# Étude du régime de décharge d'un condensateur dans un circuit R, L avec une carte Candibus et le logiciel Regressi

par Philippe JULIARD LTR Henri Brisson, 18100 Vierzon et Jean-Michel MILLET Lycée Descartes, 37000 Tours

MONTAGE



Le B.F. délivre une tension continue ~ 4 V.

C (boîte A.O.I.P.) : C ~ 2  $\mu$ F.

L bobine de labo sans fer : L ~ 71 mH ;  $R_0 \sim 11 \Omega$ .

R (boîte A.O.I.P.) : variable.

K<sub>1</sub> fermé, K<sub>2</sub> ouvert : charge de C.

K1 ouvert, K2 fermé : décharge de C dans R, L.

Le candibus est branché aux bornes de C et on enregistre  $u_C$  en fonction de t.

### THÉORIE

Équation différentielle vérifiée par u<sub>C</sub> :

$$\frac{d^2 u_C}{dt^2} + 2 k \omega_0 \frac{du_C}{dt} + \omega_0^2 u_C = 0$$
$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad ; \quad k = \frac{1}{2} \left( R + R_0 \right) \sqrt{\frac{C}{L}} = \frac{1}{2} \left( R + R_0 \right) C \omega_0$$

Résistance critique pour le circuit étudié :  $R_C + R_0 \sim 377 \Omega$ . Pulsation propre :  $\omega_0 = 2654 \text{ rads}^{-1}$ .

### RÉGLAGE DU CANDIBUS PILOTÉ PAR LE LOGICIEL REGRESSI

Une acquisition déclenchée par un seuil descendant (~ 3,9 V). Entre deux mesures : 0,1 ms.

Durée de l'acquisition : entre 2 ms et 12 ms suivant le cas.

### **RÉSULTATS OBTENUS**

### 1. En régime pseudo périodique

Plusieurs enregistrements de  $u_C (\equiv V_A)$  ont été effectués pour R variant de 0  $\Omega$  à 70  $\Omega$ .

La page A est un de ces enregistrements pour  $R = 30 \Omega$ .

La modélisation a été effectuée entre les points marqués x à partir de l'équation différentielle du  $2^{nd}$  ordre :

$$V_{A}'' = -2 * k * 2650 * V_{A}' - 2650 * 2650 * V_{A}$$
$$= \frac{d^{2} u_{C}}{dt^{2}} \qquad = \frac{du_{C}}{dt} \qquad = u_{C}$$

V<sub>A</sub>" est calculée par le logiciel.

 $\omega_0=2650\ rads^{-1}$  peut être calculée pas modélisation. D'une valeur de R sur l'autre, le résultat reste remarquablement constant ; pour gagner du temps sur les calculs nous avons donc introduit la valeur numérique mais ce n'est pas une obligation.

Résultats de la modélisation : cf page A pour les valeurs de V'A, et k.

 $V'_{A_0}$ : valeur initiale de  $\left(\frac{du_C}{dt}\right)$  (au 1<sup>er</sup> point de l'intervalle de modélisation).

Écart relatif sur VA: 0,62 %

Excellent accord entre points expérimentaux et courbe modélisée.

834

<u>Page B</u> : La même modélisation ayant été effectuée pour différentes valeurs de R, la page B récapitule les valeurs de R et k. (R varie de 0 à 70  $\Omega$ , de 10  $\Omega$  en 10  $\Omega$ ).

On représente k en fonction de R et on modélise :

$$k = \frac{1}{2} \left( R + R_0 \right) \sqrt{\frac{C}{L}} = 0.5 * \left( R + R_0 \right) * 5.3 * 0.001$$

On vérifie ainsi la linéarité de k avec R et on obtient la valeur de  $R_0$  (résistance de la bobine).

Là aussi l'accord est excellent.

<u>Page C</u>: A partir des valeurs de  $u_C$  enregistrées on peut faire calculer par le logiciel :

• Énergie dans le condensateur :  $w_C = \frac{1}{2} C u_C^2$ 

avec :  $C = 2 \mu F$  et  $w_C en \mu J : w_C = u_C * u_C$ 

• Énergie dans la bobine :  $w_L = \frac{1}{2}L i^2 = \frac{1}{2}LC^2 \left(\frac{du_C}{dt}\right)^2$   $w_L = \frac{1}{2}C \times \frac{1}{\omega_0^2} \times \left(\frac{du_C}{dt}\right)^2$ avec :  $C = 2 \mu F$  et  $w_L$  en  $\mu J$  :  $w_L = (1,424 e^{-7}) * \left(\frac{du_C}{dt}\right)^2$ 

<u>Remarque</u> :  $\frac{du_C}{dt} = V_A$ ' déjà calculé.

• Energie «totale» dans le circuit :  $w_{tot} = w_C + w_L$ 

Page C: On représente  $w_{tot}$  en fonction de t. On modélise par la fonction représentant théoriquement les variations de  $w_{tot}$  en régime pseudo périodique. On a ainsi une nouvelle façon de retrouver le coefficient d'amortisseur k.

La page C correspond à  $R = 30 \Omega$ ; on retrouve une valeur de k en accord avec celle trouvée page A (~ 103 m).

<u>Remarque</u> : il apparaît lors de la décroissance de w<sub>tot</sub> des paliers sur lesquels  $\frac{dw_{tot}}{dt} = 0$ .

<u>Interprétation</u> :  $w_{tot}$  reste constant lorsque i = 0 (disparition momentanée de l'effet Joule).

cf page **D** : on superpose  $w_{tot}$  (t) et V'<sub>A</sub> (t).

 $V'_A(t) \left(\equiv \frac{du_C}{dt}\right)$  étant proportionnelle à i, il y a bien concordance entre i = 0 et  $\frac{dw_{tot}}{dt} = 0.$ 

 $\underline{\text{Page } E} : \text{Analogue à la page } B \text{ mais pour les modélisations de w}_{tot}, \\ R \text{ variant de 0 à 70 } \Omega. \text{ Notez la concordance entre les valeurs de k} \\ \text{page } B \text{ et celles de la page } E. \\ \end{array}$ 

### 2. En régime critique (ou autour)

cf pages F et G analogues des pages A et B.

### 3. En régime apériodique

cf pages H et I analogues des pages A et B.

#### CONCLUSION

On voit sur cet exemple physiquement simple l'intérêt de l'outil informatique :

- possibilité d'étudier complètement un phénomène transitoire ;

- possibilités poussées de modélisation permettant de vérifier la concordance entre théorie et expérience ;

- Mise en évidence de phénomènes ignorés jusque là : c'est la cas ici pour la façon dont décroît  $w_{tot}$  en régime pseudopériodique (existence de paliers).

# Page A

**Modélisation :** 

 $V_{A}'' = -2 * k * 2650 * V_{A}' - 2650 * V_{A}; R = 30 \Omega; V_{A}' 0 = -6.5947.10^{3} \pm 11 k = 109.8 m \pm 220 \mu;$  Écart relatif sur  $V_{A} = 0,62 \%$ 





#### Modélisation :

 $k = 0.5 * (R + R_0) * 5.3 * 0.001;$   $R_0 = 11.467 \pm 260 \text{ m};$  Écart relatif sur k = 0.70 %.



### Page C

#### **Modélisation :**

$$\begin{split} & W_{tot} = W_0 * (\exp{(-5300 * k * t)}) * (1 + k * \cos{(5300 * (sqrt (1 - k * k)) * (t - t_0))}) \\ & R = 30 \ \Omega; \quad W_0 = 13.31 \pm 100 \ m \ k = 108.91 \ m \pm 1.1 \ m \ t_0 = -144.84 \ \mu \pm 11 \ \mu \\ & \text{Écart relatif sur } W_{tot} = 2.0 \ \%. \end{split}$$







Courbe C

#### Page E

#### **Modélisation :**

 $k = 0.5 * (R + R_0) * 5.3 * 0.001;$   $R_0 = 11.477 \pm 300 \text{ m};$  Écart relatif sur k = 0.79 %





# Page F

#### **Modélisation :**

 $\begin{array}{ll} V_{A}{}''=&-2*k*2650*V_{A}{}'-2650*2650*V_{A}{}; & R=350\;\Omega\\ V_{A}{}'0=&-4.411\;k\pm46\quad k=967.5\;\;m\pm3,5\;m; & \text{Écart relatif sur }V_{A}=0,\!43\;\% \end{array}$ 



# Page G

#### Modélisation :

 $k = 0.5 \, * \, (R + R_0) \, * \, 5.3 \, * \, 0.001; \quad R_0 = 12.602 \pm 2.2; \quad \text{\' Ecart relatif sur } k = 0.92 \, \, \%$ 





# Page H

 $\begin{array}{l} \mbox{Modélisation:} \\ V_A{''} = -\ 2 * k * 2650 * V_A{'} - 2650 * 2650 * V_A; \\ V_A{'0} = -\ 494.93 \pm 77 \quad k = 2.1543 \pm 5.6 \ m; \\ \end{array} \\ \begin{array}{l} \mbox{Écart relatif sur } V_A = 0.38 \ \% \end{array}$ 

Courbe H



840

# Page I

 $\begin{array}{ll} \mbox{Modélisation:} \\ \mbox{$k=0.5*(R+R_0)*5.3*0.001$; $R_0=13.572\pm1.5$; $ Écart relatif sur $k=0.32 \%$} \end{array}$ 



Courbe I