Chiffres significatifs Les données numériques d'un exercice L'écriture d'un résultat numérique en physique (1er cycle)*

par M. CALVEZ
C.E.S. Fontenelle, 76000 Rouen

1. LE PROBLÈME

1.1. Les textes officiel (6e)**

«Dans le cas de solides de formes géométriques simples, la comparaison des résultats du calcul et de la mesure sera une première occasion de discuter le nombre de chiffres significatifs d'un résultat. On introduit ainsi la notion d'incertitude dans les mesures et on proscrit tout encadrement». Ceci est un extrait des commentaires, on trouve plus loin «on profitera des pesées réalisées par les élèves pour dégager à nouveau les premières notions sur les incertitudes au cours des mesures, en limitant la discussion au nombre de chiffres significatifs écrits».

1.2. Les différences de langage

Chiffres significatifs ! Incertitude ! Ce dernier mot est aussi utilisé en mathématiques mais semble-t-il avec un sens différent de celui que lui donne le physicien. En mathématiques on travaille beaucoup plus avec les encadrements et lorsqu'il est demandé par exemple un encadrement à 10^{-2} près, l'écart entre les mesures approchées par défaut et par excès est de 1×10^{-2}.

Les chiffres significatifs sont les chiffres dont l'écriture dans un résultat de mesure ou de calcul a un sens.

* Article paru dans un bulletin de liaison de l'académie de Rouen suite à un stage de liaison maths physique 3e - 2e.

** La physique a disparu en 6e et 5e mais le problème demeure (NDLR).

Cela paraît simple. En fait la mise en pratique est délicate d'autant plus que les mots «incertitude» et «précision» ne semblent pas devoir être définis (les commentaires n'en parlent pas).

D'après les conversations que nous avons eues avec les collègues de maths lors du stage «math physique» il semble qu'il y avait un problème de vocabulaire entre nous : le terme précision en maths correspondrait à l'incertitude absolue du physicien.

2. MAIS QU'EST-CE QU'UN CHIFFRE SIGNIFICATIF ?

Montrons-le sur quelques exemples.

2.1. Premier exemple

Les nombres 527 ; 52,7 ; 5,27 ; 0,527 ; 0,0527 ont trois chiffres significatifs : 5, 2 et 7.

Si on admet que chacun porte une incertitude absolue de une unité du dernier chiffre écrit la précision sur chaque nombre (c'est-à-dire l'incertitude relative) est :

$$\frac{1}{527}\ ;\ \frac{0,1}{52,7}\ ;\ \frac{0,01}{5,27}\ \ldots \text{ soit } 2 \times 10^{-3} \text{ environ}$$

Par contre 527,0 ; 527,1... portent quatre chiffres significatifs. On vérifiera de la même manière qu'ils portent tous une précision de 2×10^{-4} environ.

– 527,20 ; 527,00 ; 527,26 portent cinq chiffres significatifs ; ils sont donnés avec une précision voisine de 5×10^{-5}.

Remarque importante :

Si on compare 0,0527 et 527,00 on peut remarquer que les zéros de 0,0527 ne sont pas significatifs alors que ceux de 527,00 le sont.

2.2. Deuxième exemple

On donne souvent la charge de l'électron sous la forme $q = -1,6 \times 10^{-19}$ C ; le 1 et le 6 sont significatifs. Cette charge est donnée avec une précision de : $\frac{0{,}1 \times 10^{-19}}{1{,}6\ 10^{-14}} = 5\ \%$. Si on l'écrivait 0,000........ 016 C on n'aurait toujours que deux chiffres significatifs mais on conviendra que c'est plus simple d'écrire $1{,}6 \times 10^{-19}$C...

On écrit souvent le nombre d'Avogadro N = $6{,}02 \times 10^{+23}$.

Il est alors écrit avec une précision de 2 ‰ environ.

On ne l'écrira pas $6{,}02\overset{..23\ \text{chiffres}..}{................}$ Il comporterait alors 24 chiffres significatifs ce qui est absurde.

Sur cet exemple apparaît l'intérêt de l'écriture scientifique ($a \times 10^n$) d'un nombre, les seuls chiffres significatifs étant ceux de a. $1 < a \leq 10$.

2.3. Troisième exemple

Supposons que le résultat d'un calcul donne 165 642,5 cm^3. Précision de 10^{-7} environ ! En écrivant $1{,}65 \times 10^5$ la précision est encore de 6 % ce qui est souvent suffisant.

On écrira $1{,}65 \times 10^5\ cm^3 = 1{,}65 \times 10^2\ dm^3$ ou 165dm^3, la précision est la même. Par contre on n'écrira pas 165642500 mm^3 pas plus que 165642,5 cm^3 !

3. COMMENT S'Y PRENDRE AVEC NOS ÉLÈVES ?

Puisque les programmes nous l'imposent et aussi parce que c'est très important, il faut parler des chiffres significatifs dès la 6^e puis, quand l'occasion se présente, on 5^e, 4^e et 3^e même si les commentaires n'en parlent plus.

La progression doit être lente, c'est la règle.

3.1. En 6^e

Lors des mesures des longueurs, des masses, des volumes, il conviendra de faire prendre conscience que toute mesure aboutit forcément à un résultat incertain. Par exemple il n'est pas question de prétendre mesurer à 0,01 mm près ou à 0,1 mm près une longueur avec un double décimètre. C'est facile à comprendre par l'élève moyen.

De même lors des calculs des volumes de cubes, de parallèlépipèdes, de cylindres il conviendra de faire comprendre, tenant compte de l'imprécision des résultats des mesures des dimensions, qu'il n'est pas possible de garder tous les chiffres que nous donne l'opération (ou la calculatrice).

En 6^{e} il faut rester modeste et, après les remarques précédentes, on se contentera d'imposer l'unité et «le nombre de chiffres après la virgule» (combien de chiffres après la virgule donne-t-on ? demande toujours un élève).

Dans une étape ultérieure qui pourra se situer en 4^{e} on devra faire comprendre qu'écrire 4 et 4,0 ne revient pas au même. Les textes des exercices pourront faire apparaître cette façon de faire.

De même on commencera à utiliser l'écriture scientifique $a \times 10^{n}$ en 4^{e}.

3.2. **En 3^{e}**

On s'attachera à écrire correctement un résultat de calcul avec le nombre de chiffres significatifs qui convient en tenant compte de l'écriture des données et en n'oubliant pas que la précision des données limite forcément la précision d'un résultat, qu'en général la précision du résultat ne peut excéder la précision de la donnée la moins précise. En fait les notions d'incertitude et de précision n'étant pas au programme, il conviendra d'habituer les élèves à faire apparaître dans le résultat un nombre de chiffres significatifs qui ne sera jamais supérieur à celui des données.

3.3 **Des exemples concrets**

a) En 6^{e}, les élèves disposent d'un cube dont ils ont mesuré l'arête a.

On cherche le volume du cube.

Le double décimètre est l'instrument de mesure.

L'arête a = 32 mm. On demandera de calculer le volume en cm^3 et de l'évaluer au cm^3 près.

$V = a^3$

$V = 32 \times 32 \times 32 = 32768$

$V = 32{,}768\ mm^3 \sim 33\ cm^3$

b) Les élèves disposent d'un cylindre. On désire en connaître le volume par le calcul à partir des mesures de D et h. On utilise encore un double décimètre. On trouve par exemple :

D = 16 mm h = 29 mm

$$V = \pi R^2 \times h = \pi \left(\frac{D}{2}\right)^2 h = \frac{\pi D^2}{4} \times h$$

V = 5827,84 mm^3 s'ils ont posé les opérations en prenant $\pi = 3{,}14$.

V = 5830,79 mm^3 s'ils ont utilisé la touche π de la calculatrice.

Comment écrire le résultat ?

On demandera d'écrire le résultat en cm^3 avec un chiffre après la virgule.

$V \sim 5{,}8\ \text{cm}^3$

c) La masse volumique du fer donnée par une table de valeurs numériques est 7,8 g/cm^3. On mesure avec une balance de Roberval la masse d'un objet en fer, on trouve m = 325,2 g. Quel est le volume de l'objet ? On l'exprimera en cm^3 au cm^3 près.

$$V = \frac{325{,}2}{7{,}8} = 41{,}6923...$$

$V \sim 42\ \text{cm}^3$

d) En 3^e (programme actuel) on pourra demander d'évaluer la résistance d'un résistor. La tension aux bornes du résistor mesurée au voltmètre est U = 3,1V, l'intensité du courant qui le traverse est $I = 2{,}2 \times 10^{-4}$ A

$$R = \frac{U}{I} = 14{,}090409 \times 10^3\ !$$

I et U étant connues avec deux chiffres significatifs, R sera donnée avec deux chiffres significatifs soit :

$R \sim 14 \times 10^3\ \Omega$ ou 14 kΩ

e) On pourra reprendre l'exercice b (6^e) en 3^e

Les mesures de D et l ont été prises au palmer à 10^{-2} mm près.

$$V = \frac{\pi D^2}{4} \times h \qquad \text{Si } D = 15{,}86 \text{ mm}$$

h = 29,00 mm

Tous les élèves utilisant la calculatrice... et la touche π.
On trouve V = 5729,2034 en mm^3. Les données étant fournies avec quatre chiffres significatifs on écrira 5729 mm^3 ou 5,729 dm^3.

f) La masse volumique du fer ρ = 7,8 g/cm^3 55,9 g de fer sont formés à partir de $6,02 \times 10^{23}$ atomes de fer.

Quel nombre n d'atomes de fer y-a-t-il dans 2,0 cm^3 de fer ?
2,0 cm^3 ont une masse de 15,6 g.

$$n = 6,02 \times 10^{+23} \times \frac{15,6}{10^{23}} = 1,63 \times 10^{23}$$

Tenant compte du fait que la masse volumique et le volume sont donnés avec deux chiffres significatifs on écrira :

$$n \sim 1,7 \times 10^{23}$$

g) Une distance astronomique d est donnée en a.1
l'exprimer en km.

Exemple : d = 5,1 a.1

En prenant $V = 3 \times 10^5$ km $\times$ s^{-1}

1 an = 365 jours, le calcul conduit, avec la calculatrice à $d = 4,825 \times 10^{13}$ km.

On prendra $d \sim 4,8 \times 10^{13}$ km.