Le déterminisme et le hasard dans la tête des élèves
ou
de l'utilité du traitement statistique des séries de mesures

par Marie-Geneviève SÉRÉ
L.I.R.E.S.T. - Université Paris-Sud

L'enseignement du traitement statistique des séries de mesures fait maintenant partie des programmes officiels des lycées. Les enseignants ont quelques difficultés à y intéresser les élèves. Pourquoi ne pas proposer à ceux-ci un petit détour par une réflexion sur le déterminisme et le hasard dans les phénomènes physiques ?

DÉTERMINISME OU HASARD ?

Le déterminisme

Nous partirons d'une situation banale : un lycéen ou un étudiant entamant des études scientifiques* fait des mesures pendant des travaux pratiques. Que se passe-t-il dans sa tête, quand, après avoir fait une mesure avec soin, il recommence et qu'il ne trouve pas la même chose ? Quelques observations faites au cours de séances de travaux pratiques, montrent que les élèves ne parlent pas spontanément de hasard. Ils sont au contraire souvent capables d'énumérer de façon pertinente de nombreuses justifications de l'écart observé [1]. Ils voient assez bien que les écarts peuvent provenir de l'appareil de mesure (ce sont par exemple tous les problèmes provenant de l'épaisseur d'une graduation), de l'expérimentateur (c'est par exemple la parallaxe ou les difficultés pour bien déclencher un chronomètre), ou du phénomène à étudier lui-même (c'est par exemple, l'étalement en tâche du foyer d'une lentille). Bien souvent, l'évaluation correcte de l'incertitude oblige à tenir compte de plusieurs de ces causes. Le problème devient alors difficile, non seulement pour l'élève parce qu'il est élève et donc

* Nous appellerons ici «élèves» des lycéens et des étudiants de première année d'Université.

novice (certains en arrivent au scepticisme : «on ne peut rien dire» ou même «ces résultats sont suspects»), mais aussi pour le physicien expert en la matière.
Comment s'articulent donc toutes ces causes d'erreur sur une même mesure ? La coutume enseignante revient souvent à mettre au point des travaux pratiques où l'appareil de mesure est choisi avec la pré-occupation que l'évaluation de la seule incertitude due à l'appareil soit satisfaisante (en ce sens qu'elle est prépondérante par rapport aux autres). Le sacro-saint «+ ou – une division», ou sa variante, le «+ ou – 1/2 division» donnent alors des résultats cohérents. Cette pratique ne reflète pas la complexité de l'évaluation de l'incertitude, mais elle permet de faire des T.P. tout de même intéressants au lycée, sans avoir à traiter tous les problèmes à la fois.

Quoi qu'il en soit, ces remarques permettent d'affirmer que, lors de ces activités, les élèves sont parfaitement déterministes. Ils repèrent des causes, et pour eux les mêmes causes doivent produire les mêmes effets. Leur hypothèse semble être que, si on maîtrisait toute la complexité de l'expérience, les phénomènes seraient parfaitement reproductibles. Or, dès que la complexité devient trop grande, dès que le nombre de causes de différences entre les résultats de mesure augmente, le physicien (et de nos jours l'enseignant devrait le faire [2]), fait appel à d'autres méthodes provenant des statistiques.
C'est que la méthode qui consiste à évaluer la borne supérieure de l'erreur par une sorte d'accumulation des sources d'erreurs possibles, conduit à des incertitudes si grandes qu'elles en perdent leur intérêt. Le physicien renonce alors à l'identification des causes d'erreurs dites aléatoires, fait plusieurs mesures, un peu comme si, au lieu de spéculer sur la dispersion il préférait expérimenter. Il exploite cette série de mesures à l'aide de l'outil statistique.

Que peut alors penser un élève de l'utilisation des statistiques ? Quelques enquêtes seraient les bienvenues pour faire le point à ce sujet, mais on peut dire que pour tout un chacun, les statistiques s'appliquent d'une part aux «jeux» de <u>hasard</u> (le loto, la roulette, etc... donnent lieu à des statistiques à propos desquelles on peut énoncer des résultats), d'autre part aux <u>grands nombres</u> (les sondages, les enquêtes médicales, etc... permettent une meilleure connaissance d'une population, grâce à des résultats statistiques). C'est à peu près ce que pense la moyenne des adultes [3]. Rappelons par ailleurs qu'en première et terminale, les élèves sont censés acquérir quelques notions de statistiques descriptives, sans utiliser aucune loi.

L'élève est donc mis dans la situation de se poser des questions sur cette utilisation nouvelle des statistiques, qui lui est proposée. Il peut se demander ce qu'elles viennent faire dans l'activité de mesurage, puisqu'il s'agit de phénomènes qui sont plutôt déterministes et qui ne concernent pas vraiment des grands nombres, car on fait rarement plus de dix mesures identiques en T.P.

La question est de savoir comment s'organisent pour l'élève son propre déterminisme et l'utilisation des statistiques. La réponse à cette question pourrait vraisemblablement aider les enseignants à élaborer des explications qui favorisent une mise en place harmonieuse de ces notions.

Le déterminisme et le hasard

Un excellent livre : LA PHYSIQUE DU HASARD de Ch. RUHLA [4], apporte toute la clarté nécessaire sur ce que recouvre ce mot fourre-tout qu'est le hasard. Notons dès maintenant que les mots de fortuit et d'aléatoire, parfois utilisés dans les descriptions ou les explications de ce qu'est le hasard, n'apportent aucun attribut supplémentaire à l'idée de «dû au hasard». Ces mots ne disent guère plus que : « imprévisible».

C'est également ce qu'expriment les quelques élèves que nous avons interrogés à ce sujet. Certains explicitent cette impossibilité de prévoir surtout par le fait que ce qui est dû au hasard échappe au contrôle de l'homme. Certains insistent sur le fait que ce qui est dû au hasard échappe à «la science». En réalité le mot de hasard n'en dit pas tant, il exprime seulement l'imprévisible. Mais l'imprévisible a plusieurs modalités possibles. C'est ce que Ch. Ruhla exprime en mettant dans les titres de ses chapitres des expressions telles que : le hasard par ignorance, le hasard par conviction, le chaos déterministe, le hasard par essence, etc... C'est aussi ce que font des physiciens qui opposent «chaos déterministe» et «bruit aléatoire» en leur attribuant une nature différente [5]. Car il y a du hasard dans les phénomènes non déterministes, mais il y en a aussi dans les phénomènes déterministes. Le hasard vient se loger là, en particulier dans le mesurage, par le biais de l'accumulation d'un grand nombre de petits écarts à la loi qui régit le phénomène.

Dire que là se rejoignent le déterminisme et le hasard a le flou de la vulgarisation. Un théorème solide et rigoureux exprime la même chose : le théorème central limite. Ch. RUHLA en donne deux formulations :

– «si un phénomène aléatoire global est la somme d'un très grand nombre de phénomènes aléatoires élémentaires, ayant chacun une distribution quelconque, mais étant tous de faible amplitude, alors la distribution du phénomène aléatoire global est une distribution de Gauss» (appelée également distribution normale)* ;

– une autre plus intuitive est : «la somme de n'importe quoi est une gaussienne».

C'est à cause de ce théorème que le même outil mathématique statistique s'applique à des phénomènes déterministes et à des phénomènes non déterministes.

Pour ne pas perdre nos élèves en chemin quand on « introduit» les statistiques, peut-être est-il utile de bien situer les choses. Il faut sans doute se rendre compte que d'étudier une émission radioactive, ou traiter statistiquement des séries de mesures, sont des activités de natures bien différentes du point de vue du déterminisme.

Le déterminisme, le hasard et les grands nombres

On peut schématiser de la façon suivante la démarche qui justifie qu'on exploite une série de mesures à l'aide de statistiques :

– il y a un aspect aléatoire dans la dispersion obtenue lors d'opérations de mesurage,

– le théorème central limite dit que la dispersion d'une série d'un nombre infini de mesures a une répartition gaussienne,

– la théorie des statistiques permet de donner une estimation de la moyenne et de l'écart-type de la répartition de Gauss dont est extraite la série de N mesures,

– la théorie des statistiques donne une valeur pour la grandeur mesurée avec un intervalle de confiance qui est fonction d'un niveau de confiance qu'on se fixe. L'intervalle de confiance est d'autant plus petit que N est plus grand.

Une analyse [6] de quelques manuels de cours ou de travaux pratiques de différentes Universités de France ou d'ailleurs, montre que chaque exposé prend un ou plusieurs morceaux de cette suite d'étapes. C'est ainsi que plusieurs affirment que la dispersion a à faire avec le hasard en décrivant les écarts aléatoires. Un des arguments, (mais il n'est pas toujours employé), est que les erreurs aléatoires sont autant par excès que par défaut, contrairement aux erreurs sys-

* Les lecteurs qui n'auraient pas ce théorème important présent à l'esprit, peuvent en trouver une illustration quelques paragraphes plus loin : l'appareil de Galton.

tématiques. Ou encore on évoque le caractère absolument incontrôlable des erreurs aléatoires, contrairement aux erreurs systématiques. On peut corriger les unes. On ne peut pas corriger les autres. D'autres exposés évoquent aussi des erreurs systématiques difficiles à détecter et à corriger. Ou encore on décrit l'aléatoire comme accidentel.

Dans ce choix que fait chaque auteur parmi les étapes ci-dessus, il y a un passage obligé : c'est la répartition de Gauss. Tous disent que, si l'expérimentateur faisait une infinité de mesures, il obtiendrait une répartition de Gauss. Cela est présenté soit comme une conséquence de l'intervention du hasard argumenté précédemment, soit comme précisément le signe que le hasard intervient. De toutes façons c'est de cette répartition de la population en loi normale qu'on déduit la légitimité d'utiliser un certain nombre de théorèmes statistiques.

Le déterminisme, le hasard, les grands nombres et les moins grands nombres

Les théorèmes statistiques servent en effet à énoncer des résultats quand on dispose non pas d'une infinité de mesures, mais de quelques-unes : d'un assez petit nombre. L'élève doit comprendre que les statistiques sont un instrument mathématique qui s'utilise pour les grandes quantités d'informations, mais aussi pour exploiter au mieux des petites quantités d'informations. L'ensemble de la démarche n'est pas facile à comprendre.

Une recherche menée en première année de DEUG A [1] en a montré les difficultés. Malgré un cours sur l'utilisation des statistiques et les procédures de calcul pour l'exploitation statistique des mesures, les élèves sont restés très attachés à l'évaluation d'encadrements de façon «classique». Dans un groupe de T.P., quand on a demandé de faire une série de dix mesures, 3 groupes sur les 10 observés ont donné les mesures accompagnées de leur encadrement (+ ou –1 division). Un des groupes a même évalué l'encadrement final par la réunion des dix encadrements ainsi obtenus. Ces élèves ont trouvé (à bon droit !) que cet encadrement était important, et que, décidément, la méthode consistant à faire beaucoup de mesures était vraiment inefficace...

LES EXEMPLES DE L'ENSEIGNEMENT

Tout cela n'est donc pas simple, long à exposer si on veut que les élèves parviennent jusqu'au calcul d'intervalles de confiance. Aussi, bien des auteurs utilisent ou s'aident d'exemples et de situations concrètes pour leur propos. Ce sont des exemples d'intervention du hasard dans des phénomènes déterministes, indéterministes, ou suivant une répartition de Gauss. Ils concernent des grands ou des petits nombres. Nous allons en commenter quelques-uns, car il nous semble utile de bien voir ce que chacun peut illustrer.

Lancers de dés ou de pièces de monnaie

Chaque lancer suit des lois mécaniques déterministes. Le résultat d'un seul lancer est imprévisible, car la forme arrondie des arêtes du dé par exemple, entraîne que le moindre écart dans les conditions initiales change profondément le résultat. On utilise donc à ce sujet le vocabulaire : le résultat est dû au hasard. Par ailleurs la «mesure» du résultat est absolument précise et exacte.
Cet exemple peut servir à montrer que des conditions de lancement très proches peuvent donner n'importe quel résultat.

On utilise aussi des lancers de pièces ou de dés de façon différente : on étudie alors par exemple la probabilité d'obtenir k piles parmi n lancers de pièces. Cette répartition a reçu le nom de loi binômiale. Quand n devient grand, elle tend vers une répartition de Gauss. Cela constitue une présentation attrayante de la répartition de Gauss, qui, malheureusement a le défaut de beaucoup d'exemples censés simplifier les exposés : celui d'être autant, sinon plus compliqués, que la notion à illustrer. En somme, cette présentation introduit un «hasard déterministe» qui n'est pas celui des mesures dispersées.

Tirages de boules dans une urne

Chacun reconnaît que le hasard intervient quand on tire une boule dans un sac contenant des boules noires ou blanches dans une proportion donnée (p est la proportion de boules noires, 1–p est la proportion de boules blanches). La fonction $P_n(k)$, probabilité de tirer k boules noires dans un tirage global de n boules tend vers une répartition de Gauss centrée sur np quand n devient grand, au moins si p n'est proche ni de 0 ni de 1. Le cas «idéal» $p = 1/2$, rapproche ce problème du lancer d'une pièce de monnaie. Cet exemple aide à «visualiser» ce qu'est une répartition de Gauss. Il présente le même défaut que le lancer de pièces du point de vue de son efficacité didactique.

Répartition des tailles, poids, etc... d'un échantillon pris dans une population

Un médecin qui soigne des obèses n'aurait pas envie de dire que le poids d'un individu est le fruit du hasard. Pourtant, la répartition des poids d'une population suit, sauf biais exceptionnel, une loi de Gauss. C'est une conséquence du théorème central limite, et c'est en tant qu'illustration de ce théorème que cet exemple a quelque intérêt.

Répartition de notes

Un grand nombre de notes peut suivre ou ne pas suivre une loi de Gauss. Il la suit si (comme pour la taille ou le poids d'individus) le contrôle posé ne donne lieu qu'à une multitude de petits écarts d'une copie à l'autre. En réalité les enseignants apprécient plutôt les contrôles dont la répartition a deux «bosses», comme étant plus significatifs. L'enseignant qui a posé un tel sujet a trouvé le moyen de discriminer les élèves par un facteur important.

Pourtant, à titre d'exemple, on prend souvent une série de notes qui suit la répartition de Gauss. On rapproche donc implicitement le processus de notation, d'un processus dû au hasard. Il vaudrait tout de même mieux que les élèves ne fassent pas ce rapprochement...

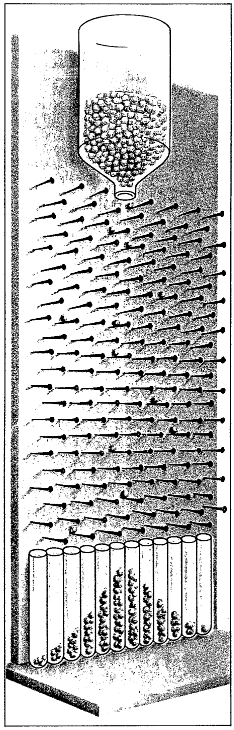
Ce genre de cas concret nécessite une réflexion telle qu'il ne peut guère servir qu'à «présenter» une répartition de Gauss.

L'appareil de Galton (XVIII$^{\text{ème}}$ siècle)

Cet appareil (figure) est constitué de rangées de clous régulièrement espacées disposées sur un plan vertical. On lance des billes censées être identiques dans un entonnoir situé au-dessus des rangées de clous. A l'extrémité inférieure de l'appareil sont situées des petites boîtes dans lesquelles parviennent les billes. L'expérience consiste à lancer des billes en grand nombre de façon «identique» et d'observer dans quelles boîtes elles arrivent. Comme le montre la figure, leur répartition simule une répartition de Gauss.

Dans sa chute, chaque bille suit des lois déterministes. La moindre différence de lancer au départ peut provoquer des points d'arrivée extrêmement différents. On parle de hasard pour les points d'arrivée. La répartition de billes suffisamment nombreuses est gaussienne à cause du théorème central limite. C'est donc ce théorème que cet appareil illustre.

C'est ce qu'a pressenti et exprimé joliment un élève de troisième interrogé au sujet de cet appareil : «Les deux premières rangées de clous sont "scientifiques" parce qu'on peut prévoir où la bille va aller. Les rangées suivantes ne sont pas scientifiques. C'est le hasard».



L'appareil de Galton
(Figure extraite de "LA RECHERCHE" Mai 1991)

L'appareil de Galton (figure extraite de «La Recherche» Mai 1991).

Le comptage de particules émises par une source radioactive

Ce phénomène n'est pas déterministe, puisqu'il est fondamentalement, «par essence», probabiliste.

Tout nombre de particules comptées en un temps donné est un résultat exact, précis [4], mais non reproductible à cause de l'intervention du hasard.

CONCLUSION EN FORME DE PROPOSITION

Ces quelques remarques s'originent dans la constatation que les élèves sont plongés dans un bain (pour ne pas dire un paradigme) déterministe. C'est la première étape, et elle n'est pas si simple, qui leur est proposée par l'enseignement. Dès qu'ils font des mesures, les élèves se trouvent aux prises avec les phénomènes probabilistes. Peut-être faut-il en profiter, car viendra pour eux ultérieurement la nécessité de prendre en compte le non-déterminisme qui sert de nos jours à interpréter bien des phénomènes naturels. Les physiciens, les biologistes, les mathématiciens disent combien cette étape devient importante actuellement.

Le numéro spécial de la Recherche en mai 1991 intitulé «La Science du désordre», se fait l'écho de ce tournant vers la science «du chaos, du désordre et du hasard». L'éditorial exprime que :

«Les découvertes sur le "chaos déterministe" ont montré que des systèmes très simples peuvent évoluer de façon compliquée et imprévisible ; que malgré un déterminisme de principe, une description probabiliste de ces systèmes est inévitable»,

pour conclure que :

«...notre vision même du monde est en jeu».

Par le biais des séries de mesures dispersées, l'enseignement secondaire approche modestement ce phénomène d'intrusion de l'imprévisible dans les expériences déterministes. Voilà peut-être le lieu où pourrait se faire pour les élèves la première rencontre du déterminisme et du hasard. Mais alors cette première rencontre doit être gérée de façon à préparer l'avenir, en évitant de semer la confusion. Pour cela, il faut sans doute avancer dans la connaissance de ce que les élèves ont en tête à propos du déterminisme, du hasard et de ses intersections. Ils en pensent peut-être plus que nous ne pouvons le supposer. Par exemple l'élève interviewé dont nous avons parlé ci-dessus, refuse l'existence du «pur» hasard pour des raisons religieuses (il est musulman). Ses convictions déterministes pourraient-elles être une gêne pour l'utilisation d'outils d'analyse statistiques ? D'autres conceptions des phénomènes aléatoires, déjà connues dans d'autres contextes [3], sont probablement à étudier dans le domaine du mesurage.

En s'aidant de ce type d'études, peut-être les enseignants peuvent-ils élaborer des explications à propos du mesurage, qui permettent aux élèves de comprendre que les comportements déterministes et probabilistes cohabitent et qui préparent les élèves aux étapes ultérieures de leurs études scientifiques. On peut espérer également que les élèves y trouvent quelque intérêt et acceptent plus facilement de réfléchir à ce qu'est la mesure.

REMERCIEMENTS

J'exprime ma reconnaissance à M. Charles RUHLA qui a bien voulu s'intéresser à cet article et le relire.
Je remercie également Mme Claudine LARCHER et M. Roger JOURNEAUX, engagés dans la recherche en didactique dont proviennent certaines des observations utilisées ci-dessus, pour leurs remarques utiles.

BIBLIOGRAPHIE

[1] M.G.SÉRÉ, R. JOURNEAUX & C. LARCHER. Document de travail sur la recherche «Traitement statistique des séries de mesures en DEUG A». LIREST. Université Paris Sud. 1991.

[2] BOEN, Instructions pour les T.P. au lycée, juillet 1987.

[3] J. BORDIER. «Un modèle didactique, utilisant la simulation sur ordinateur, pour l'enseignement de la probabilité». Thèse présentée à l'Université Paris 7. 1991.

[4] Ch. RUHLA. La physique au hasard. Collection «Liaisons scientifiques». Hachette - CNRS. Paris 1989.

[5] R. M. MAY. Le chaos en biologie. In : Numéro spécial de la Recherche. «La science du désordre». Mai 1991.

[6] B. OKITOTSHO. Mémoire du tutorat sous la direction de M.G. SÉRÉ. DEA de Didactique des disciplines. «Le hasard dans les séries de mesures. Ce qu'en disent les livres et les étudiants». 1991.

[7] Numéro spécial de la Recherche. «La science du désordre». Mai 1991.