

# Sujet du concours général

---

SESSION DE 1991

## COMPOSITION DE SCIENCES PHYSIQUES

(Classes terminales C, D et E)

DURÉE : 5 heures

Matériel fourni au candidat : 2 feuilles de papier millimétré

### PHOTODIODE

#### Indications préliminaires.

- Données de constantes physiques :

$e$ : valeur absolue de la charge de l'électron .....	$1,60 \cdot 10^{-19}$ C;
$c$ : vitesse de la lumière dans le vide .....	$3,00 \cdot 10^8$ m.s $^{-1}$ ;
$h$ : constante de Planck .....	$6,63 \cdot 10^{-34}$ J.s.

- On aura à utiliser la fonction exponentielle  $x \rightarrow e^x$  que nous noterons aussi  $\exp(x)$ . On rappelle que sa fonction inverse est le logarithme népérien  $\ln(x)$  et on peut donc écrire  $\ln[\exp(x)] = x$  ou  $\exp[\ln(x)] = x$ .

D'autre part,  $\ln(x_1 x_2) = \ln(x_1) + \ln(x_2)$ .

Rien d'autre n'est à savoir sur ces fonctions, dont les valeurs numériques sont accessibles sur calculette.

- Deux graphiques seront à faire sur papier millimétré. Les autres seront dessinés dans le corps de la réponse demandée, sur la copie ordinaire.

### I. ÉTUDE D'UNE DIODE À JONCTION

Une photodiode, composant sensible à la lumière reçue, se comporte dans l'obscurité comme une diode ordinaire.

#### 1. Constitution d'une diode au silicium.

- Dans quels composés naturels trouve-t-on le silicium ?
- Dans la classification périodique des éléments, le silicium occupe la case située au-dessous de celle du carbone. Combien un atome de silicium a-t-il d'électrons sur sa couche périphérique ?
- Citer deux éléments qui possèdent un électron de plus sur leur couche périphérique et deux éléments possédant un électron de moins.

Le silicium contenant quelques impuretés ayant un électron périphérique de plus est un peu conducteur : on l'appelle un semi-conducteur de type N; les électrons surabondants qui se trouvent libérés sont appelés « électrons libres ». Quand les impuretés ont un électron périphérique de moins, on obtient un semi-conducteur de type P; le déficit d'électron sur un des atomes est appelé « trou ».

Une diode est réalisée par la jonction de deux domaines semi-conducteurs de types différents (P et N). Deux électrodes métalliques soudées sur ces domaines permettent de connecter commodément la diode dans un circuit.

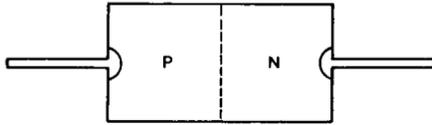


Figure 1

## 2. Explication sommaire du fonctionnement.

Un électron de la zone N, proche de la jonction, ira assez facilement combler un trou de la zone P. En revanche, le passage d'un électron de la zone P à la zone N est difficile.

- La diode étant en circuit ouvert, cette migration d'électrons se fait un peu, puis s'arrête. Il en résulte une différence de potentiel entre les zones P et N et un champ électrique dans une couche proche de la surface de contact. Quel est, dans ces conditions, le signe de  $V_P - V_N$  et quel est le sens du champ électrique ?
- En circuit fermé, la d.d.p.  $V_P - V_N$  est imposée par le générateur placé dans le circuit. Quel est le sens de passage préférentiel du courant : N vers P ou P vers N ? Ce sens est appelé « sens passant », l'autre est le « sens bloqué ».
- Dans le sens passant, le courant ne croît notablement que quand la d.d.p. appliquée dépasse un certain seuil. Expliquer pourquoi.
- Avec cette explication sommaire du fonctionnement, représenter l'allure de la caractéristique  $i = f(v)$  de la diode, avec  $v = V_P - V_N$  et  $i$  intensité du courant, comptée positivement quand le courant va de P vers N (fig. 2).

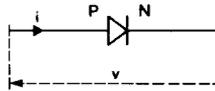


Figure 2

On veillera à bien conserver ces conventions relatives à  $i$  et  $v$  jusqu'au bout du problème.

## 3. Relevé expérimental d'une caractéristique.

- On utilise un ampèremètre et un voltmètre. Quelles sont les caractéristiques requises de ces appareils pour qu'ils perturbent le moins possible le circuit dans lequel ils sont branchés ?
- On réalise un circuit avec un générateur, une résistance variable, l'ampèremètre et la diode étudiée, puis on branche le voltmètre aux bornes de la diode. Représenter le circuit (schéma 1). Pourquoi n'est-on pas certain que l'ampèremètre indique le courant dans la diode ? Quel test expérimental simple peut-on effectuer pour s'assurer que l'intensité est bien la bonne ? Quand le résultat du test est négatif, quelle modification des branchements proposez-vous ? Représenter le nouveau circuit (schéma 2). Ce montage est-il correct à coup sûr ? Conclure.
- En utilisant le schéma 1 avec une diode particulière et un voltmètre de résistance  $10 \text{ k}\Omega$ , on a relevé quelques valeurs en sens passant :

$v$ (mV).....	600	620	640	655	680	710
$i$ (mA).....	3,3	4,5	7,1	9,4	14,5	27

L'utilisation du schéma 1 est-elle justifiée ? Si nécessaire, proposer des modifications aux valeurs du tableau.

- Proposer un schéma destiné au relevé rapide d'une caractéristique à l'oscilloscope.

4. *Équation de la caractéristique.*

Une modélisation du fonctionnement de la diode aboutit à l'équation de la caractéristique sous la forme :

$$i = i_0 \left[ \exp \left( \frac{v}{v_0} \right) - 1 \right]$$

où  $i_0$  et  $v_0$  sont deux valeurs constantes qui dépendent de la diode considérée.

- a. Représenter graphiquement l'allure de cette caractéristique. Que représente  $i_0$  ?
- b. Une tentative pour mesurer directement  $i_0$  a donné  $i_0 < 1 \mu\text{A}$ , faute de disposer d'un micro-ampère-mètre suffisamment sensible pour obtenir la valeur exacte. Cependant, on notera que le tableau de la question 1.3.c. concerne des intensités grandes devant  $1 \mu\text{A}$ . Donner dans ces conditions l'expression approchée de  $\ln(i)$ .

Représenter graphiquement **sur papier millimétré**  $\ln(i)$  en fonction de  $v$ . En déduire les valeurs de  $i_0$  et  $v_0$ .

II. CARACTÉRISTIQUES D'UNE PHOTODIODE

Sommairement, une photodiode dérive d'une diode de la façon suivante (fig. 3) : grâce à une fenêtre transparente ménagée dans le boîtier, la lumière éclaire la zone N, traverse celle-ci et parvient jusqu'à la jonction. Sous l'effet de chocs avec les photons du faisceau lumineux, des électrons sont libérés, puis ils passent de la zone N à la zone P.

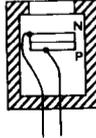


Figure 3

En notant  $\Phi$  la puissance lumineuse qui parvient sur la diode, la caractéristique courant-tension a alors pour équation :

$$i = i_0 \left[ \exp \left( \frac{v}{v_0} \right) - 1 \right] - K \Phi$$

où  $i$  et  $v$  restent définis avec les mêmes conventions que dans la partie I. Le coefficient  $K$  (positif) représente la sensibilité de la photodiode et le produit  $K\Phi$  est appelé « photocourant ». Pour toutes les applications numériques, on prendra  $v_0 = 40 \text{ mV}$  et  $i_0 = 50 \text{ nA}$ .

1. La sensibilité s'explique selon :

$$K = \eta \frac{e}{hN}$$

où  $e$  est la charge élémentaire,  $h$  la constante de Planck et  $N$  la fréquence de la lumière incidente, supposé monochromatique.

- a. Avec quelle unité s'exprime la quantité  $\frac{e\Phi}{hN}$  ?

Quelle est sa signification physique et quelle est la signification du coefficient  $K$  ? Interpréter le signe négatif précédant  $K\Phi$  dans l'équation de la caractéristique.

- b. Calculer la valeur numérique de  $\eta$  quand  $K = 0,3 \text{ A} \cdot \text{W}^{-1}$ , avec une lumière de longueur d'onde  $589 \text{ nm}$ .

2. Tracer sommairement l'allure des caractéristiques :

$$i = f(v) \text{ pour } \Phi = 0, \Phi = \Phi_0 \text{ arbitraire et } \Phi = 2 \Phi_0.$$

Préciser les domaines de fonctionnement de la photodiode en générateur ou en récepteur.

3. La diode est polarisée en inverse, comme l'indique la figure 4, avec une résistance R et un générateur de f.e.m. E.

- Expliquer comment on peut déterminer graphiquement le point de fonctionnement  $(v, i)$ , pour un éclairement donné.
- On mesure la tension  $v_R$  aux bornes de R (fig. 4). Par quelle formule peut-on en déduire  $\Phi$  ? Quand la f.e.m. E est suffisamment grande, montrer que l'exponentielle peut être négligée dans cette formule.

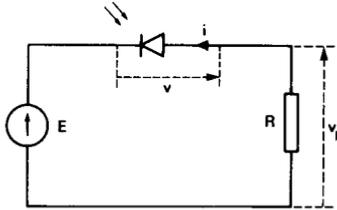


Figure 4

4. On suppose maintenant que la photodiode reçoit une puissance lumineuse modulée :

$$\Phi = \Phi_0 (1 + \alpha \cos \omega t) \quad \text{avec} \quad \alpha \in [0,1].$$

Quand la diode est mise en polarisation inverse, la composante continue agit comme à la question précédente. Nous admettons que pour l'étude de la composante alternative seule, le schéma de la figure 4 peut être remplacé par celui de la figure 5, où la photodiode est représentée par une source de courant en parallèle avec un condensateur.

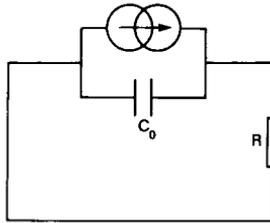


Figure 5

- À partir d'un diagramme de Fresnel des trois intensités de courant dans le montage, déterminer  $v_{RM}$ , amplitude de la tension  $v_R$  aux bornes de la résistance, en fonction de  $K$ ,  $\Phi_0$ ,  $\alpha$ ,  $C_0$ , R et  $\omega$ .

On observera que  $v_{RM}$  décroît avec  $\omega$  : ce dispositif qui atténue fortement les fréquences élevées est assimilable à un filtre passe-bas. Calculer la fréquence (appelée « fréquence de coupure ») à laquelle  $v_{RM}$  est divisée par  $\sqrt{2}$ . Pour l'application numérique, on prendra  $C_0 = 10 \text{ pF}$  et  $R = 50 \Omega$ . Comparer la fréquence obtenue à celle de la lumière visible et conclure.

- Comment pourrait-on modifier le montage pour que la tension  $v_R$  ne comporte plus qu'une composante alternative ?
- On utilise la méthode pour étudier la modulation de la puissance lumineuse produite par une lampe à incandescence alimentée en 50 Hz. Quelle est la fréquence de la modulation ? La composante alternative de  $v_R$  est beaucoup plus petite que sa composante continue : pour quelle raison ?

### III. MISE EN ŒUVRE D'UNE PHOTODIODE

#### 1. Étalonnage.

La valeur de la sensibilité est parfois donnée par le constructeur, de façon approximative. On peut la préciser en utilisant une lampe étalon ou par comparaison avec l'indication d'un autre capteur optique déjà étalonné.

- Supposons qu'on dispose d'une source ponctuelle émettant une puissance lumineuse P également répartie dans toutes les directions de l'espace. La photodiode, de surface active s, est placée face à la source, à

une distance D de celle-ci (les dimensions de la surface sont supposées petites devant D). On mesure alors un photocourant  $i$ . Quelle est la sensibilité de la diode ? Application numérique avec  $P = 25 \text{ W}$ ,  $s = 4 \text{ mm}^2$ ,  $D = 90 \text{ cm}$ ,  $i = 2,5 \mu\text{A}$ .

b. À défaut de disposer d'une lampe étalon, on utilise une lampe à incandescence marquée 25 W, à ampoule sphérique opalisée, et l'on place la photodiode à 0,9 m du centre de l'ampoule, dans l'axe de celle-ci et évidemment dans la direction opposée au culot. Peut-on prévoir si le photocourant sera plus grand ou plus petit qu'en utilisant la source ponctuelle ?

2. Exemple d'utilisation.

Un faisceau lumineux parallèle traverse une éprouvette qui contient une solution d'une substance chimique colorée, sur une hauteur  $x$ , puis parvient sur une photodiode disposée sous l'éprouvette dont la base est transparente (fig. 6). La puissance lumineuse  $\Phi$  reçue par la photodiode reste suffisamment importante pour qu'on puisse négliger le courant d'obscurité devant le photocourant. On a relevé, lors d'une série de mesures effectuées en polarisation inverse (circuit de la figure 4), le tableau suivant :

$x$ (cm).....	5	10	15	20	25
$v_R$ (volt).....	1,49	1,12	0,87	0,66	0,51

On souhaite vérifier la loi suivante :  $\Phi = A \exp\left(-\frac{x}{x_0}\right)$

où  $A$  et  $x_0$  sont deux constantes. Que faut-il porter en coordonnées pour effectuer cette vérification ?

Faire le graphique correspondant sur papier millimétré et en tirer la valeur de  $x_0$ .

Quelle hauteur de liquide faudrait-il pour atténuer la puissance lumineuse d'un facteur 10 ?

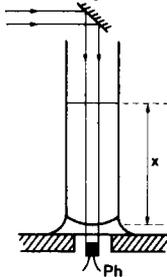


Figure 6

3. Amplification.

En faible éclaircissement, une amplification des signaux de mesure est nécessaire.

a. En polarisation inverse, le circuit de la figure 4 est complété selon la figure 7, en utilisant un amplificateur opérationnel supposé parfait, de gain infini. Quelle est la valeur du coefficient d'amplification  $\frac{v_S}{v_R}$ , quand  $v_R$  et  $v_S$  sont définis avec les conventions d'orientation de la figure 7 ?

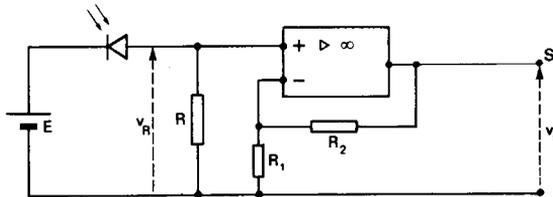
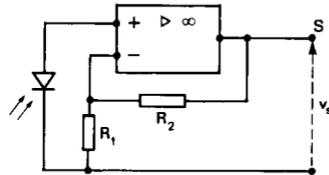
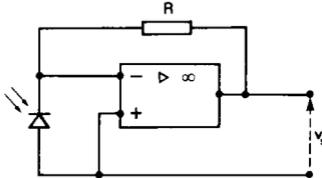


Figure 7

Application numérique : on prend  $E = 12 \text{ V}$ ,  $R = 2000 \Omega$ ,  $R_1 = 100 \Omega$ ,  $R_2 = 1 \text{ M}\Omega$ ,  $K = 0,3 \text{ A}\cdot\text{W}^{-1}$ ,  $i_0 = 50 \text{ nA}$ ,  $v_0 = 40 \text{ mV}$ .

Après avoir vérifié que l'on est dans les conditions de calcul simplifié défini en II.3.b., représenter graphiquement  $v_s$  en fonction de  $\Phi$ , avec saturation de  $v_s$  à 12 volts. Indiquer sur le graphique les coordonnées des points particuliers.

- b. On utilise parfois les montages des figures 8a et 8b. Établir l'expression de  $v_s$  en fonction de  $\Phi$  dans les deux cas. Commenter.



Figures 8a et 8b

4. Le montage de la figure 9 peut servir en photographie pour contrôler l'exposition d'un film en limitant le temps d'obturation ou le temps de décharge d'un flash. Soit  $W$  l'énergie lumineuse qui parvient sur la photodiode pendant l'intervalle de temps  $[t_1, t_2]$ . Juste avant l'instant  $t_1$ , le condensateur est déchargé au moyen du contacteur I, fermé brièvement.

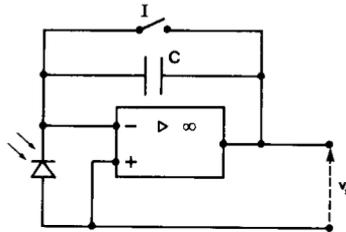


Figure 9

- a. Démontrer que  $v_s$ , à l'instant  $t_2$ , s'exprime simplement en fonction de  $K$ ,  $C$  et  $W$ . Peut-on parler d'« intégrateur de lumière » ?
- b. Proposer un complément au montage, visant à produire un saut de tension quasi instantané quand  $W$  passe par une certaine valeur. (Dans un appareil photographique, ce saut de tension servira à commander l'arrêt de l'exposition du film.)

#### IV. COMBINAISON DES SIGNAUX DE DEUX PHOTODIODES

On se reportera à la figure 10 : un écran opaque (E) percé de deux trous fins  $T_1$  et  $T_2$  distants de  $a$  est éclairé par une source lumineuse quasi ponctuelle  $S$  située à une distance  $D$  de l'écran. On considère un axe  $Ox$ , parallèle à  $T_1 T_2$ , portant  $S$  et tel que  $O$  se projette sur le milieu de  $T_1 T_2$ . La lumière qui parvient sur les deux trous est captée par deux photodiodes  $Ph_1$  et  $Ph_2$ . Celles-ci sont montées en polarisation inverse (fig. 7), avec amplifications réglées de façon que des puissances lumineuses égales donnent des tensions de sortie égales. On notera  $v_1$  et  $v_2$  les tensions mesurées en sortie des amplificateurs et on négligera les tensions d'obscurité.



Figure 10

1. La source S, d'abscisse  $x$ , est supposée monochromatique, de pulsation  $\omega$ .
- Calculer le retard temporel  $\tau$  de l'onde qui parvient sur  $T_2$  par rapport à celle qui parvient sur  $T_1$ , en supposant  $x$  et  $a$  petits devant D.
  - Expliquer ce que doivent signifier les expressions « trous fins » et « source quasi ponctuelle » pour qu'aucune complication ne s'introduise dans le calcul précédent.
  - Compte tenu d'une certaine parenté avec un dispositif d'interférences (trous d'Young), on pourrait penser à additionner  $v_1$  et  $v_2$  par un dispositif *ad hoc* et étudier ainsi l'interférence de deux vibrations. En quoi ce projet est-il voué à l'échec ?
2. La source S est à présent bichromatique, contenant deux pulsations  $\omega$  et  $\omega'$  très voisines. On note  $\omega' - \omega = \delta\omega > 0$  avec  $\delta\omega \ll \omega$ . Le montage électrique est réglé, en ce qui concerne la fréquence de coupure et l'amplification, de façon que la pulsation  $\omega$  soit coupée sans que  $\delta\omega$  le soit.

- a. La vibration lumineuse qui parvient sur  $T_1$  s'écrit :  $s_1 = s_0 \cos(\omega t + \beta) + s_0 \cos(\omega' t + \beta')$ .

On rappelle que la puissance lumineuse instantanée est proportionnelle à  $s_1^2$ . Démontrer que la tension de mesure  $v_1$  prend la forme :

$$v_1 = V_0 \{1 + \cos(t \delta\omega + \beta' - \beta)\}.$$

- b. Écrire la tension de mesure  $v_2$  en tenant compte du décalage temporel  $\tau$  défini en IV.1.a.
- c. On filtre  $v_1$  et  $v_2$  pour n'en retenir que les composantes alternatives  $v'_1$  et  $v'_2$  que l'on applique sur les deux entrées d'un composant appelé « multiplieur ». Celui-ci fournit une tension de sortie proportionnelle au produit des entrées :

$$v_p = \frac{v'_1 v'_2}{u_0} \quad (\text{avec } u_0 \text{ constante}).$$

La tension de sortie est alors filtrée pour n'en retenir que la composante continue  $v_{pC}$ . Exprimer celle-ci.

- d. *Application numérique.* La source S est obtenue en condensant la lumière d'une lampe à vapeur de sodium sur un trou fin percé dans un écran opaque. Après l'écran, la lumière semble provenir du trou qui tient lieu de source quasi ponctuelle. Pour l'essentiel, le spectre de la lumière émise par la lampe à vapeur de sodium comporte un doublet jaune lumineux, formé de deux longueurs d'ondes voisines de  $\lambda_0 = 589 \text{ nm}$ , écartées de  $\delta\lambda$ ; les autres raies spectrales, beaucoup moins lumineuses, sont ici sans incidence notable.

Les deux photodiodes sont portées par un support micrométrique que l'on déplacera plus commodément que la source.

Avec  $D = 40 \text{ cm}$  et  $a = 1 \text{ cm}$ , on trouve qu'il faut un déplacement  $\Delta x = 11,7 \text{ mm}$  entre deux annulations successives du signal de mesure ( $v_{pC}$ ). En déduire l'écart  $\delta\lambda$  entre les deux longueurs d'ondes. Analyser les causes d'imprécision et indiquer leur importance.

## Corrigé du concours général

---

### 1. ÉTUDE D'UNE DIODE À JONCTION

1. a. Élément très abondant de l'écorce terrestre, le silicium se trouve à l'état d'oxyde de silicium ou silice  $\text{SiO}_2$  (présent dans le quartz, constituant du granite, dans le sable...), et sous forme de silicates ou d'alumino-silicates (dans les feldspaths, dans l'argile...).
- b. Comme tous les éléments de la colonne du carbone, le silicium présente 4 électrons périphériques.
- c. Encadrant la colonne du carbone dans la classification périodique, on trouve à gauche les éléments à 3 électrons périphériques (B, Al, Ga, In...) et à droite ceux qui possèdent 5 électrons périphériques (N, P, As...).

**Remarques :** Notons que le silicium pur est déjà un semi-conducteur, mais les impuretés augmentent beaucoup la conductivité. Lorsqu'un électron se détache d'un atome, les électroniciens disent qu'il se forme une paire électron-trou et parlent de déplacements de trous comme d'électrons. Ces notions étant exclues des programmes des terminales générales (C, D, E), les réponses attendues dans les questions ultérieures n'y font pas appel : il ne sera question que de déplacements d'électrons.

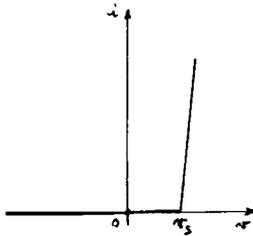
2. a. Le long de la couche de jonction, la zone N se charge positivement, la zone P négativement. Dans la jonction apparaît de ce fait un champ électrique  $\vec{E}$  qui va des charges (+) aux charges (-) :  $\vec{E}$  est orienté de N vers P. D'autre part, on sait que le champ est orienté dans le sens des potentiels décroissants, par suite :

$$V_P < V_N \quad \text{ou} \quad V_P - V_N < 0$$

**Remarque :** Une diode est un élément de circuit passif : à courant nul, la d.d.p. est nulle. Pour lever la contradiction avec le résultat de cette question, il faut admettre qu'au niveau des

contacts métalliques, aux extrémités de la diode, il apparaît des variations de potentiel qui compensent la variation sur la jonction PN.

- b. Dans la jonction le sens privilégié de déplacement des électrons est de N vers P. Ce déplacement est entretenu par la présence d'un générateur dont la borne + est reliée à P et la borne - à N. Dans la jonction le sens passant du courant va ainsi de P vers N.
- c. Le champ  $\vec{E}$  vu en a. s'oppose au mouvement des électrons de N vers P dans la jonction. Il faut donc appliquer une tension  $V_P - V_N > 0$  suffisante pour vaincre ce champ. Il en résulte l'existence d'un seuil de tension à partir duquel le courant passe facilement.
- d. A partir du raisonnement qui précède, nous pouvons tracer la caractéristique sommaire, mettant en évidence la tension seuil  $v_s$  :



3. a. Un ampèremètre est en série dans le circuit. La perturbation qu'il apporte est négligeable si sa résistance est suffisamment petite devant les autres résistances du circuit.

Le voltmètre est monté en parallèle avec un élément de circuit, de résistance  $R$ . Sa résistance  $R_v$  doit être grande devant  $R$ , sans quoi une intensité non négligeable serait dérivée dans le voltmètre.

Résumons : ampèremètre de résistance très petite, voltmètre de résistance très grande.

- b. On réalise le schéma 1 ci-dessous. L'ampèremètre mesure  $i + i_v$  et non  $i$ . Pour s'assurer que  $i_v$  est négligeable, il suffit de déconnecter le voltmètre : si l'ampèremètre continue d'indiquer la même valeur, le montage est correct.

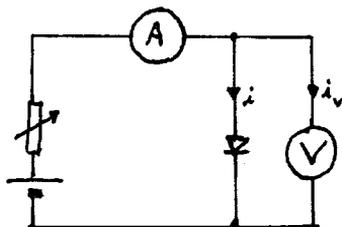


Schéma 1

Sinon, on peut essayer le schéma 2 ci-dessous. L'ampèremètre indique bien l'intensité dans la diode mais l'indication du voltmètre est erronée si la tension aux bornes de l'ampèremètre n'est pas négligeable. Pour tester le schéma 2, on peut court-circuiter l'ampèremètre.

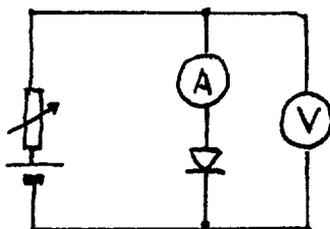
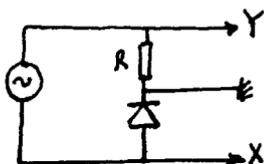


Schéma 2

En définitive, aucun des deux montages n'est parfait a priori. Il faut choisir le meilleur, et éventuellement faire une correction (en fait, les excellents voltmètres électroniques actuels permettent d'utiliser le montage 2 sans problème).

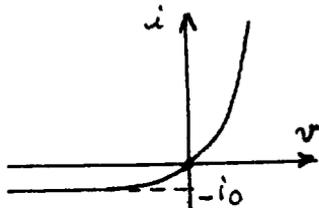
- c. Il faut retrancher aux valeurs mesurées de  $i$  les intensités de courant dans le voltmètre  $i_v = \frac{V}{R}$  dont les valeurs vont de 0,060 à 0,071 mA. Ces valeurs arrondies à 0,1 mA conduisent à une légère modification :  $i$  (mA) : 3,2 ; 4,4 ; 7,0 ; 9,3 ; 14,4 ; 26,9.

- d. On utilise l'oscilloscope en mode X, Y, selon le schéma suivant :



On obtient  $v_y = -Ri$  et  $v_x = v$ . Sur l'écran, on visualise la caractéristique avec l'axe des  $i$  orienté vers le bas à moins de disposer d'une touche ( $\pm$ ) (changement de signe) qui permet de redresser la caractéristique.

4. a. L'allure de la caractéristique est la suivante :



Lorsque  $v$  tend vers  $-\infty$ , la limite de  $i$  est  $-i_0$ . Par suite,  $i_0$  représente le courant de saturation en inverse.

- b. Lors des mesures effectuées on a  $i >> i_0$ , ce qui indique que l'équation de la caractéristique peut être simplifiée selon  $i = i_0 \exp\left(\frac{v}{v_0}\right)$  d'où  $\ln i = \ln i_0 + \frac{v}{v_0}$ .

Par suite, si l'on porte sur un graphique  $\ln(i)$  en fonction de  $v$ , on obtient des points alignés sur une droite, avec un coefficient directeur  $\frac{1}{v_0}$  et une ordonnée à l'origine  $\ln i_0$ .

Tableau de valeurs :

$v$ (mV)	600	620	640	655	680	710
$\ln(i(\text{mA}))$	1,16	1,48	1,95	2,23	2,67	3,30

On obtient le graphique 1 d'où l'on tire approximativement :  $v_0 = 52 \text{ mV}$  et  $i_0 = 29 \text{ nA}$ .

(Le tracé sur papier millimétré doit être particulièrement soigné pour obtenir une valeur correcte de  $i_0$ . On peut aussi contrôler le résultat par régression linéaire sur calculette, qui donne  $i_0 = 30 \text{ nA}$ ).

## 2. CARACTÉRISTIQUES D'UNE PHOTODIODE

1. a.  $\Phi$  est une puissance et  $h\nu$  une énergie, par suite  $\Phi/h\nu$  est l'inverse d'un temps. On en déduit que  $e\Phi/h\nu$  est une intensité électrique : elle s'exprime en ampères.

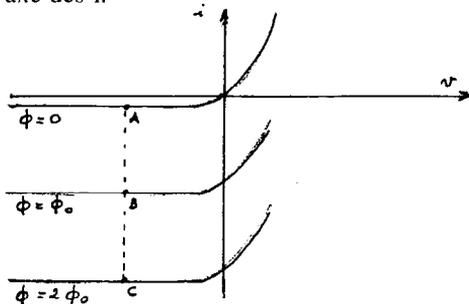
- $\Phi/h\nu$  est plus précisément le nombre de photons incidents par seconde et  $e\Phi/h\nu$  serait la charge transférée par seconde (photocourant) si chaque photon libérait un électron. Le coefficient  $\eta < 1$  pondère ce transfert : c'est le rendement du processus. Le coefficient  $K$  (sensibilité) exprime le photocourant pour un flux incident unité.

- Les électrons libérés au niveau de la jonction en subissent le champ électrique qui les fait passer de P vers N, d'où un courant conventionnel de N vers P, donc négatif : ainsi s'explique le signe négatif devant  $K\Phi$ .

b. 
$$\eta = K \frac{h\nu}{e} = K \frac{hc}{e\lambda} \text{ d'où } \eta = 0,633 \text{ soit } 63,3 \%$$

Remarque : les valeurs de  $K$  et  $\eta$  n'ont de sens que quand on précise la longueur d'onde. Par suite, quand on utilise successivement deux sources polychromatiques de spectres différents, il ne faut pas s'attendre à la même sensibilité  $K$ .

2. Les caractéristiques se déduisent les unes des autres par translation parallèle à l'axe des  $i$ .

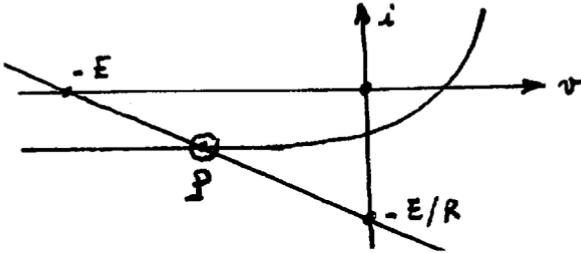


AB représente le photocourant dû à  $\Phi_0$  ; AC représente  $2 \Phi_0$ . On a donc  $AB = BC$ .

La photodiode se comporte en récepteur quand la puissance vi qu'elle reçoit est positive : 1<sup>er</sup> et 3<sup>ème</sup> quadrant. Elle se comporte en générateur pour  $v_i < 0$  : 4<sup>ème</sup> quadrant.

3. a. Pour l'ensemble (E, R), la caractéristique a pour équation  $v = -E - Ri$  ou  $i = -\frac{v}{R} - \frac{E}{R}$  : c'est une droite appelée droite de charge de la photodiode.

Le point de fonctionnement est à l'intersection de la caractéristique de la photodiode avec la droite de charge.



- b. La tension aux bornes de la résistance vaut  $v_R = v + E$  avec :  $v = -E - Ri$

$$\text{et : } i = i_0 \left[ \exp\left(\frac{v}{v_0}\right) - 1 \right] - K\Phi$$

En éliminant  $i$  et  $v$  entre ces trois équations, on obtient :

$$\Phi = \frac{v_R}{KR} + \frac{i_0}{K} \left[ \exp\left(\frac{v_R - E}{v_0}\right) - 1 \right]$$

Lorsque la f.é.m. E est suffisamment grande, on a :

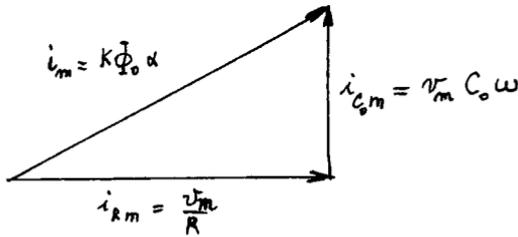
$$\exp\left(\frac{v_R - E}{v_0}\right) \approx \exp\left(-\frac{E}{v_0}\right) \ll 1$$

L'exponentielle est alors négligeable et il reste :

$$\Phi = \frac{1}{K} \left( \frac{v_R}{R} - i_0 \right)$$

4. a. La composante alternative du courant dans la photodiode s'écrit :  $i = -K \Phi_0 \alpha \cos \omega t$ .

Ce courant se décompose en  $i = i_R - i_{C_0}$ . Or, la même différence de potentiel est appliquée à tout instant à R et  $C_0$ , il en résulte un déphasage de  $\frac{\pi}{2}$  entre  $i_R$  et  $i_{C_0}$ . On en déduit le diagramme de Fresnel des intensités, en notant avec l'indice m les valeurs maximales :



En appliquant le théorème de Pythagore :

$$(K \Phi_0 \alpha)^2 = \left[ (C_0 \omega)^2 + \frac{1}{R^2} \right] v_m^2$$

d'où 
$$v_{Rm} = v_m = \frac{K \Phi_0 \alpha}{\sqrt{(C_0 \omega)^2 + \frac{1}{R^2}}}$$

Par rapport à la valeur à fréquence très basse,  $v_{Rm}$  est divisée par  $\sqrt{2}$  quand  $C_0 \omega = \frac{1}{R}$  d'où  $\omega = \frac{1}{R C_0}$

A cette pulsation correspond la fréquence de coupure :

$$f_c = \frac{1}{2\pi R C_0} = \underline{318 \text{ MHz.}}$$

Comparons à la lumière visible, pour laquelle  $\lambda$  est de l'ordre de  $0,6 \mu\text{m}$ . Alors la fréquence est  $f = \frac{c}{\lambda}$ ; elle est de l'ordre de  $5 \cdot 10^{14}$  Hz.

Cette fréquence est beaucoup plus élevée que la fréquence de coupure : la vibration lumineuse instantanée ne peut pas être suivie par la photodiode.

- b. Pour couper la composante continue, il suffit d'ajouter une capacité en série avec la diode.

- c. L'incandescence tend à suivre la puissance électrique reçue  $Ri^2$ . Or,  $i$  étant à 50 Hz,  $i^2$  est à 100 Hz : la fréquence de modulation est de 100 Hz.

La modulation est de faible amplitude à cause de l'inertie thermique du filament de la lampe.

### 3. MISE EN OEUVRE D'UNE PHOTODIODE

1. a. La sphère de rayon  $D$ , de surface  $4\pi D^2$ , reçoit la totalité de la puissance émise  $P$ . La photodiode de surface utile  $s$  reçoit :

$$\Phi = P \frac{s}{4\pi D^2}$$

$$\text{D'où } K = \frac{i}{\Phi} = \frac{4\pi D^2 i}{P_s}$$

Numériquement,  $K = 0,254 \text{ A/W}$

- b. Trois complications sont à remarquer :

- les deux sources ne peuvent être comparées que si leurs spectres d'émission sont identiques (voir question 2.1.b.).
- Le culot de la lampe à incandescence conduit à une émission anisotrope.
- Les 25 W marquées sont une puissance électrique. La puissance rayonnée est plus petite en raison de pertes sous forme de chaleur.

Ignorer le culot conduit à  $K$  trop petit ; ignorer les pertes thermiques conduit à  $K$  trop grand. Par suite on ne peut pas conclure, même si les sources sont de spectres identiques.

2. Comme  $v_R$  est proportionnel à  $\Phi$  on pourra écrire :

$$v_R = B \exp\left(-\frac{x}{x_0}\right) \text{ d'où } \ln(v_R) = \ln(B) - \frac{x}{x_0}$$

On porte sur papier millimétré  $\ln(v_R)$  en fonction de  $x$  : on obtient une droite dont le coefficient directeur est  $-\frac{1}{x_0}$ . Par une détermination soignée on trouve :  $x_0 = 18,7 \text{ cm}$ .

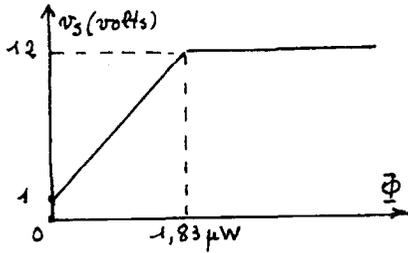
L'atténuation est de  $\frac{1}{10}$  quand  $\exp\left(-\frac{x}{x_0}\right) = \frac{1}{10}$   
 d'où  $x = x_0 \ln(10) = 43 \text{ cm}$ .

3. a. Compte tenu des hypothèses on a  $v^+ - v^- = 0$ , par suite

$$v_R = v_{R1} = v_s \frac{R_1}{R_1 + R_2} \text{ d'où } \frac{v_s}{v_R} = \frac{R_1 + R_2}{R_1}.$$

On vérifie numériquement que  $e^{-\frac{E}{v_0}} \ll 1$ , d'où l'expression simplifiée :  $v_R = R(i_0 + K\Phi)$  et  $v_s = R(i_0 + K\Phi) \frac{R_1 + R_2}{R_1}$ .

Cette expression s'applique pour  $v_s < 12 \text{ V}$  soit  $\Phi < 1,83 \mu\text{W}$  ; au-delà, il y a saturation de  $v_s$ .



b. Avec le montage 8a on a  $v = 0$  d'où  $i = -K\Phi$ .

On tire  $v_s = -Ri$  d'où  $v_s = K R \Phi$ .

L'intérêt de ce montage est que  $v_s$  est directement proportionnel à  $\Phi$ .

• Avec le montage 8b on a  $i = 0$ .

On déduit :  $\exp\left(\frac{v}{v_0}\right) - 1 = \frac{K\Phi}{i_0}$  ou  $v = v_0 \ln\left(\frac{K\Phi}{i_0} + 1\right)$

Ensuite l'amplification se fait comme au 3.3.a. :

$$v_s = \frac{R_1 + R_2}{R_1} v = v_0 \frac{R_1 + R_2}{R_1} \ln\left(\frac{K\Phi}{i_0} + 1\right)$$

La relation entre  $v_s$  et  $\Phi$  étant logarithmique, ce montage est intéressant quand  $\Phi$  varie sur plusieurs ordres de grandeur.

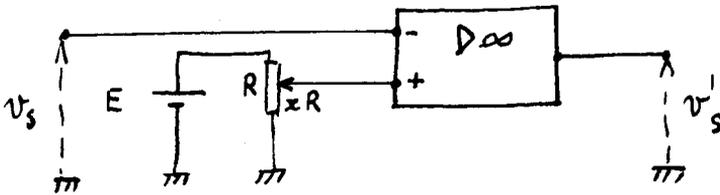
4. a. Pour le condensateur  $i = \frac{dq}{dt} = -C \frac{dv_s}{dt}$  (avec conventions de signes à préciser sur la figure).

$$\text{D'autre part } i = -K \Phi \text{ donc } \frac{dv_s}{dt} = \frac{K}{C} \Phi.$$

$$\text{Intégrons entre } t_1 \text{ et } t_2 : \Delta v_s = \frac{K}{C} \int_{t_1}^{t_2} \Phi dt = \frac{KW}{C}.$$

On a été amené à intégrer  $\Phi$  pour obtenir l'énergie totale reçue, d'où la dénomination d'intégrateur de lumière.

- b. Pour obtenir un saut de tension, il suffit d'appliquer  $v_s$  à un comparateur réglable :



$v_s$  passe d'une saturation à l'autre lorsque  $v_s$  passe par la valeur  $xE$ .

#### 4. COMBINAISON DES SIGNAUX DE DEUX PHOTODIODES

1. a. Calculons d'abord la différence de marche :

$$\begin{aligned} \delta &= ST_2 - ST_1 = \sqrt{D^2 + \left(x + \frac{a}{2}\right)^2} - \sqrt{D^2 + \left(x - \frac{a}{2}\right)^2} \\ &= D \sqrt{1 + \frac{1}{D^2} \left(x + \frac{a}{2}\right)^2} - D \sqrt{1 + \frac{1}{D^2} \left(x - \frac{a}{2}\right)^2}. \end{aligned}$$

Utilisons l'approximation  $\sqrt{1 + \epsilon} \approx 1 + \frac{\epsilon}{2}$  lorsque  $\epsilon \ll 1$  :

$$\delta = D \left( 1 + \frac{1}{2D^2} \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 \right) - D \left( 1 + \frac{1}{2D^2} \left(x - \frac{a}{2}\right)^2 \right) = \frac{ax}{D}$$

Par suite, le retard temporel s'écrit :  $\tau = \frac{\delta}{c}$  ou  $\tau = \frac{ax}{cD}$

- b. Quand la source et les trous ne sont pas ponctuels, la distance  $d$  entre un point quelconque de la source et un point quelconque d'un trou est définie avec une certaine incertitude  $\Delta d$ . Il en résulte une incertitude  $\Delta\tau$  sur le calcul de  $\tau$ . Pour que le calcul reste valable il faut que  $\Delta\tau$  soit petit devant la période de l'onde :  $\Delta\tau \ll T$  qui exige  $\Delta d \ll \lambda$ .
- c. L'addition de  $v_1$  et  $v_2$  revient en fait à l'addition des deux intensités lumineuses au niveau des trous. Or, un phénomène d'interférence résulte de l'addition des élongations instantanées des vibrations : celles-ci ne sont pas suivies par les photodiodes (voir fréquence de coupure, discutée à la question 2.4.a.).
2. a.  $s_1^2 = s_0^2 \cos^2(\omega t + \beta) + s_0^2 \cos^2(\omega' t + \beta')$   
 $+ 2s_0^2 \cos(\omega t + \beta) \cos(\omega' t + \beta')$

$$= \frac{s_0^2}{2} [1 + \cos(2\omega t + 2\beta)] + \frac{s_0^2}{2} [1 + \cos(2\omega' t + 2\beta')] + s_0^2 \cos(\omega t + \omega' t + \beta + \beta') + s_0^2 \cos(\omega t - \omega' t + \beta - \beta')$$

Les trois premiers cosinus sont arrêtés par la photodiode (fréquences beaucoup plus élevés que la fréquence de coupure). Il reste :

$$s_1^2 \text{ filtré} = s_0^2 [1 + \cos(\delta\omega t + \beta' - \beta)]$$

et après amplification :

$$v_1 = V_0 [1 + \cos(\delta\omega t + \beta' - \beta)].$$

- b. Il suffit de remplacer  $t$  par  $t - \tau$  :

$$v_2 = V_0 [1 + \cos(\delta\omega t - \delta\omega \tau + \beta' - \beta)].$$

c.  $v_p = \frac{v_1 v_2}{u_0} = \frac{V_0^2}{u_0} \cos(\delta\omega t + \beta' - \beta) \cos(\delta\omega t - \delta\omega \tau + \beta' - \beta)$ .

On remplace le produit de cosinus en somme et on ne garde que

la composante continue. Il reste :  $v_{pc} = \frac{V_0^2}{2u_0} \cos(\delta\omega \tau)$ .

$$d. \tau \delta\omega = \frac{ax}{cD} (\omega' - \omega) = \frac{ax}{cD} \cdot 2\pi c \frac{\lambda - \lambda'}{\lambda \lambda'} \approx 2\pi \frac{ax}{D} \frac{\delta\lambda}{\lambda_0^2}.$$

Cette valeur varie de  $\pi$  quand  $x$  varie de  $\Delta x$  tel que :

$$\pi = 2\pi \frac{a \Delta x}{D} \frac{\delta\lambda}{\lambda_0^2} \quad \text{d'où} \quad \delta\lambda = \frac{D \lambda_0^2}{2a \Delta x}.$$

On trouve numériquement  $\delta\lambda = 5,9 \cdot 10^{-10}$  m.

L'imprécision du résultat résulte de l'incertitude sur la connaissance de  $\lambda_0$  et les incertitudes de mesures de  $D$ ,  $a$ ,  $\Delta x$ .

De ces trois longueurs, la plus courte est celle qu'on connaît avec le moins de précision (incertitude relative la plus grande) : il s'agit de  $a$ .

#### Remarques :

- L'expérience nécessiterait, pour la réaliser, des photodiodes extrêmement performantes (fréquence de coupure très élevée :  $\Delta N \sim 5 \cdot 10^{11}$  Hz dans le cas étudié). De plus, la lampe à vapeur de sodium devrait être utilisée dans des conditions où les raies spectrales soient les plus fines possibles pour s'assurer que chacune est assez proche d'une radiation monochromatique. Il serait plus facile de faire l'expérience avec comme source un laser modulé : le laser assure une bonne monochromaticité et la modulation peut être faite à une fréquence que les photodiodes n'atténuent pas.
- Des expériences basées sur un principe analogue sont effectuées en astrophysique pour mesurer des diamètres d'étoiles (méthode de corrélation d'intensité). La rapidité de réponse des capteurs optiques utilisés est toujours une condition importante pour le succès de telles entreprises.

C. WALTER  
et les membres du jury