

## Corrigé du concours général

---

### 1. ÉTUDE D'UNE DIODE À JONCTION

1. a. Élément très abondant de l'écorce terrestre, le silicium se trouve à l'état d'oxyde de silicium ou silice  $\text{SiO}_2$  (présent dans le quartz, constituant du granite, dans le sable...), et sous forme de silicates ou d'alumino-silicates (dans les feldspaths, dans l'argile...).
- b. Comme tous les éléments de la colonne du carbone, le silicium présente 4 électrons périphériques.
- c. Encadrant la colonne du carbone dans la classification périodique, on trouve à gauche les éléments à 3 électrons périphériques (B, Al, Ga, In...) et à droite ceux qui possèdent 5 électrons périphériques (N, P, As...).

**Remarques :** Notons que le silicium pur est déjà un semi-conducteur, mais les impuretés augmentent beaucoup la conductivité. Lorsqu'un électron se détache d'un atome, les électroniciens disent qu'il se forme une paire électron-trou et parlent de déplacements de trous comme d'électrons. Ces notions étant exclues des programmes des terminales générales (C, D, E), les réponses attendues dans les questions ultérieures n'y font pas appel : il ne sera question que de déplacements d'électrons.

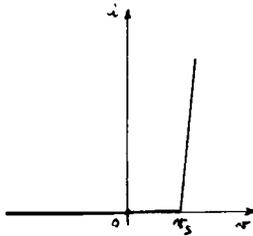
2. a. Le long de la couche de jonction, la zone N se charge positivement, la zone P négativement. Dans la jonction apparaît de ce fait un champ électrique  $\vec{E}$  qui va des charges (+) aux charges (-) :  $\vec{E}$  est orienté de N vers P. D'autre part, on sait que le champ est orienté dans le sens des potentiels décroissants, par suite :

$$V_P < V_N \quad \text{ou} \quad V_P - V_N < 0$$

**Remarque :** Une diode est un élément de circuit passif : à courant nul, la d.d.p. est nulle. Pour lever la contradiction avec le résultat de cette question, il faut admettre qu'au niveau des

contacts métalliques, aux extrémités de la diode, il apparaît des variations de potentiel qui compensent la variation sur la jonction PN.

- b. Dans la jonction le sens privilégié de déplacement des électrons est de N vers P. Ce déplacement est entretenu par la présence d'un générateur dont la borne + est reliée à P et la borne - à N. Dans la jonction le sens passant du courant va ainsi de P vers N.
- c. Le champ  $\vec{E}$  vu en a. s'oppose au mouvement des électrons de N vers P dans la jonction. Il faut donc appliquer une tension  $V_P - V_N > 0$  suffisante pour vaincre ce champ. Il en résulte l'existence d'un seuil de tension à partir duquel le courant passe facilement.
- d. A partir du raisonnement qui précède, nous pouvons tracer la caractéristique sommaire, mettant en évidence la tension seuil  $v_s$  :



3. a. Un ampèremètre est en série dans le circuit. La perturbation qu'il apporte est négligeable si sa résistance est suffisamment petite devant les autres résistances du circuit.

Le voltmètre est monté en parallèle avec un élément de circuit, de résistance  $R$ . Sa résistance  $R_v$  doit être grande devant  $R$ , sans quoi une intensité non négligeable serait dérivée dans le voltmètre.

Résumons : ampèremètre de résistance très petite, voltmètre de résistance très grande.

- b. On réalise le schéma 1 ci-dessous. L'ampèremètre mesure  $i + i_v$  et non  $i$ . Pour s'assurer que  $i_v$  est négligeable, il suffit de déconnecter le voltmètre : si l'ampèremètre continue d'indiquer la même valeur, le montage est correct.

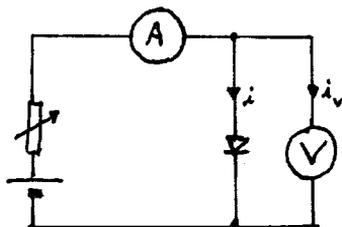


Schéma 1

Sinon, on peut essayer le schéma 2 ci-dessous. L'ampèremètre indique bien l'intensité dans la diode mais l'indication du voltmètre est erronée si la tension aux bornes de l'ampèremètre n'est pas négligeable. Pour tester le schéma 2, on peut court-circuiter l'ampèremètre.

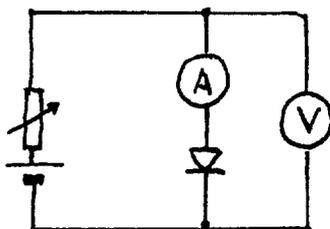
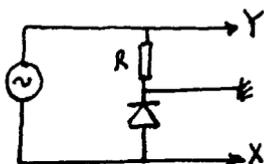


Schéma 2

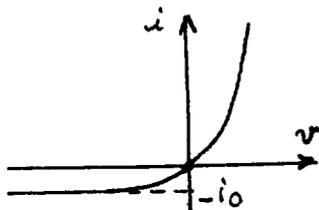
- En définitive, aucun des deux montages n'est parfait a priori. Il faut choisir le meilleur, et éventuellement faire une correction (en fait, les excellents voltmètres électroniques actuels permettent d'utiliser le montage 2 sans problème).
- c. Il faut retrancher aux valeurs mesurées de  $i$  les intensités de courant dans le voltmètre  $i_v = \frac{V}{R}$  dont les valeurs vont de 0,060 à 0,071 mA. Ces valeurs arrondies à 0,1 mA conduisent à une légère modification :  $i$  (mA) : 3,2 ; 4,4 ; 7,0 ; 9,3 ; 14,4 ; 26,9.

- d. On utilise l'oscilloscope en mode X, Y, selon le schéma suivant :



On obtient  $v_y = -Ri$  et  $v_x = v$ . Sur l'écran, on visualise la caractéristique avec l'axe des  $i$  orienté vers le bas à moins de disposer d'une touche ( $\pm$ ) (changement de signe) qui permet de redresser la caractéristique.

4. a. L'allure de la caractéristique est la suivante :



Lorsque  $v$  tend vers  $-\infty$ , la limite de  $i$  est  $-i_0$ . Par suite,  $i_0$  représente le courant de saturation en inverse.

- b. Lors des mesures effectuées on a  $i >> i_0$ , ce qui indique que l'équation de la caractéristique peut être simplifiée selon  $i = i_0 \exp\left(\frac{v}{v_0}\right)$  d'où  $\ln i = \ln i_0 + \frac{v}{v_0}$ .

Par suite, si l'on porte sur un graphique  $\ln(i)$  en fonction de  $v$ , on obtient des points alignés sur une droite, avec un coefficient directeur  $\frac{1}{v_0}$  et une ordonnée à l'origine  $\ln i_0$ .

Tableau de valeurs :

$v$ (mV)	600	620	640	655	680	710
$\ln(i)$ (mA)	1,16	1,48	1,95	2,23	2,67	3,30

On obtient le graphique 1 d'où l'on tire approximativement :  $v_0 = 52$  mV et  $i_0 = 29$  nA.

(Le tracé sur papier millimétré doit être particulièrement soigné pour obtenir une valeur correcte de  $i_0$ . On peut aussi contrôler le résultat par régression linéaire sur calculette, qui donne  $i_0 = 30 \text{ nA}$ ).

## 2. CARACTÉRISTIQUES D'UNE PHOTODIODE

1. a.  $\Phi$  est une puissance et  $hN$  une énergie, par suite  $\Phi/hN$  est l'inverse d'un temps. On en déduit que  $e\Phi/hN$  est une intensité électrique : elle s'exprime en ampères.

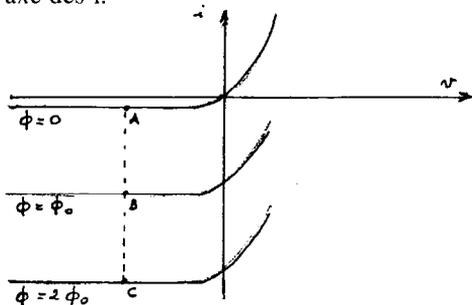
- $\Phi/hN$  est plus précisément le nombre de photons incidents par seconde et  $e\Phi/hN$  serait la charge transférée par seconde (photocourant) si chaque photon libérait un électron. Le coefficient  $\eta < 1$  pondère ce transfert : c'est le rendement du processus. Le coefficient  $K$  (sensibilité) exprime le photocourant pour un flux incident unité.

- Les électrons libérés au niveau de la jonction en subissent le champ électrique qui les fait passer de P vers N, d'où un courant conventionnel de N vers P, donc négatif : ainsi s'explique le signe négatif devant  $K\Phi$ .

b. 
$$\eta = K \frac{hN}{e} = K \frac{hc}{e\lambda} \text{ d'où } \eta = 0,633 \text{ soit } 63,3 \%$$

Remarque : les valeurs de  $K$  et  $\eta$  n'ont de sens que quand on précise la longueur d'onde. Par suite, quand on utilise successivement deux sources polychromatiques de spectres différents, il ne faut pas s'attendre à la même sensibilité  $K$ .

2. Les caractéristiques se déduisent les unes des autres par translation parallèle à l'axe des  $i$ .

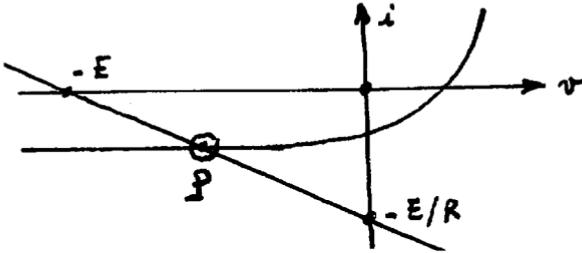


AB représente le photocourant dû à  $\Phi_0$  ; AC représente  $2 \Phi_0$ . On a donc  $AB = BC$ .

La photodiode se comporte en récepteur quand la puissance vi qu'elle reçoit est positive : 1<sup>er</sup> et 3<sup>ème</sup> quadrant. Elle se comporte en générateur pour  $v_i < 0$  : 4<sup>ème</sup> quadrant.

3. a. Pour l'ensemble (E, R), la caractéristique a pour équation  $v = -E - Ri$  ou  $i = -\frac{v}{R} - \frac{E}{R}$  : c'est une droite appelée droite de charge de la photodiode.

Le point de fonctionnement est à l'intersection de la caractéristique de la photodiode avec la droite de charge.



- b. La tension aux bornes de la résistance vaut  $v_R = v + E$  avec :  $v = -E - Ri$

et : 
$$i = i_0 \left[ \exp\left(\frac{v}{v_0}\right) - 1 \right] - K\Phi$$

En éliminant i et v entre ces trois équations, on obtient :

$$\Phi = \frac{v_R}{KR} + \frac{i_0}{K} \left[ \exp\left(\frac{v_R - E}{v_0}\right) - 1 \right]$$

Lorsque la f.é.m. E est suffisamment grande, on a :

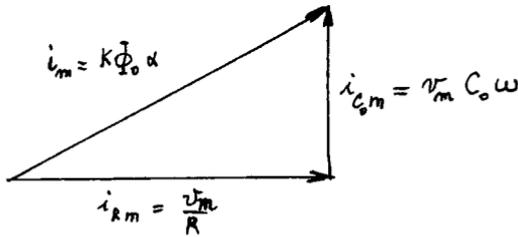
$$\exp\left(\frac{v_R - E}{v_0}\right) \approx \exp\left(-\frac{E}{v_0}\right) \ll 1$$

L'exponentielle est alors négligeable et il reste :

$$\Phi = \frac{1}{K} \left( \frac{v_R}{R} - i_0 \right)$$

4. a. La composante alternative du courant dans la photodiode s'écrit :  $i = -K \Phi_0 \alpha \cos \omega t$ .

Ce courant se décompose en  $i = i_R - i_{C_0}$ . Or, la même différence de potentiel est appliquée à tout instant à R et  $C_0$ , il en résulte un déphasage de  $\frac{\pi}{2}$  entre  $i_R$  et  $i_{C_0}$ . On en déduit le diagramme de Fresnel des intensités, en notant avec l'indice m les valeurs maximales :



En appliquant le théorème de Pythagore :

$$(K \Phi_0 \alpha)^2 = \left[ (C_0 \omega)^2 + \frac{1}{R^2} \right] v_m^2$$

d'où 
$$v_{Rm} = v_m = \frac{K \Phi_0 \alpha}{\sqrt{(C_0 \omega)^2 + \frac{1}{R^2}}}$$

Par rapport à la valeur à fréquence très basse,  $v_{Rm}$  est divisée par  $\sqrt{2}$  quand  $C_0 \omega = \frac{1}{R}$  d'où  $\omega = \frac{1}{R C_0}$

A cette pulsation correspond la fréquence de coupure :

$$f_c = \frac{1}{2\pi R C_0} = \underline{318 \text{ MHz.}}$$

Comparons à la lumière visible, pour laquelle  $\lambda$  est de l'ordre de  $0,6 \mu\text{m}$ . Alors la fréquence est  $f = \frac{c}{\lambda}$ ; elle est de l'ordre de  $5 \cdot 10^{14}$  Hz.

Cette fréquence est beaucoup plus élevée que la fréquence de coupure : la vibration lumineuse instantanée ne peut pas être suivie par la photodiode.

- b. Pour couper la composante continue, il suffit d'ajouter une capacité en série avec la diode.

- c. L'incandescence tend à suivre la puissance électrique reçue  $Ri^2$ . Or,  $i$  étant à 50 Hz,  $i^2$  est à 100 Hz : la fréquence de modulation est de 100 Hz.

La modulation est de faible amplitude à cause de l'inertie thermique du filament de la lampe.

### 3. MISE EN OEUVRE D'UNE PHOTODIODE

1. a. La sphère de rayon  $D$ , de surface  $4\pi D^2$ , reçoit la totalité de la puissance émise  $P$ . La photodiode de surface utile  $s$  reçoit :

$$\Phi = P \frac{s}{4\pi D^2}$$

$$\text{D'où } K = \frac{i}{\Phi} = \frac{4\pi D^2 i}{P_s}$$

Numériquement,  $K = 0,254 \text{ A/W}$

- b. Trois complications sont à remarquer :

- les deux sources ne peuvent être comparées que si leurs spectres d'émission sont identiques (voir question 2.1.b.).
- Le culot de la lampe à incandescence conduit à une émission anisotrope.
- Les 25 W marquées sont une puissance électrique. La puissance rayonnée est plus petite en raison de pertes sous forme de chaleur.

Ignorer le culot conduit à  $K$  trop petit ; ignorer les pertes thermiques conduit à  $K$  trop grand. Par suite on ne peut pas conclure, même si les sources sont de spectres identiques.

2. Comme  $v_R$  est proportionnel à  $\Phi$  on pourra écrire :

$$v_R = B \exp\left(-\frac{x}{x_0}\right) \text{ d'où } \ln(v_R) = \ln(B) - \frac{x}{x_0}$$

On porte sur papier millimétré  $\ln(v_R)$  en fonction de  $x$  : on obtient une droite dont le coefficient directeur est  $-\frac{1}{x_0}$ . Par une détermination soignée on trouve :  $x_0 = 18,7 \text{ cm}$ .

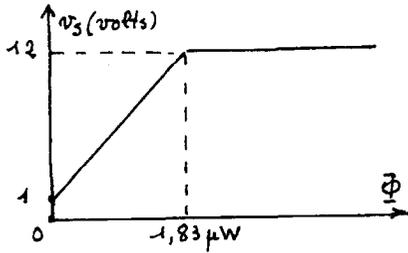
L'atténuation est de  $\frac{1}{10}$  quand  $\exp\left(-\frac{x}{x_0}\right) = \frac{1}{10}$   
 d'où  $x = x_0 \ln(10) = 43 \text{ cm}$ .

3. a. Compte tenu des hypothèses on a  $v^+ - v^- = 0$ , par suite

$$v_R = v_{R1} = v_s \frac{R_1}{R_1 + R_2} \text{ d'où } \frac{v_s}{v_R} = \frac{R_1 + R_2}{R_1}.$$

On vérifie numériquement que  $e^{-\frac{E}{v_0}} \ll 1$ , d'où l'expression simplifiée :  $v_R = R(i_0 + K\Phi)$  et  $v_s = R(i_0 + K\Phi) \frac{R_1 + R_2}{R_1}$ .

Cette expression s'applique pour  $v_s < 12 \text{ V}$  soit  $\Phi < 1,83 \mu\text{W}$  ; au-delà, il y a saturation de  $v_s$ .



b. Avec le montage 8a on a  $v = 0$  d'où  $i = -K\Phi$ .

On tire  $v_s = -Ri$  d'où  $v_s = K R \Phi$ .

L'intérêt de ce montage est que  $v_s$  est directement proportionnel à  $\Phi$ .

• Avec le montage 8b on a  $i = 0$ .

On déduit :  $\exp\left(\frac{v}{v_0}\right) - 1 = \frac{K\Phi}{i_0}$  ou  $v = v_0 \ln\left(\frac{K\Phi}{i_0} + 1\right)$

Ensuite l'amplification se fait comme au 3.3.a. :

$$v_s = \frac{R_1 + R_2}{R_1} v = v_0 \frac{R_1 + R_2}{R_1} \ln\left(\frac{K\Phi}{i_0} + 1\right)$$

La relation entre  $v_s$  et  $\Phi$  étant logarithmique, ce montage est intéressant quand  $\Phi$  varie sur plusieurs ordres de grandeur.

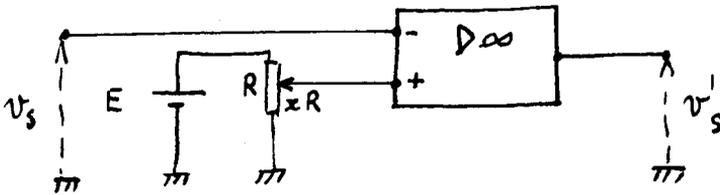
4. a. Pour le condensateur  $i = \frac{dq}{dt} = -C \frac{dv_s}{dt}$  (avec conventions de signes à préciser sur la figure).

D'autre part  $i = -K \Phi$  donc  $\frac{dv_s}{dt} = \frac{K}{C} \Phi$ .

Intégrons entre  $t_1$  et  $t_2$  :  $\Delta v_s = \frac{K}{C} \int_{t_1}^{t_2} \Phi dt = \frac{KW}{C}$ .

On a été amené à intégrer  $\Phi$  pour obtenir l'énergie totale reçue, d'où la dénomination d'intégrateur de lumière.

- b. Pour obtenir un saut de tension, il suffit d'appliquer  $v_s$  à un comparateur réglable :



$v_s'$  passe d'une saturation à l'autre lorsque  $v_s$  passe par la valeur  $xE$ .

**4. COMBINAISON DES SIGNAUX DE DEUX PHOTODIODES**

1. a. Calculons d'abord la différence de marche :

$$\begin{aligned} \delta &= ST_2 - ST_1 = \sqrt{D^2 + \left(x + \frac{a}{2}\right)^2} - \sqrt{D^2 + \left(x - \frac{a}{2}\right)^2} \\ &= D \sqrt{1 + \frac{1}{D^2} \left(x + \frac{a}{2}\right)^2} - D \sqrt{1 + \frac{1}{D^2} \left(x - \frac{a}{2}\right)^2} \end{aligned}$$

Utilisons l'approximation  $\sqrt{1 + \epsilon} \approx 1 + \frac{\epsilon}{2}$  lorsque  $\epsilon \ll 1$  :

$$\delta = D \left( 1 + \frac{1}{2D^2} \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 \right) - D \left( 1 + \frac{1}{2D^2} \left(x - \frac{a}{2}\right)^2 \right) = \frac{ax}{D}$$

Par suite, le retard temporel s'écrit :  $\tau = \frac{\delta}{c}$  ou  $\tau = \frac{ax}{cD}$

- b. Quand la source et les trous ne sont pas ponctuels, la distance  $d$  entre un point quelconque de la source et un point quelconque d'un trou est définie avec une certaine incertitude  $\Delta d$ . Il en résulte une incertitude  $\Delta\tau$  sur le calcul de  $\tau$ . Pour que le calcul reste valable il faut que  $\Delta\tau$  soit petit devant la période de l'onde :  $\Delta\tau \ll T$  qui exige  $\Delta d \ll \lambda$ .
- c. L'addition de  $v_1$  et  $v_2$  revient en fait à l'addition des deux intensités lumineuses au niveau des trous. Or, un phénomène d'interférence résulte de l'addition des élongations instantanées des vibrations : celles-ci ne sont pas suivies par les photodiodes (voir fréquence de coupure, discutée à la question 2.4.a.).
2. a.  $s_1^2 = s_0^2 \cos^2(\omega t + \beta) + s_0^2 \cos^2(\omega' t + \beta')$   
 $+ 2s_0^2 \cos(\omega t + \beta) \cos(\omega' t + \beta')$

$$= \frac{s_0^2}{2} [1 + \cos(2\omega t + 2\beta)] + \frac{s_0^2}{2} [1 + \cos(2\omega' t + 2\beta')] + s_0^2 \cos(\omega t + \omega' t + \beta + \beta') + s_0^2 \cos(\omega t - \omega' t + \beta - \beta')$$

Les trois premiers cosinus sont arrêtés par la photodiode (fréquences beaucoup plus élevés que la fréquence de coupure). Il reste :

$$s_1^2 \text{ filtré} = s_0^2 [1 + \cos(\delta\omega t + \beta' - \beta)]$$

et après amplification :

$$v_1 = V_0 [1 + \cos(\delta\omega t + \beta' - \beta)].$$

- b. Il suffit de remplacer  $t$  par  $t - \tau$  :

$$v_2 = V_0 [1 + \cos(\delta\omega t - \delta\omega\tau + \beta' - \beta)].$$

c.  $v_p = \frac{v_1' v_2'}{u_0} = \frac{V_0^2}{u_0} \cos(\delta\omega t + \beta' - \beta) \cos(\delta\omega t - \delta\omega\tau + \beta' - \beta)$ .

On remplace le produit de cosinus en somme et on ne garde que

la composante continue. Il reste :  $v_{pc} = \frac{V_0^2}{2u_0} \cos(\delta\omega\tau)$ .

$$d. \tau \delta\omega = \frac{ax}{cD} (\omega' - \omega) = \frac{ax}{cD} \cdot 2\pi c \frac{\lambda - \lambda'}{\lambda \lambda'} \approx 2\pi \frac{ax}{D} \frac{\delta\lambda}{\lambda_0^2}.$$

Cette valeur varie de  $\pi$  quand  $x$  varie de  $\Delta x$  tel que :

$$\pi = 2\pi \frac{a \Delta x}{D} \frac{\delta\lambda}{\lambda_0^2} \quad \text{d'où} \quad \delta\lambda = \frac{D \lambda_0^2}{2a \Delta x}.$$

On trouve numériquement  $\delta\lambda = 5,9 \cdot 10^{-10}$  m.

L'imprécision du résultat résulte de l'incertitude sur la connaissance de  $\lambda_0$  et les incertitudes de mesures de  $D$ ,  $a$ ,  $\Delta x$ .

De ces trois longueurs, la plus courte est celle qu'on connaît avec le moins de précision (incertitude relative la plus grande) : il s'agit de  $a$ .

#### Remarques :

- L'expérience nécessiterait, pour la réaliser, des photodiodes extrêmement performantes (fréquence de coupure très élevée :  $\Delta N \sim 5 \cdot 10^{11}$  Hz dans le cas étudié). De plus, la lampe à vapeur de sodium devrait être utilisée dans des conditions où les raies spectrales soient les plus fines possibles pour s'assurer que chacune est assez proche d'une radiation monochromatique. Il serait plus facile de faire l'expérience avec comme source un laser modulé : le laser assure une bonne monochromaticité et la modulation peut être faite à une fréquence que les photodiodes n'atténuent pas.
- Des expériences basées sur un principe analogue sont effectuées en astrophysique pour mesurer des diamètres d'étoiles (méthode de corrélation d'intensité). La rapidité de réponse des capteurs optiques utilisés est toujours une condition importante pour le succès de telles entreprises.

C. WALTER  
et les membres du jury