

Sur la polarisation de la lumière de l'arc-en-ciel

par Florea S. ULIU

Département de Physique de la Faculté des Sciences,
Université de Craiova, Craiova, Roumanie

Le bulletin de l'Union des Physiciens a déjà publié plusieurs articles concernant l'arc-en-ciel [1], chacun d'entre eux mettant l'accent sur l'un ou l'autre des multiples aspects de ce beau phénomène naturel. Au cours de l'histoire on a plusieurs fois affirmé que l'arc-en-ciel a été un «pont de liaison» entre le rationnel et le sensoriel, entre la science et les arts. Je crois que cette affirmation restera valable dans l'avenir. L'intérêt suscité par la compréhension des aspects physiques qui président à sa formation et des modalités subjectives d'appréciation de sa beauté ne cessera jamais.

Notre bref travail, basé sur la théorie classique de Descartes et de Newton et sur les formules de Fresnel, se propose d'insister sur le seul problème de la polarisation de l'arc-en-ciel (principal et secondaire). Son but est de faire une présentation historique de l'évolution de la connaissance humaine dans ce domaine et de montrer comment on peut calculer le degré de polarisation de la lumière de l'arc-en-ciel d'ordre 1 et 2.

1. APERÇU HISTORIQUE

Bien que le haut degré de polarisation des arcs-en-ciel fût connu dès la deuxième décennie du siècle passé (J.B. Biot et D. Brewster - 1812), cette «bizarrerie» n'a pas, pendant longtemps, suscité beaucoup d'intérêt. Cela peut s'expliquer, d'une part, par le fait que la transversalité des ondes lumineuses, découverte par Fresnel et Arago, n'a été comprise et acceptée qu'un peu plus tard. D'autre part, l'intérêt des gens préoccupés par les aspects optiques de l'arc-en-ciel a été capté par l'élaboration - en 1838, par G.B. Airy - de la première théorie ondulatoire du phénomène [2] et par la polémique survenue entre les adeptes de la théorie ondulatoire et ses ennemis (par exemple, R. Potter, auteur d'une théorie basée sur «l'effet collectif des rayons de lumière»).

L'évolution ultérieure des faits a nécessité l'accumulation d'un riche matériel expérimental. Cette charge a été remplie avec compétence et beaucoup d'habileté pratique par J. Babinet (1837), H.W. Miller (1841), T.G. Galle (1845) et F. Billet (1863-1868). Vers les années 1880 la théorie ondulatoire de Airy (étendue mathématiquement par G.G. Stokes - en 1850) est considérée comme complète et définitive. Mais, étant une théorie scalaire, elle ne se rapportait nullement aux observations de Biot et Brewster, et, par conséquent, la polarisation des arcs-en-ciel a été tout simplement oubliée.

Paradoxalement, même l'apparition de la théorie électromagnétique (vectorielle) de la lumière (J.C. Maxwell, 1865), n'a pas relancé les études concernant la polarisation des arcs-en-ciel et l'influence des différents paramètres physiques qui interviennent sur leur degré de polarisation (nombre des réflexions internes, indice de réfraction, rayon des gouttes d'eau, etc.). Jusqu'à la fin du XIX^{ème} siècle, la seule contribution notable à l'étude électromagnétique des arcs-en-ciel et de leur polarisation, a été celle de J.W. Strutt (Lord Rayleigh), réalisée entre 1879 et 1881, mais qui, malheureusement, n'a été publiée qu'en 1910 [3].

Par conséquent, en 1926, le professeur F. Rinne de Leipzig, remarquait, à juste titre, que «dans les traités de physique que j'ai consultés, y compris l'œuvre célèbre d'optique météorologique de Pernter et Exner qui réserve à l'arc-en-ciel quelques 80 pages, il manque une présentation adéquate de la polarisation de l'arc-en-ciel» [4].

La première étude électromagnétique importante concernant la polarisation de la lumière des arcs-en-ciel produite par la lumière solaire, a été réalisée en 1937 par B. Van der Pol et H. Bremmer [5]. Cette étude a confirmé avec une exactitude suffisante les résultats expérimentaux, obtenus en 1927 par G. Pokrowski [6] et, en 1929, par B. Lyot [7]. Ultérieurement, dans les années 1940-1946, des recherches expérimentales d'un grand raffinement ont été entreprises par J. Bricard ; celles-ci ont été analysées avec pertinence dans le traité Light scattering by small particles, publié en 1957 par Van de Hulst, le premier ouvrage de synthèse concernant la diffusion des ondes électromagnétiques sur des sphères homogènes de petites dimensions.

A présent on considère que le traitement électromagnétique le plus correct du problème de l'arc-en-ciel est celui réalisé dans la période

1974-1979 par H.M. Nussenzveig et V. Khare [8, 9]. En fait, la théorie Nussenzveig-Khare n'est pas une nouvelle théorie de l'arc-en-ciel, mais une variante simplifiée mathématiquement d'une théorie très générale et très rigoureuse, concernant la diffraction des ondes électromagnétiques sur des sphères métalliques, élaborée dès 1908 par G. Mie [10]. Pour comprendre les difficultés qu'il y a à comparer la théorie de Mie avec les données expérimentales, nous reproduisons quelques-unes des observations du grand physicien A. Sommerfeld (Optik, Wiesbaden, 1950) : «L'étude électromagnétique de la diffraction de la lumière sur un objet est un problème très compliqué même dans le cas de la sphère - le plus simple de ces objets. Le champ électromagnétique à l'intérieur de la sphère peut être représenté par des séries de fonctions harmoniques sphériques et de fonctions de Bessel d'indice demi-entier. Ces séries ont été écrites et discutées par G. Mie pour des particules colloïdales de diverses compositions. Même dans ce cas, on se heurte à une grande difficulté mathématique, qui fait que la méthode est inopérante : pour des particules suffisamment grandes ($k \cdot a \gg 1$, $k = 2\pi/\lambda$, avec a = le rayon de la sphère, λ = la longueur d'onde) les séries convergent si lentement qu'elles deviennent pratiquement inutilisables. Mais, à part cette difficulté, on pourrait, sur cette base, obtenir une solution complète de l'arc-en-ciel».

Heureusement, un quart de siècle après la publication de ces observations, Nussenzveig et Khare, par une méthode originale, ont réussi à surmonter les difficultés intrinsèques de la théorie de Mie et à obtenir la solution «complète» prédite (mais, quand même, approximative) du problème de l'arc-en-ciel.

L'étude que nous présentons ne prend pas en considération les phénomènes de diffraction. Notre intention est seulement de montrer comment peut-être estimé, le plus simplement possible, le degré de polarisation des arcs-en-ciel d'ordre 1 et 2 engendrés par des gouttes d'eau sphériques.

2. LE CALCUL ÉLÉMENTAIRE DU DEGRÉ DE POLARISATION

Certes, le lecteur sait que, par réflexion et réfraction, la lumière incidente naturelle (avec des vibrations distribuées de manière isotrope, dans tous les azimuts) se transforme en lumière totalement (entièrement) polarisée, lorsque l'angle d'incidence θ est égal à l'angle de Brewster, c'est-à-dire pour $\theta = \theta_B = \arctg(n_2/n_1)$ (voir figure 1). Dans ce cas, dans

l'onde réfléchie, il existe seulement des vibrations (de l'intensité \vec{E} du champ électrique) dans la direction perpendiculaire au plan d'incidence, et dans l'onde réfractée (ou transmise) - seulement des vibrations dans le plan d'incidence.

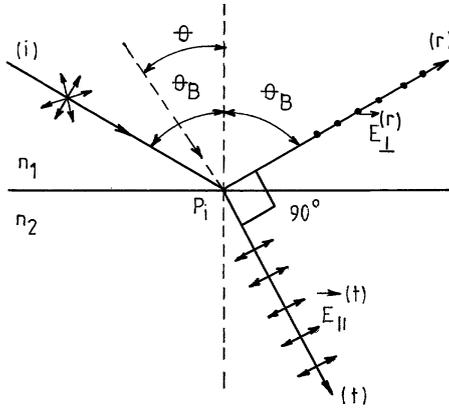


Figure 1

D'autre part, conformément à la théorie cartésienne (Discours de la Méthode, Les Météores, Leyda, 1637), l'arc-en-ciel se forme à la suite de la réfraction, puis de la réflexion (une ou deux) et de nouveau de la réfraction de la lumière incidente en provenance du soleil sur/dans les gouttes sphériques d'eau, comme nous montre la figure 2 a et b.

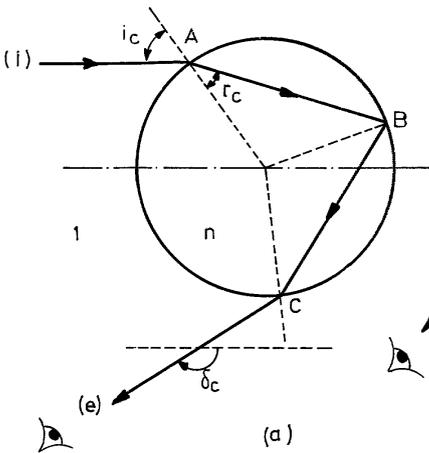


Figure 2a

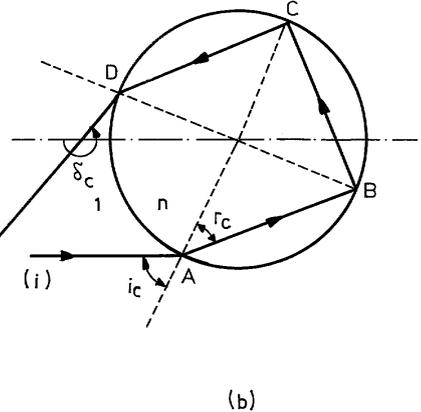


Figure 2b

Pourtant, tout rayon lumineux ayant un tel trajet dans la goutte ne contribue pas à la concentration d'intensité lumineuse aperçue sous forme d'arc-en-ciel. Seuls sont concernés les rayons qui se propagent vers l'œil de l'observateur comme un faisceau parallèle, c'est-à-dire ceux pour lesquels la déviation totale δ est extrême (maxime ou minime).

En exprimant la dépendance :

$$\delta(i) = 2(i - r) + N(180^\circ - 2r) \quad \text{avec } N = 1 \text{ ou } 2$$

nombre des réflexions internes,

et en tenant compte :

de la loi de la réfraction $\sin i = n \sin r$,

de l'annulation de la dérivée $\delta'(i) = 0$,

on obtient :

| | | |
|---------------------------------|--|-----------------------------------|
| Arc-en-ciel principal N = 1 | $\sin i_c = \sqrt{\frac{1}{3}(4 - n^2)}$ | $\sin r_c = \frac{1}{n} \sin i_c$ |
| Arc-en-ciel secondaire N = 2 | $\sin i_c = \sqrt{\frac{1}{8}(9 - n^2)}$ | $\sin r_c = \frac{1}{n} \sin i_c$ |

où $n = n_{\text{eau}}/n_{\text{air}}$. L'angle d'incidence i_c s'appelle angle cartésien ou angle efficace .

En considérant $n_{\text{eau}} = 4/3$ et $n_{\text{air}} = 1$ on peut facilement établir que :

| | | | | |
|------------------------|---------------------|---------------------|---------------------------|--------------------------------------|
| Arc-en-ciel principal | $i_c = 59,39^\circ$ | $r_c = 40,20^\circ$ | $\delta_c = 137,97^\circ$ | $180^\circ - \delta_c = 42,03^\circ$ |
| Arc-en-ciel secondaire | $i_c = 71,83^\circ$ | $r_c = 45,45^\circ$ | $\delta_c = 230,96^\circ$ | $\delta_c - 180^\circ = 50,96^\circ$ |

Pour l'incidence air/eau, l'angle de Brewster a la valeur $\theta_B' = 53,13^\circ$ et à l'incidence eau/air il a la valeur $\theta_B'' = 36,87^\circ$. En comparant ces valeurs des angles θ_B' et θ_B'' respectivement aux valeurs des angles i_c et r_c , de l'arc-en-ciel principal, on constate que i_c est assez proche de θ_B' et r_c de θ_B'' . Voilà pourquoi, même si pour de tels angles d'incidence la polarisation par réfraction-réflexion n'est pas totale, elle est pourtant assez significative. Bien que, dans le cas des arcs-en-ciel secondaires, les différences $i_c - \theta_B'$ et $r_c - \theta_B''$ soient un peu plus grande que dans le cas de

l'arc-en-ciel principal, le mécanisme de réfraction-réflexion assure, cette fois aussi, une polarisation significative.

Une onde électromagnétique plane, polarisée arbitrairement, peut-être considérée comme une superposition d'une onde polarisée perpendiculairement au plan d'incidence (notée \perp) et d'une onde polarisée dans le plan d'incidence (notée \parallel), c'est-à-dire $\vec{E} = \vec{E}_{\perp} + \vec{E}_{\parallel}$. On peut réaliser une telle décomposition tant pour l'onde incidente (indice supérieur (i)), que pour l'onde réfléchie (indice supérieur (r)) et réfractée (indice supérieur (t)).

Pour la corrélation des amplitudes $E^{(r)}$ et $E^{(t)}$ de l'amplitude $E^{(i)}$ on va utiliser les formules bien connues de Fresnel, déduites du cadre de la théorie électromagnétique de la lumière [11] :

Pour la réflexion :

$$\frac{E_{\perp}^{(r)}}{E_{\perp}^{(i)}} = \frac{\cos \theta - \left[\left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2 - \sin^2 \theta \right]^{1/2}}{\cos \theta + \left[\left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2 - \sin^2 \theta \right]^{1/2}}, \quad (\perp \text{ ou T.E.}),$$

$$\frac{E_{\parallel}^{(r)}}{E_{\parallel}^{(i)}} = \frac{\left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2 \cos \theta - \left[\left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2 - \sin^2 \theta \right]^{1/2}}{\left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2 \cos \theta + \left[\left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2 - \sin^2 \theta \right]^{1/2}}, \quad (\parallel \text{ ou T.M.}),$$

Pour la réfraction :

$$\frac{E_{\perp}^{(t)}}{E_{\perp}^{(i)}} = \frac{2 \cos \theta}{\cos \theta + \left[\left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2 - \sin^2 \theta \right]^{1/2}}, \quad (\perp \text{ ou T.E.}),$$

$$\frac{E_{\parallel}^{(t)}}{E_{\parallel}^{(i)}} = \frac{2 \left(\frac{n_2}{n_1} \right) \cos \theta}{\left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2 \cos \theta + \left[\left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2 - \sin^2 \theta \right]^{1/2}}, \quad (\parallel \text{ ou T.M.}),$$

dans lesquelles θ est l'angle d'incidence, n_1 l'indice de réfraction du milieu d'où vient la lumière, n_2 l'indice de réfraction du milieu dans lequel se réfracte la lumière.

En utilisant ces formules, pour le trajet cartésien de la figure 2a, on obtient successivement :

| | | |
|--|---|--|
| $E_{\perp}^{(AB)} = 0,667 E_{\perp}^{(i)}$ | $E_{\perp}^{(BC)} = 0,303 E_{\perp}^{(AB)}$ | $E_{\perp}^{(e)} = 1,334 E_{\perp}^{(BC)}$ |
| $E_{\parallel}^{(AB)} = 0,706 E_{\parallel}^{(i)}$ | $E_{\parallel}^{(BC)} = 0,059 E_{\parallel}^{(AB)}$ | $E_{\parallel}^{(e)} = 1,412 E_{\parallel}^{(BC)}$ |

où l'indice supérieur (e) désigne le rayon émergent, c'est-à-dire l'arc-en-ciel.

De ces relations, il résulte finalement :

$$E_{\perp}^{(e)} = 0,270 E_{\perp}^{(i)}, \quad E_{\parallel}^{(e)} = 0,059 E_{\parallel}^{(i)}.$$

En tenant compte du fait que l'intensité lumineuse est directement proportionnelle au carré de l'amplitude du champ électrique ($I \propto E^2$) on peut écrire :

$$I_{\perp}^{(e)} = 0,073 I_{\perp}^{(i)}, \quad I_{\parallel}^{(e)} = 0,0035 I_{\parallel}^{(i)}.$$

Étant donné que la lumière incidente (solaire) est non-polarisée, d'après la loi de Malus, par médiation temporelle, on a :

$$\bar{I}_{\perp}^{(i)} = \bar{I}_{\parallel}^{(i)} = \frac{1}{2} \bar{I}^{(i)}.$$

Par conséquent :

$$R \equiv \frac{\bar{I}_{\perp}^{(e)}}{\bar{I}_{\parallel}^{(e)}} = \frac{0,073}{0,0035} = 20,86,$$

la barre supérieure désignant la médiation temporelle. De cette relation on déduit que dans la lumière de l'arc-en-ciel principal prédominent nettement les vibrations de direction perpendiculaire au plan d'incidence.

Si, pour spécifier l'état de polarisation, on emploie le concept de «degré de polarisation», défini par la relation :

$$P = \frac{\bar{I}_{\perp}^{(e)} - \bar{I}_{\parallel}^{(e)}}{\bar{I}_{\perp}^{(e)} + \bar{I}_{\parallel}^{(e)}} = \frac{R - 1}{R + 1},$$

dans le cas de l'arc-en-ciel principal on obtient $P = 0,9085$ (c'est-à-dire 90,85 %).

En utilisant les mêmes formules de Fresnel, pour le trajet cartésien de la figure 2b. on obtient successivement :

| | | | |
|---|--|--|---|
| $E_{\perp}^{(AB)} = 0,500E_{\perp}^{(i)}$ | $E_{\perp}^{(BC)} = 0,500E_{\perp}^{(AB)}$ | $E_{\perp}^{(CD)} = 0,500E_{\perp}^{(BC)}$ | $E_{\perp}^{(e)} = 1,500E_{\perp}^{(CD)}$ |
| $E_{\parallel}^{(AB)} = 0,558E_{\parallel}^{(i)}$ | $E_{\parallel}^{(BC)} = 0,256E_{\parallel}^{(AB)}$ | $E_{\parallel}^{(CD)} = 0,256E_{\parallel}^{(BC)}$ | $E_{\parallel}^{(e)} = 1,647E_{\parallel}^{(CD)}$ |

d'où il résulte : $E_{\perp}^{(e)} = 0,1875E_{\perp}^{(i)}$, $E_{\parallel}^{(e)} = 0,061E_{\parallel}^{(i)}$,

c'est-à-dire : $I_{\perp}^{(e)} = 0,0352I_{\perp}^{(i)}$, $I_{\parallel}^{(e)} = 0,0037I_{\parallel}^{(i)}$.

En rappelant à nouveau, que $\bar{I}_{\perp}^{(i)} = \bar{I}_{\parallel}^{(i)} = \frac{1}{2}\bar{I}^{(i)}$, on obtient finalement :

$$R = \frac{\bar{I}_{\perp}^{(e)}}{\bar{I}_{\parallel}^{(e)}} = \frac{0,0352}{0,0037} = 9,514 ,$$

c'est-à-dire un degré de polarisation $P = 0,8098$ (ou 80,98 %).

Les valeurs déduites pour le degré de polarisation de l'arc-en-ciel (primaire et secondaire), par ces simples calculs, sont en accord suffisamment bon avec celles, expérimentales, mentionnées dans les livres [12], à savoir respectivement 0,9090 et 0,7890.

Si on dispose d'une lamelle de polaroid ou d'un prisme Nicol, on peut constater facilement que la lumière des arcs-en-ciel est fortement polarisée.

La prédominance de la contribution des composantes transversales (notées avec l'indice \perp), a comme effet spatial une polarisation tangentielle des arcs des arcs-en-ciel. Cela peut être mis en évidence en regardant avec un analyseur (polaroïde ou prisme Nicol) situé dans un plan perpendiculaire à l'axe œil / arc-en-ciel. Par sa rotation, on voit se déplacer une tache obscure le long de l'arc. Il n'est pas possible d'«éteindre» complètement l'arc-en-ciel parce que, dans toute position de l'analyseur, il y a suffisamment de composantes tangentielles «parallèles» à l'axe de transmission de l'analyseur (voir [12], G.P. Können, p. 54, photos 24-26).

BIBLIOGRAPHIE

- [1] Bulletin de l'Union des Physiciens, décembre 1973, (pages 359-368) ; février 1976, (pages 549-553) ; avril 1990, (pages 505-517) ; mai 1990, (pages 707-712).
- [2] G.B. AIRY, Trans. Cambr. Phil. Soc., VI, 1838, (pages 379-403) ; VIII, 1849, (pages 595-600).
- [3] Lord RAYLEIGH, Proc. Royal Soc. London, Ser. A, LXXXIV, 1910, (pages 25-46).
- [4] F. RINNE, Naturwissenschaft, 14, 1926, (pages 1283-1285) ; J.M. Pernter F.M. Exner, Meteorologische Optik, Vienna, 1910.
- [5] B. VAN DER POL, H. BREMMER, Phil. Mag., 24, 1937, (pages 141-176) ; 25 1938, (pages 817-837).
- [6] G. POKROWSKI, Zeit. Physik, 43, 1927, (pages 394-400 et 769-782).
- [7] B. LYOT, Ann. Observ. Paris-Meudon, 8(1), 1929, (pages 125-134).
- [8] V. KHARE, H.M. NUSSENZVEIG, Phys. Rev. Lett., 33 (16), 1974, (pages 976-980) ; Scient. Amer., 236, 1977, (pages 116-119) ; J. Opt. Soc. Amer. 69 (8), 1979, (pages 1068-1079).
- [9] V. KHARE, Short-Wavelength Scattering of Electromagnetic Waves by a Homogenous Dielectric Sphere, Ph.D. thesis, University of Rochester (U.S.A.), 1975.
- [10] G. MIE, Ann. Physik (Leipzig), 25, 1908, (pages 377-409).
- [11] J.P. MATHIEU, Optique (Tome I), SEDES, Paris, 1968.
- [12] N.D. JEVANDROV, Polarisation de la lumière (en russe), Ed. Nauka, Moscou, 1969 ; M. MINNAERT, Light and Color in the Open Air, Ed. Dover, New-York, 1954 ; G.P. KÖNNEN, Polarized light in Nature, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1985 ; C.B. BOYER, The Rainbow (From Myth to Mathematics), Princeton University Press, Princeton, 1987.