

Étude à l'ordinateur d'un petit moteur électrique

par Georges ANDRÉ
Lycée P. Mendès-France, 13127 Vitrolles

Les petits moteurs électriques à courant continu sont très souvent munis d'un réducteur de vitesse.

Ils se trouvent dans les systèmes de commande, de régulation, électrophones, magnétophones, modèles réduits, mécano...

Ils sont de plus en plus nombreux sur les voitures : essuie-glace, lève-vitres, lave-glace, ventilation...

Avantages : couple plus important, vitesse réduite, couple et vitesse de rotation plus faciles à mesurer, et pour notre étude, augmentation de la durée de la mesure.

Inconvénient : perte d'énergie dans le réducteur, mais ceci ne nuit pas au début de l'étude et il en est tenu compte dans l'étude des rendements.

APPAREILS UTILISÉS : MOTORÉDUCTEURS

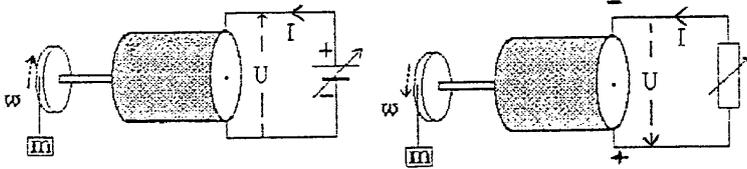
ESCAP - 3, rue de Nazareth - 69003 Lyon

MEDELOR - Tartaras - 42800 Rive de Gier

ESSUIE-GLACE de 4L de récupération

C'est avec le premier que l'on obtient les meilleurs résultats. Il a de plus l'avantage d'être réversible, ce qui permet de l'utiliser en générateur. Mais les résultats sont semblables pour ces 3 appareils.

PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT EN RÉCEPTEUR OU EN GÉNÉRATEUR



LE LOGICIEL

Il a été réalisé avec l'aide d'AUDE Martial et DESARNAUD Jean-Claude formateurs pour l'enseignement assisté par ordinateur à l'académie d'AIX-MARSEILLE.

NIVEAU

Le niveau en physique et en mathématique des classes de terminales scientifiques est suffisant pour explorer la totalité du logiciel.

GRANDEURS à MESURER

Les 4 grandeurs variables qui permettent l'étude sont :

- l'intensité I qui traverse le moteur,
- la tension U à ses bornes,
- la vitesse de rotation ω ,
- la masse soulevée m .

Les valeurs numériques suivantes sont données pour le moteur ESCAP 22C11210E5 muni du réducteur K 24064.

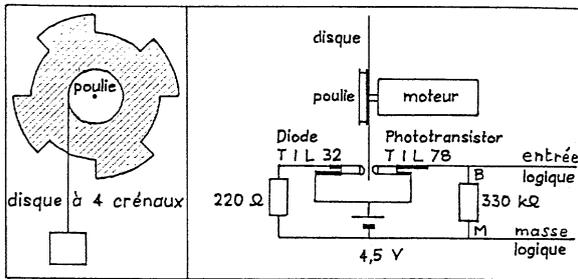
PRÉPARATION

Une poulie est fixée sur l'arbre de sortie du réducteur. Elle permettra de soulever la masse m dont la valeur est entrée au clavier.

Montage destiné à mesurer la vitesse angulaire ω du motoréducteur: Un disque de papier canson noir dans lequel on a découpé 4 créneaux égaux est collé entre 2 disques transparents et collé sur la poulie.

Le petit circuit électronique, détecteur de lumière permettra de compter les créneaux et avec l'intervalle de temps mesuré par le timer de la carte, l'ordinateur calculera alors la vitesse ω .

Relier B à l'entrée logique et M à la masse de la carte d'acquisition.



Mesure de la vitesse de Rotation.

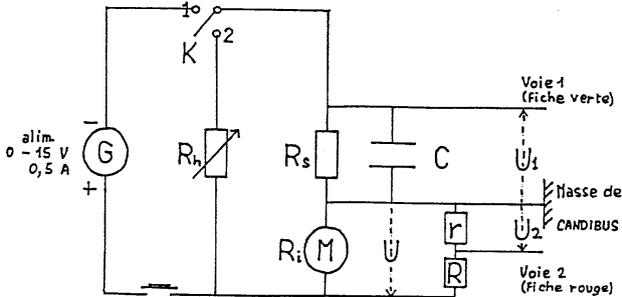
MONTAGE ÉLECTRIQUE ET CONSTANTES DU MONTAGE

La mesure des constantes du circuit :

résistance en série $R_s = 17 \Omega$,

coefficient du pont diviseur $R/r + 1 = 4$,

ainsi que celle des tensions U_1 et U_2 permettront à l'ordinateur de calculer l'intensité I et la tension U .



Mesure de l'intensité et de la Tension.

A. ÉTUDE DU FONCTIONNEMENT EN RÉCEPTEUR

Les calculs utiliseront les grandeurs suivantes :

résistance interne du moteur $R_i = 20 \Omega$,

diamètre de la poulie $D = 32 \text{ mm}$,

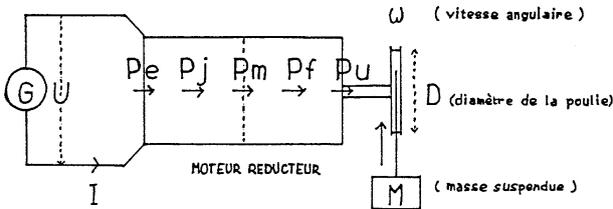
coefficient de réduction de vitesse $C_r = 64$,

vitesse angulaire de la poulie ω ,

vitesse angulaire du moteur $w_1 = C_r \omega$,

tension U aux bornes du moteur, intensité I et masse m .

1. CALCULS DES GRANDEURS RELATIVES AU MOTEUR



Lorsque le régime permanent est atteint :

La puissance électrique reçue par le récepteur : $P_e = UI$ est consommée par effet Joule : $P_j = R_i I^2$ dans le bobinage et autrement que par effet Joule : $P_m = P_e - P_j$.

P_m est la puissance électromagnétique qui permet de calculer la f.c.é.m du moteur : $E' = P_m/I$.

Une partie de cette puissance soit P_f est dissipée en frottements.

On dispose sur l'arbre de sortie de la puissance utile $P_u = mg \omega D/2$.

On peut alors calculer $P_f = P_u - P_m$.

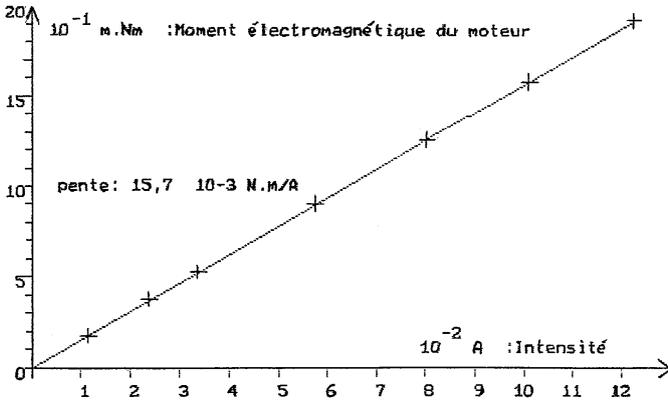
De même on calcule :

Les moments des couples de forces en divisant la puissance par la vitesse angulaire de rotation pour la partie du moteur étudiée.

Ainsi que les rendements des différentes parties de l'appareil.

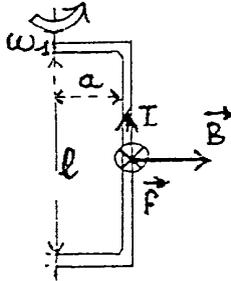
On fait plusieurs mesures en faisant varier la masse suspendue et, ou la tension d'alimentation.

2. COUPLE ÉLECTROMAGNÉTIQUE EN FONCTION DE L'INTENSITÉ



L'expérience montre que le moment du couple des forces électromagnétiques agissant sur le bobinage du moteur $M = P_m/\omega_1$ est proportionnel à I .

La courbe est une droite qui passe par l'origine, de pente K constante pour le moteur choisi, quelles que soient les conditions de fonctionnement.



Interprétation

Ces petits moteurs sont munis d'aimants permanents créant un champ à symétrie radiale.

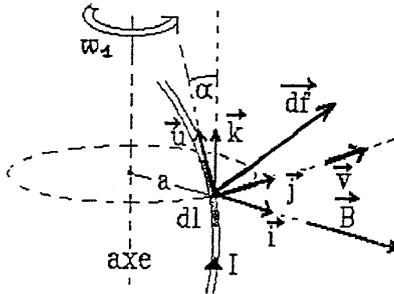
Étude simplifiée

La **force de Laplace** agissant sur un "brin actif" du bobinage $f = B I l$ a pour moment par rapport à l'axe $f a = B I l a$.

Pour n tours de bobinage $M = 2 n B I l a = K I$.

K est le coefficient caractérisant le moteur.

Étude plus générale



Pour un bobinage de forme quelconque. Chaque élément de fil du bobinage est soumis à la force élémentaire :

$$\vec{df} = I d\vec{l} \wedge \vec{B} = I dl B (\vec{u} \wedge \vec{i})$$

où \vec{u} est le vecteur unitaire porté par l'élément de fil et $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ les vecteurs unitaires du trièdre direct.

On projette \vec{df} sur

$$df_1 = \vec{df} \cdot \vec{j} = I dl B (\vec{u} \wedge \vec{i}) \cdot \vec{j}$$

calcul du produit mixte :

$$(\vec{u} \wedge \vec{i}) \cdot \vec{j} = \vec{u} \cdot (\vec{i} \wedge \vec{j}) = \vec{u} \cdot \vec{k} = \cos(\alpha)$$

df a pour couple électromagnétique élémentaire : $df_1 a$

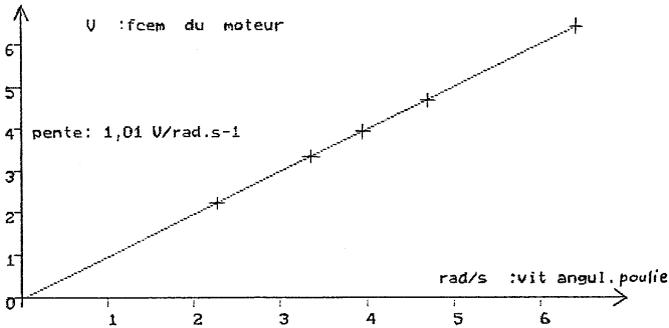
$$M = I \int dl B \cos(\alpha) a = K I$$

3. F.C.É.M EN FONCTION DE LA VITESSE ANGULAIRE DE ROTATION

La f.c.é.m. du moteur est proportionnelle à la vitesse angulaire de rotation : $E' = K \omega_1 = K_m \omega$ avec $K_m = C_r K$.

K est le coefficient caractéristique du moteur.

K_m est le coefficient caractéristique du motoréducteur.



Interprétation par la loi de Faraday

La **f.é.m d'induction** créée par un "brin actif"

$$e = -d\Phi/dt = -B l v$$

Pour n tours de bobinage, la **f.c.é.m** vaut $E' = -\Sigma e$
avec $v = a \omega_1$

$$E' = 2 n B l a \omega_1 = K \omega_1 = K_m \omega$$

De façon plus générale :

$$e = \vec{v} \wedge \vec{B} \cdot d\vec{l} = v B dl (\vec{j} \wedge \vec{i}) \cdot \vec{u} = -a \omega_1 B dl \cos(\alpha)$$

et :

$$E' = - \int e = \int dl B \cos(\alpha) a = K \omega_1 = K_m \omega$$

Pour fixer la f.c.é.m., on fixera la vitesse de rotation.

Pour chaque masse suspendue choisie, régler le potentiomètre de l'alimentation de façon à fixer la vitesse de rotation à la valeur choisie.

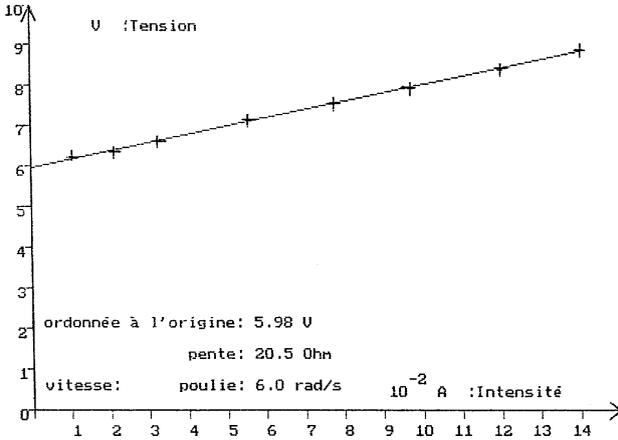
4. CARACTÉRISTIQUE DU RÉCEPTEUR

Pour un tableau de mesures effectué à vitesse constante

On retrouve la loi d'Ohm : $U = E' + RI$

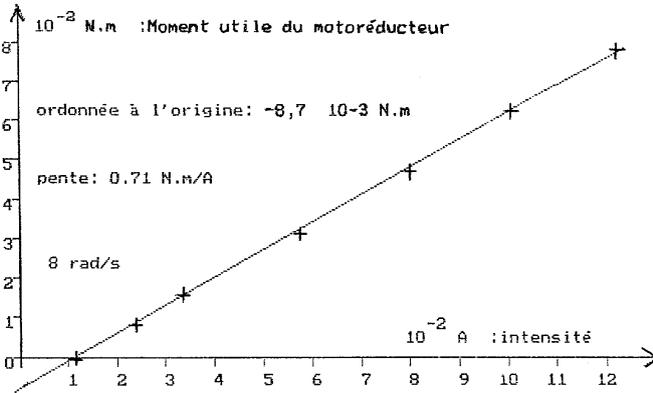
E' l'ordonnée à l'origine est la f.c.é.m. du moteur pour la vitesse de rotation fixée.

R la pente est la résistance interne R_i du moteur.



5. MOMENT DU COUPLE UTILE

$M_u = mg D/2$ est calculé à l'aide des grandeurs du montage.



La courbe $M_u = f(I)$ est une droite d'équation $M_u = KuI - C$.

Interprétation

Pour $m = 0$ on a $I_0 = C/Ku$ c'est l'intensité minimum pour vaincre les frottements de couple C et entraîner, sans masse suspendue, l'appareil à la vitesse ω choisie.

Tout se passe comme si le moteur soulevait alors la masse $m_0 = 2C/gD$.

L'intensité $I = (M_u + C)/K_u$ est proportionnelle à la **charge mécanique totale** du moteur $M_u + C$.

Tout se passe comme si le moteur soulevait la masse $m + m_0$.
I est proportionnelle à la masse totale $m + m_0$.

La charge mécanique du moteur crée un appel d'intensité.

C'est la **loi de Lenz** ou **loi de modération** : le circuit par ses effets réagit de façon à s'opposer aux variations qui lui sont imposées.

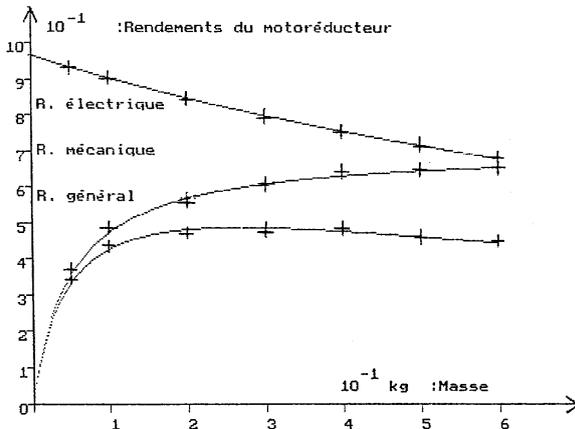
L'augmentation de masse a tendance à réduire la vitesse, pour empêcher cette diminution il y a appel d'intensité.

6. RENDEMENTS EN FONCTION DE LA MASSE SOULEVÉE

Le Rendement d'une partie de l'appareil est définie comme le rapport entre la puissance en sortie et la puissance en entrée de cette partie.

On étudie les rendements pour la partie électrique, la partie mécanique et l'ensemble de l'appareil.

Résultats expérimentaux et courbes de régression pour une vitesse de la poulie maintenue à 6 rad/s.



Observations

- le rendement électrique diminue,
- le rendement mécanique augmente et tend vers une limite,
- le rendement général passe par un maximum.

Étude mathématique

Les **expressions littérales** et les **applications numériques** sont réalisées à partir des résultats des études précédentes: pour l'appareil:

- Moment électromagnétique : $M_m = K_m I$.
- Moment utile : $M_u = K_u I - C$.

a. Rendement électrique

$$R_e = P_m/P_e = E' I / UI = E' / (E' + RI)$$

si $m \nearrow$ $I \nearrow$ et $R_e \searrow$ R_e est une fonction décroissante de m .

En remplaçant I par $(M_u + C)/K_u$ et E' par $K_m \omega$ on trouve $R_e = f(M_u)$.

$$R_e = K_m \omega / [K_m \omega + (M_u + C) R / K_u]$$

avec $M_u = mg D/2$ on peut calculer $R_e = f(m)$.

b. Rendement mécanique

$$R_m = P_u/P_m = M_u/M_m = (K_u I - C)/(K_m I) = (K_u - C/I)/K_m$$

si $m \nearrow$ $I \nearrow$ $C/I \searrow$ $(K_u - C/I) \nearrow$ et $R_m \nearrow$

R_m est une fonction croissante de m qui tend vers K_u/K_m lorsque $m \nearrow$.

de même $R_m = f(M_u) = K_u M_u / [K_m (M_u + C)]$.

On peut également trouver $R_m = f(m)$.

c. Rendement général

La courbe $R_g = R_e \cdot R_m = f(m)$ passe par un maximum.

En effet pour $m = 0$ on a $R_g = 0$.

D'autre part quand $m \nearrow$ $R_e \searrow$ et $R_m \nearrow$ tend vers une limite alors $R_g \searrow$.

Le produit R_g passe donc par un maximum.

Calculs

$$R_g = K_u^2 \omega M_u / [R M_u^2 + (K_u K_m \omega + 2 R C) M_u + (R C^2 + K_m K_u \omega C)]$$

$$R_g(\max) = [K_u^2 \omega] / [(K_u K_m \omega + 2 R C) + 2 \sqrt{(R^2 C^2 + K_m K_u \omega R C)}]$$

$$\text{pour } M_u(\max) = \sqrt{(R C^2 + K_m K_u \omega C) / R}$$

Le logiciel effectue ces calculs littéraux et les applications numériques pour un tableau de mesures réalisé à vitesse constante.

On peut tracer les courbes de régression des rendements.

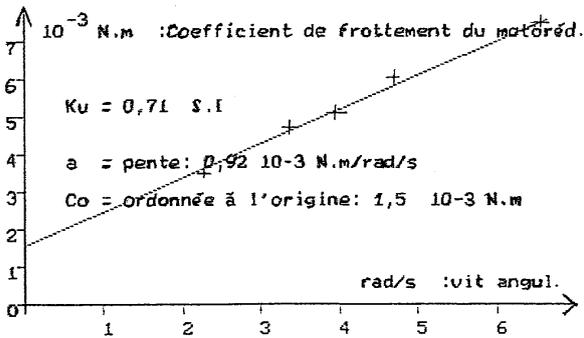
7. COUPLE DES FORCES DE FROTTEMENT

Puissance dépensée en frottements $P_f = P_m - P_u$.

En sortie de réducteur la vitesse angulaire de rotation ω est celle de la poulie.

Le moment du couple de toutes les forces de frottement a pour expression :

$$M_f = M_m - M_u = P_f / \omega = (K_m - K_u)I + C$$



L'expérience montre que C varie linéairement avec la vitesse de rotation ω :

$$C = C_0 + C_1 = C_0 + a \omega$$

Les couples résistants se composent de 3 facteurs :

- C_0 terme constant dû aux frottements solides,
- C_1 terme dû aux frottements visqueux proportionnels à ω ,
- $(K_m - K_u) I = K_f I$ dû à l'utilisation du réducteur.

En effet lorsqu'on charge le réducteur il subit des contraintes au niveau des engrenages d'où un couple de frottement du réducteur qui est proportionnel à la **charge mécanique totale** $M_u + C$ subie par le réducteur donc proportionnel à l'intensité.

Ceci nous permet de trouver les conditions optimales de fonctionnement.

Étude de l'évolution du rendement maximum $R_g(\max) = f(\omega)$.

Lorsque ω augmente $R_g(\max)$ tend rapidement vers une limite.

$$R_g(\max)\text{limite} = K_u^2 / [(K_u K_m + 2 R a) + 2 \sqrt{(R^2 a^2 + K_m K_u R a)}]$$

L'application numérique donne une valeur très légèrement supérieure à 50 %.

B. ÉTUDE DU FONCTIONNEMENT EN GÉNÉRATEUR

Commuter sur 2, la masse descend. On règle ω l'aide du rhéostat Rh.

1. CALCULS DES GRANDEURS RELATIVES À LA DYNAMO

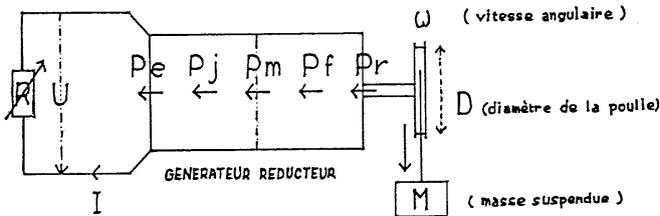
Lorsque le régime permanent est atteint :

La puissance libérée par la chute du poids : $P_r = mg \omega D/2$ est reçue par la dynamo dans laquelle une partie de la puissance est dissipée par frottements : P_f .

La différence est transférée en puissance électromagnétique soit $P_m = P_r - P_f = EI$ où E est la f.é.m du générateur.

Une partie est consommée par effet Joule : $P_j = R_i I^2$.

Le reste est la puissance électrique : $P_e = P_m - P_j = UI$.



On réalise une série de mesures en faisant varier la masse et le rhéostat.

2. F.É.M EN FONCTION DE LA VITESSE ANGULAIRE DE ROTATION

Création d'une f.é.m induite, **loi de Faraday**, on retrouve $E = K_m \omega$.

3. MOMENT ÉLECTROMAGNÉTIQUE EN FONCTION DE L'INTENSITÉ

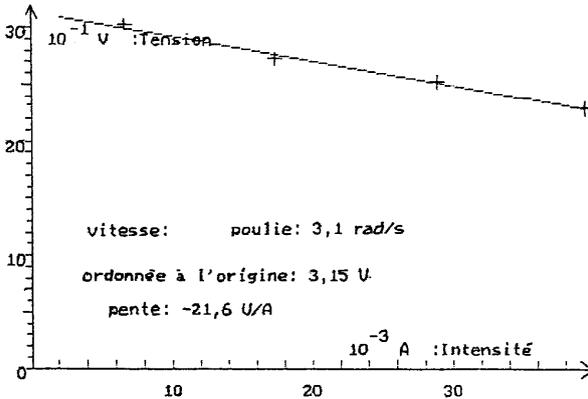
Création d'un courant induit et de **forces de Laplace** qui s'opposent à la chute du poids.

Le mouvement est encore uniforme en régime permanent.

On retrouve $M = K I$ et $M_m = K_m I$.

4. CARACTÉRISTIQUE DU GÉNÉRATEUR

Pour un tableau de mesures effectué à vitesse constante, on retrouve la loi d'Ohm.



5. MOMENT DU COUPLE REÇU

La courbe $M_r = f(I)$ est une droite d'équation $M_r = K_r I + C$.

Interprétation

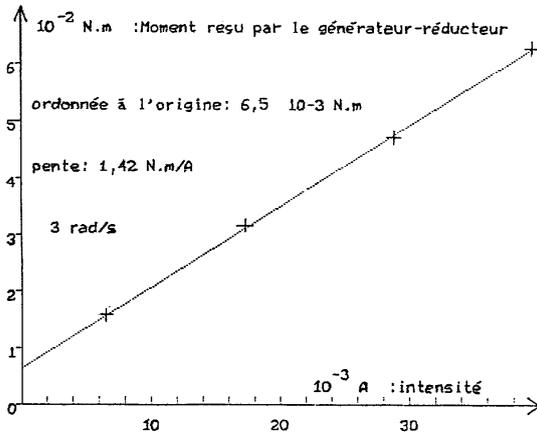
$$M_r = mg D/2$$

pour $I = 0$

on a avec $C = M_{r0}$

$$I = (M_r - M_{r0})/K_r$$

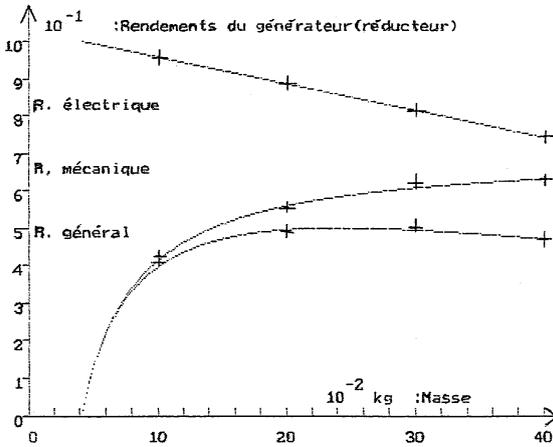
La masse minimum pour vaincre les frottements de couple C et entraîner le générateur à la vitesse ω vaut $m_0 = 2C/gD$. Tout se passe comme si la masse entraînant l'appareil valait $m - m_0$. L'intensité I est proportionnelle à $m - m_0$.



6. RENDEMENTS EN FONCTION DE LA MASSE SUSPENDUE

Résultats expérimentaux et courbes de régression

la vitesse de la poulie est maintenue constante $\omega = 3$ rad/s.



Observations

- le rendement électrique diminue,
- le rendement mécanique augmente et tend vers une limite,
- le rendement général passe par un maximum,
- il faut une masse minimum m_0 pour entraîner la dynamo,
- les courbes commencent à $m = m_0$.

Étude mathématique

Les **expressions littérales** et les **applications numériques** sont réalisées à partir de résultats des études précédentes :

- Moment électromagnétique $M_m = K_m I$,
- Moment reçu $M_r = K_r I + C$.

a. Rendement électrique

$$R_e = P_e/P_m = UI/EI = (E - RI)/E$$

si $m \nearrow$ $I \nearrow$ et $R_e \searrow$

R_e décroît linéairement avec m .

Pour $I = 0 \rightarrow m = m_0 = 2C/gD$ et $R_e = 1$ (valeur maxi).

En remplaçant I par $(M_r - C)/K_r$ et E par $K_m \omega$

On calcule $R_e = f(M_r)$ et $R_e = f(m)$.

$$R_e = [1 - R / K_m \omega][(M_r - C) / K_r].$$

b. Rendement mécanique

$$R_m = P_m/P_r = M_m/M_r = K_m I / (K_r I + C) = K_m / (K_r + C/I)$$

si $m \nearrow$ $I \nearrow$ $C/I \searrow$ $(K_r + C/I) \searrow$ et $R_m \nearrow$

R_m est une fonction croissante de m qui tend vers K_m/K_r lorsque m augmente.

On calcule de même $R_m = f(M_r)$ et $R_m = f(m)$.

$$R_m = [K_m/K_r][(M_r - C) / M_r].$$

c. Rendement général

Quand $m \nearrow$ $R_e \searrow$ et R_m tend vers une limite alors $R_g = R_e R_m$ passe par un maximum.

On trouve également les expressions :

$$R_g = [-R M_r^2 + (K_r K_m \omega + 2 R C) M_r - (R C^2 + K_m K_r \omega C)] / [K_r^2 \omega M_r]$$

$$R_g(\max) = [(K_r K_m \omega + 2 R C) - 2 \sqrt{(R C^2 + K_m K_r \omega C)}] / [K_r^2 \omega]$$

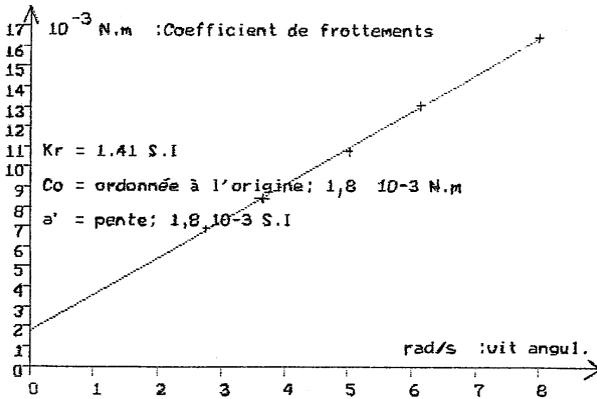
$$\text{pour } M_r(\max) = \sqrt{(R C^2 + K_m K_r \omega C)} / R.$$

7. COUPLE DES FORCES RÉSIDANTES

La courbe $M_{F'} = M_r - M_m = f(I)$ est une droite d'équation :

$$M_{F'} = K_{F'} I + C = (K_r - K_m) I + C \quad \text{avec} \quad K_{F'} = K_r - K_m$$

Remarque : $K_f > K_f$ car les efforts sur les engrenages du réducteur sont plus importants dans ce sens de fonctionnement. La réversibilité mécanique n'étant pas symétrique.



Calcul de $R_g(\max) = f(\omega)$ avec $C = C_0 + a \omega$.

Lorsque ω augmente $R_g(\max)$ tend rapidement vers une limite un peu supérieure à 50 % :

$$R_g(\max)\text{limite} = [(K_r K_m + 2 R a) - 2 \sqrt{R^2 a^2 + K_m K_r R a}] / K_r^2$$

COMPARAISON DES MOTEURS ÉTUDIÉS

Moteur A : ESCAP 22C11210E5 avec réducteur K 24064 (500 F environ),

Moteur B : ESCAP 22611208 5 avec réducteur K 24064 (650 F environ),

Moteur C : MEDELOR motoréducteur 385 (100 F environ),

Moteur D : Moteur d'essuie-glace de 4L (100 F environ).

	A	B	C	D
Résistance interne (Ω)	20	42	3,2	2
Coefficient réducteur	64	64	60	50
Diamètre de la poulie (mm)	32	32	38	36
K_m du motoréducteur (SI)	1,00	1,26	0,64	2,5
K_u du motoréducteur (SI)	0,72	0,98	0,38	1,1
K_f du motoréducteur (SI)	0,28	0,28	0,26	1,4
Rend.méca.limite = K_u/K_m	72 %	78 %	59 %	44 %

Pour une vitesse de rotation de la poulie de 6 rad/s

Tours/minute moteur	3670	3670	3440	2900
C frottements (10^{-3} Nm)	8	8	140	840

Au maximum du rendement général du motoréducteur

Rendement électrique	80 %	80 %	52 %	70 %
Rendement mécanique	60 %	64 %	40 %	32 %
Rendement général	49 %	51 %	21 %	22 %
Masse suspendue (kg)	0,270	0,240	1,500	16
Couple utile (Nm)	0,042	0,038	0,280	2,820
Couple électroma. (Nm)	0,070	0,059	0,700	8,820

De part leur conception : mécanique de qualité qui limite les frottements, rotor sans fer qui élimine les pertes par hystérésis et courants de Foucault,

Les deux premiers moteurs, permettent une très bonne vérification des lois de l'électromagnétisme.

BIBLIOGRAPHIE

Cours d'électrotechnique de l'E.N.S.P de Marseille par R.TRIGLIA.

B.U.P. n° 721 par R. MOREAU.

B.U.P. n° 705 par R. MOREAU et M. BARTASTE.