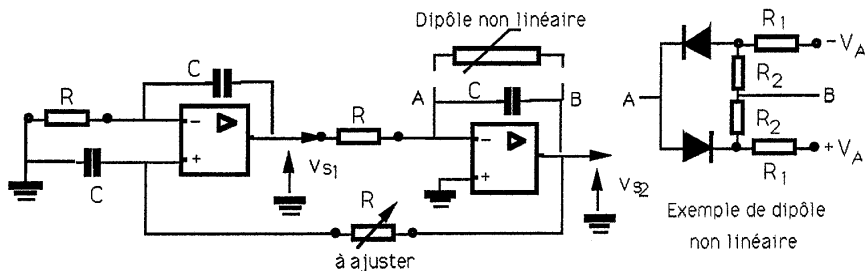


Figure 12

Le rebouclage de la sortie vers l'entrée e_+ du premier intégrateur assure le maintien en régime linéaire ; le point de repos du montage reste fixé, aux décalages près, à $v_{s1} = v_{s2} = 0$.

Le potentiel v_- du premier intégrateur est égal à :

$$v_- = \frac{v_{s1} \cdot R}{R + \frac{1}{jC\omega}} = v_{s1} \cdot \frac{jRC\omega}{1 + jRC\omega}.$$

La tension v_{s2} se calcule en intégrant v_{s1} en régime sinusoïdal : $v_{s2} = -\frac{v_{s1}}{jRC\omega}$. Le potentiel v_+ du premier intégrateur est égal à

$\frac{v_{s2}}{1 + jRC\omega}$. Écrivons que $v_- = v_+$ en régime linéaire ; il vient

$v_{s2} \frac{1}{1 + jRC\omega} = v_{s2} \frac{R^2 C^2 \omega^2}{1 + jRC\omega}$. Cette équation peut être satisfaite de deux façons différentes :

– $v_{s2} = 0$; l'oscillateur n'est pas « accroché »,

– $v_{s2} \neq 0$; on a alors $R^2 C^2 \omega_0^2 = 1$ et une solution sinusoïdale de pulsation ω_0 , $v_{s2} = a \cdot \cos \omega_0 t$. v_{s1} est égal à $-RC \frac{dv_{s2}}{dt} = RC \omega_0 \sin \omega_0 t$. Comme $RC \omega_0 = 1$, on obtient deux oscillations d'égale amplitude en quadrature.

La résistance variable (voisine de R) est ajustée pour obtenir l'accrochage.

L'oscillation qui prend naissance dans ce montage est écrêtée par les tensions d'alimentation. Le maintien en régime linéaire exige une limitation d'amplitude. Celle-ci peut s'effectuer simplement par la connection d'un dipôle non linéaire symétrique en parallèle avec l'un des condensateurs d'intégration. Un exemple de réalisation possible est donné en figure 12. Les diodes sont des diodes «usage général» (1N 4148, ou autres). On a ici $R_1 = 18 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 1 \text{ k}\Omega$. Les valeurs indiquées ne sont pas critique.

3.2. Générateur de fonctions (rampes et rectangulaires)

On associe deux amplis opérationnels ; l'un fonctionne en trigger (comparateur à hystérésis), l'autre en intégrateur.

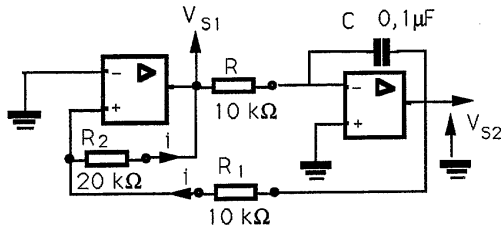


Figure 13

La tension de sortie du trigger ne peut prendre que deux niveaux :

- $v_{1+} > 0 \Rightarrow v_{s1} = +V_A$,
- $v_{1+} < 0 \Rightarrow v_{s1} = -V_A$.

Le potentiel v_{1+} se calcule à partir de v_{s1} et v_{s2} :

$$v_{1+} = v_{s2} - R_1 i = v_{s2} - R_1 \frac{v_{s2} - v_{s1}}{R_1 + R_2} = v_{s1} \frac{R_1}{R_1 + R_2} + v_{s2} \frac{R_2}{R_1 + R_2},$$

avec $v_{s1} = \pm V_A$

Analysons les phases de fonctionnements du montage.

– Si $v_{s1} = +V_A$, $v_{1+} > 0$. $R_1 v_{s1} + R_2 v_{s2} > 0 \Rightarrow v_{s2} > -V_A \cdot \frac{R_1}{R_2}$.

La variation de v_{s2} avec le temps est alors donnée par :

$v_{s2} = -\frac{1}{RC} \int V_A dt = -\frac{V_A}{RC} \cdot t$. Au moment où $v_{s2} = -V_A \frac{R_1}{R_2}$, le trigger bascule : v_{s1} passe de $+V_A$ à $-V_A$.

– Si $v_{s1} = -V_A$, $v_{1+} < 0$ et $R_1 v_{s1} + R_2 v_{s2} < 0 \Rightarrow v_{s2} < +V_A \frac{R_1}{R_2}$ et la loi de

variation de v_{s2} est : $v_{s2} = +\frac{1}{RC} \int V_A dt = +\frac{V_A}{RC} \cdot t$.

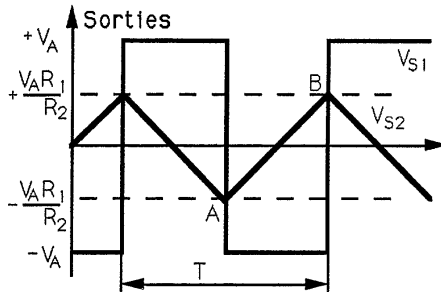


Figure 14

Le maintien en régime linéaire de l'intégrateur est assuré en «tout ou rien» par le trigger : dès que v_{s2} atteint les deux butées $\pm V_A \frac{R_1}{R_2}$, il bascule, et l'intégrateur ne peut entrer en saturation.

La période T se calcule en écrivant que V_{s2} varie de $2 V_A \frac{R_1}{R_2}$ pendant la demi-période : $\frac{V_A}{RC} \cdot \frac{T}{2} = 2 V_A \frac{R_1}{R_2}$; il vient : $T = 4 RC \frac{R_1}{R_2}$.

Ce montage sert de base aux générateurs de fonctions commerciaux. A l'aide de circuits «linéaires par morceaux» constitués par des conformateurs sinusoïdaux à diodes, la triangulaire est modifiée de façon à approcher la sinusoïde avec la meilleure approximation possible.

3.3. Intégrateur à constante de temps commandée

Nous nous proposons de modifier le montage intégrateur décrit en 3.3.b. afin d'obtenir une constante de temps dépendante d'une tension de contrôle V_c . Dans ce but, on remplace le soustracteur utilisé en 3.3.b. par un multiplicateur analogique.

De nombreux modèles sont utilisables. L'un des plus courants est le AD 534 d'Analog Devices qui réalise le produit de deux différences de tension : $V_s = \frac{(X_1 - X_2)(Y_1 - Y_2)}{V_0}$ où $V_0 = 10$ Volt.

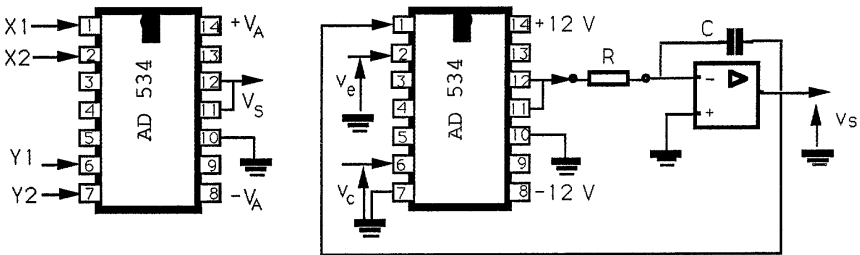


Figure 15

Dans le montage de la figure 15, le rebouclage nécessaire au maintien en régime linéaire s'effectue pour l'entrée Y_1 du multiplicateur

; sa tension de sortie V_s est telle que : $\frac{(V_s - V_e) V_c}{10} \cdot \frac{1}{R} = -C \frac{dV_s}{dt}$; on

en déduit : $\frac{10 RC}{V_c} \cdot \frac{dV_s}{dt} + V_s = V_e$.

La constante de temps du montage est égale à $\tau = \frac{10 RC}{V_c}$. La stabilité

du système exige bien sûr que V_c reste positif. Pour conserver des performances convenables, cette tension doit rester comprise entre 100 mV et 10 V, ce qui donne une dynamique de 100.

Ce montage permet la réalisation de filtres actifs dont la fréquence de coupure (ou d'accord) est réglable par une tension de contrôle. La figure 16 donne le schéma d'un filtre actif universel ajustable en fréquence par la tension V_c . On dispose de trois sorties : passe-bas, passe-haut et passe-bande.

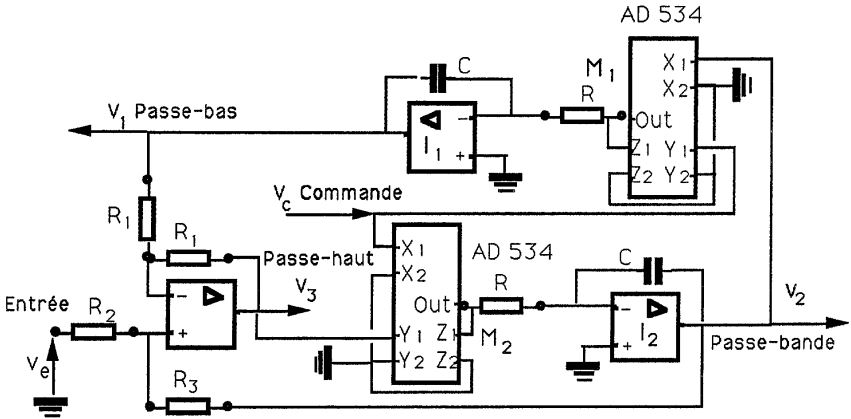


Figure 16

Calculons les fonctions de transfert relativement aux trois sorties en régime sinusoïdal. La relation entrée-sortie pour l'ensemble (Multiplieur M_1 , Intégrateur I_1) s'écrit : $V_1 = -\frac{1}{jRC\omega} \times \frac{V_c V_2}{10}$. Pour l'ensemble (M_2 , I_2), on a $V_2 = -\frac{1}{jRC\omega} \times \frac{V_c V_3}{10}$.

Calculons les potentiels v_+ et v_- de l'ampli opérationnel d'entrée en fonction de V_e , V_1 , V_2 , et V_3 .

$$v_+ = V_e - R_2 \frac{V_e - V_2}{R_2 + R_3} = \frac{R_3 V_e + R_2 V_2}{R_2 + R_3} \text{ et } v_- = \frac{V_1 + V_3}{2}.$$

Éliminons V_2 et V_3 au profit de V_1 :

$$V_2 = -10 jRC\omega \frac{V_1}{V_c} \text{ et } V_3 = -10 jRC\omega \cdot \frac{V_2}{V_c} = -\left(\frac{10 jRC\omega^2}{V_c}\right)^2 V_1.$$

On porte ces valeurs de V_2 et V_3 dans les relations permettant de calculer v_+ et v_- . En régime linéaire, $v_+ = v_-$; il vient :

$$v_+ = \frac{R_2 V_e}{R_2 + R_3} + \frac{R_2}{R_2 + R_3} \times \left(-\frac{10 jRC\omega}{V_c} \cdot V_1\right) = \frac{V_1}{2} - \frac{1}{2} \left(\frac{10 jRC\omega}{V_c}\right)^2 V_1.$$

En ordonnant, on obtient la fonction de transfert suivante :

$$\frac{V_1}{V_e} = \frac{2 R_3}{R_2 + R_3} \cdot \frac{1}{1 + \frac{20 R_2}{R_2 + R_3} \cdot \frac{jRC\omega}{V_c} - \left(\frac{10 RC\omega}{V_c} \right)^2}$$

La forme canonique de la fonction passe-bas du deuxième ordre est : $F(j\omega) = \frac{A}{1 + 2j\xi \frac{\omega}{\omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2}$ où A est le gain en bande passante

($\omega \ll \omega_0$), ξ est l'amortissement et ω_0 est une pulsation qu'on identifie avec la pulsation de coupure lorsque $\xi = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

L'identification donne $A = \frac{2 R_3}{R_2 + R_3}$, $\xi = \frac{R_2}{R_2 + R_3}$ et $\omega_0 = \frac{V_c}{10 RC}$.

$$\frac{V_2}{V_e} = -\frac{R_3}{R_2} \cdot \frac{\frac{20 R_2}{R_2 + R_3} \cdot \frac{jRC\omega}{V_c}}{1 + \frac{20 R_2}{R_2 + R_3} \cdot \frac{jRC\omega}{V_c} - \left(\frac{10 RC\omega}{V_c} \right)^2} \text{ qui représente une}$$

fonction passe-bande, dont la forme canonique s'écrit :

$$F(j\omega) = A \cdot \frac{2j\xi \frac{\omega}{\omega_0}}{1 + 2j\xi \frac{\omega}{\omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2}$$

La pulsation d'accord est donnée, comme précédemment par $\omega_0 = \frac{V_c}{10 RC}$ et l'amortissement ξ que l'on relie très facilement au coefficient de qualité Q du filtre par $Q = \frac{1}{2\xi}$ se règle par R_2 et R_3 .

$$\frac{V_3}{V_e} = \frac{2 R_3}{R_2 + R_3} \cdot \frac{-\left(\frac{10 RC\omega}{V_c}\right)^2}{1 + \frac{20 R_2}{R_2 + R_3} \cdot \frac{jRC\omega}{V_c} - \left(\frac{10 RC\omega}{V_c}\right)^2}; \text{ cette réponse est}$$

du type passe-haut et on l'identifie facilement avec la forme générale :

$$F(j\omega) = A \frac{-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}{1 + 2j\xi \frac{\omega}{\omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}.$$

On dispose d'un filtre aux possibilités multiples. Citons, à titre d'exemple la possibilité d'effectuer l'analyse harmonique d'un signal à l'aide de la fonction passe-bande. Un potentiomètre délivre la tension de contrôle (de 100 mV à 10 V) ; l'analyse s'effectue alors sur un rapport de fréquence égal à 100.

3.4. Voltmètre numérique double rampe

C'est le montage de conversion Analogique-Digital qui sert de base à la plupart des voltmètres numériques.

a) Principe de fonctionnement (Figure 17)

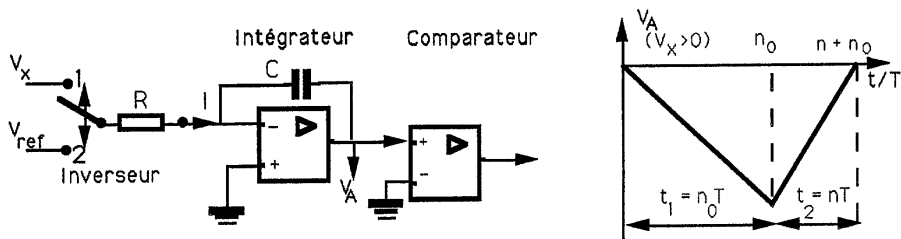


Figure 17

V_x est la tension à mesurer ; V_{ref} est une tension de référence de signe opposé à celui de V_x ; une horloge de période T cadence le montage. Prenons, par exemple, le cas où V_x est positif.

Dans une première phase, pendant le temps $t_1 = n_0 T$, on place l'inverseur en position 1 (n_0 est fixé par construction). Le courant $I = \frac{V_x}{R}$ charge le condensateur pendant le temps t_1 et la quantité d'électricité emmagasinée est égale à $Q_1 = \frac{V_x}{R} \cdot t_1 = \frac{V_x}{R} \cdot n_0 T$.

Dans la deuxième phase, l'inverseur est basculé en position 2. Le condensateur initialement chargé par V_x se décharge par V_{ref} , de signe opposé à celui de V_x . Quand il est complètement déchargé, au bout du temps t_2 , le comparateur change d'état. Le temps $t_2 = nT$ est tel que $Q_2 = \frac{V_{ref}}{R} \cdot nT = Q_1 = \frac{V_x}{R} \cdot n_0 T$. Le nombre de périodes d'horloge n contenu dans le temps t_2 représente le résultat de la conversion : $n = n_0 \cdot \frac{V_x}{V_{ref}}$. Le facteur $\frac{n_0}{V_{ref}}$ est le facteur d'échelle que l'on ajuste à une puissance de 10 (le digit de poids faible qui correspond à $\Delta n = 1$ vaut 1, 10, 100... mV).

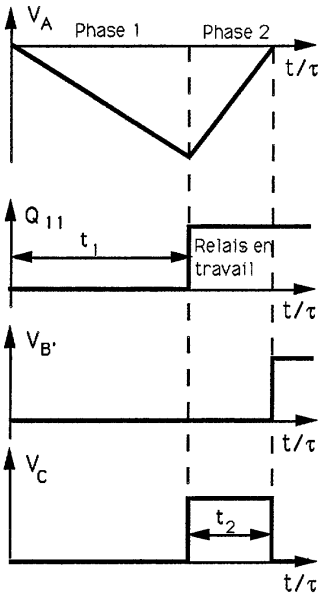
b) Réalisation

Nous proposons ici une réalisation pédagogique semi-automatique (Figure 18) ; le matériel utilisé est très courant et les valeurs indiquées pour les composants ne sont pas critiques. Le condensateur de l'intégrateur sera de bonne qualité, à faible fuite. Nous avons utilisé sur la maquette :

- un ampli opérationnel TL 084,
- les circuits intégrés 4001 (NOR), 74LS00 (NAND), 4040 (compteur),
- une clé AOIP à 2 contacts ou similaire (poussoir de RAZ),
- un relais REED 1 contact Travail-Repos 5 V, 1000 Ω ,
- 2 potentiomètres linéaires 1 k Ω ,
- pour le compteur, tout compteur 4 digits disposant d'une RAZ active à «1» accessible convient. On peut le réaliser facilement avec 4 circuits 7490, 4 décodeurs 7448 et 4 TIL 313 (afficheurs à cathode commune).

Fonctionnement de l'appareil

L'initialisation de la séquence s'effectue en appuyant sur la clé de RAZ ; on décharge alors le condensateur d'intégration, et on remet à zéro les compteurs (compteur BCD d'affichage et compteur binaire diviseur par 2048).



CIRCUIT	Alimentation
Porte NOR : CMOS 4001	0 – +5V
Porte NAND : 74 LS 00	0 – +5V
Compteur : CMOS 4040	0 – +5V
Ampli Op. : TL 082	+12V, -12V

Ce basculement ($V_{B'} = 5 \text{ V}$), provoque la mise à «0» de la sortie du 4001 (1) et la porte 74 LS 00 se ferme : le compteur de mesure se bloque au nombre n , résultat de la mesure. La porte 4001 (2) se ferme elle aussi et le diviseur s'arrête. Le système reste dans cet état jusqu'à ce que l'on réinitialise une nouvelle séquence.

La résolution du voltmètre, égale au digit de poids faible vaut 10 mV , ce qui rend négligeable l'influence de la tension de décalage ($0,37 \text{ mV}$ sur le TL 084). Ceci permet de fixer la tension de référence :

$$\Delta n = 1 \Rightarrow \Delta V_x = 10 \text{ mV} ; \quad \text{comme} \quad \Delta n = n_0 \cdot \frac{\Delta V_x}{V_{\text{ref}}}, \quad \text{on obtient}$$

$V_{\text{ref}} = -10,24 \text{ V}$. Cette tension est ajustée au potentiomètre à partir du -12 V alimentant le montage.

Le relais est un inverseur lent : il commute en $\frac{1}{100} \text{ s}$ environ. Pour éviter une erreur due à un retard de commutation, la période de l'horloge sera prise si possible plus grande ; ici, nous la prendrons égale afin de ne pas trop allonger le temps de mesure. Le temps t_1 est donc égal à $1024 \cdot 10^{-2} \text{ s}$, soit $10,24 \text{ secondes}$.

Pendant ce temps, l'intégrateur doit rester en régime linéaire. Si nous fixons la tension maximale issue de l'intégrateur à -5 V ; il vient

alors $\frac{V_{X_{\max}} \cdot t_1}{RC} = 5\text{ V}$; si la pleine échelle ($V_{X_{\max}}$) est fixée à 10 V , $R = 10\text{ M}\Omega$ on obtient $C = 2,09\text{ }\mu\text{F}$.

L'horloge est constituée par un multivibrateur à portes logiques dont les tensions de basculement sont voisines de la demi-tension d'alimentation ; si $T = 10^{-2}\text{ s} = 2 R_H C_H \cdot \text{Log } 3$, il vient $C_H = 0,455\text{ }\mu\text{F}$ pour $R_H = 10\text{ k}\Omega$.

Ces valeurs donnent les ordres de grandeur : on peut prendre les valeurs normalisées voisines $C = 2,2\text{ }\mu\text{F}$ et $C_H = 0,47\text{ }\mu\text{F}$.

CONCLUSION

Ces circuits sont employés dans tous les domaines de l'Électronique analogique et nous n'avons donné ici qu'un aperçu de leurs applications. Nous n'avons pas abordé les intégrateurs à capacités commutées qui servent de base aux filtres universels accordables par une fréquence (Filtre MF 10, de National Semiconductor, entre autres), car cela nous aurait entraîné trop loin. Nous n'avons pas cité non plus les applications au calcul analogique (résolution de systèmes différentiels linéaires, par exemple). Dans ce domaine, les amplis opérationnels sont avantageusement remplacés par les systèmes numériques et ces opérations sont effectuées par des algorithmes informatiques.