

Étude expérimentale des résistances dans un circuit RLC

par Jean-Marie LAUGIER
École normale, Antananarivo - Madagascar

Lorsqu'on fait une étude expérimentale précise du circuit RLC série, on doit prendre des précautions dans le choix des éléments du montage. Un générateur de tension idéal s'impose si on veut visualiser la courbe $I = f(\text{fréquence})$ à l'oscillographe. D'autre part, les résultats obtenus pour le coefficient de qualité sont généralement éloignés des valeurs théoriques lorsque les fréquences utilisées dépassent quelques centaines de hertz. Avec le nouveau montage sur les oscillateurs à résistance négative, l'étude du circuit RLC série met en évidence la dépendance en fréquence de la partie réelle des impédances présentes dans le circuit.

Généralement on considère que la partie réelle de l'impédance d'une bobine dépend de la fréquence, mais on précise rarement l'ordre de grandeur de cette variation. De même, un condensateur réel se modélise avec une résistance de fuite en parallèle et une résistance série, mais quelle est la valeur numérique de la résistance série d'un condensateur utilisé au lycée ?

En utilisant dans les montages suivants (Figures 1 et 2) des dipôles existants dans les lycées, il est possible de mettre en évidence les différentes résistances présentes dans le circuit RLC.

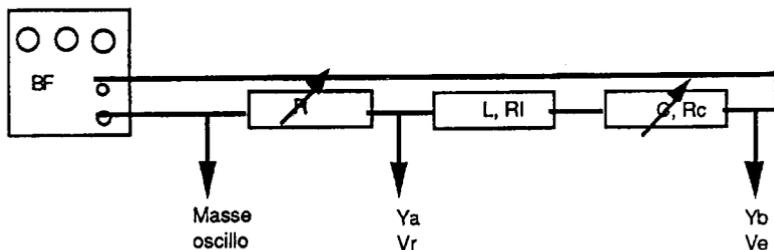


Figure 1

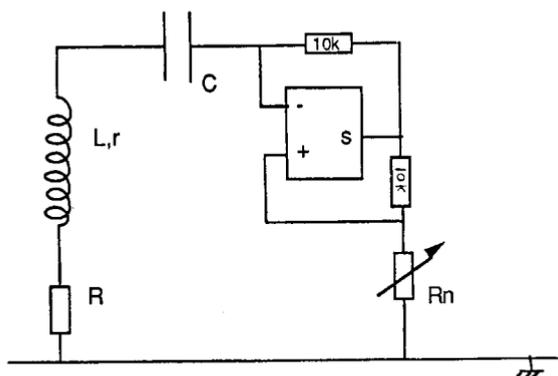


Figure 2

PREMIER MONTAGE

Le premier montage permet de mesurer la résistance ($R_l + R_c$) présente dans le circuit. On procède de la façon suivante :

- pour différentes valeurs de la capacité C , on se place à la fréquence de résonance puis on ajuste la valeur de la résistance R afin que $V_e = 2.V_r$, dans ces conditions on a : $R_l + R_c = R$.

Avec une bobine Jeulin (réf : 292017) sans le noyau métallique et des boîtes de condensateurs (réf : 291067), on a obtenu les résultats suivants :

Fréquence (Hz)	Résistance (Ω)
0	11.5
390	13
430	14
540	14
730	16
1200	21
1700	29
2350	43
3000	58
3200	66

Tableau 1

Dans le cas de dipôles idéals, la résistance serait constante et égale à la valeur en continu, ici $R = 11.5 \Omega$. On peut remarquer que l'erreur relative effectuée en considérant la résistance constante atteint près de 100 % à la fréquence de 1.2 kHz.

DEUXIÈME MONTAGE

Le deuxième montage utilise une résistance négative. On étudie le circuit oscillant formé d'un circuit RLC série associé à un amplificateur opérationnel monté en résistance négative.

On choisit, Figure 2 :

- $R = 40 \Omega$,
- la bobine est celle qui possède un noyau de fer amovible (on l'enlève) $L = 95 \text{ mH}$ (Jeulin réf : 292017) ou $L = 70 \text{ mH}$ (Ch. Suter),
- le condensateur appartient à une boîte 0.05-2.5 μF (Jeulin réf : 291067), à une boîte 0.047-2.5 μF (Pierron réf : PE111) ou bien à un lot de condensateurs polyester 33-68-150 nF (type «Milfeuil» LCC).

Avec les valeurs suivantes $L = 95 \text{ mH}$, $r = 12 \Omega$ et $C = 0.1 \mu\text{F}$ on obtient $f_0 = 1.63 \text{ kHz}$. En combinant les condensateurs et les bobines disponibles en série ou en parallèle, il est possible de conserver la même fréquence.

Après avoir effectué une série de mesures, on obtient le tableau de résultats suivants :

JE, correspond aux condensateurs Jeulin, PI pour Pierron et Po pour polyester, avec $R_t = R + r$, $R_s = R_n - R_t =$ résistance supplémentaire.

Résultats en fonction de la fréquence d'oscillation :

n°	fHz	LmH	r Ω	CnF	Type de cond.	Rn Ω	Rt Ω	Rs Ω
1	769	95	12	440	PI 220//220	56	52	4
2	829	190	24	200	JE 100//100	74	64	10
3	898	95	12	320	PI 100//220	57	52	5
4	1088	95	12	220	PI 220	60	52	8
5	1132	190	24	100	PI 100	79	64	15
6	1137	95	12	200	JE 200	61	52	9
7	1142	190	24	100	Po 33//68a	83	64	19
8	1151	95	12	200	Po 33//68//33//68	62	52	10

9	1162	47	6	400	JE 200//200	51	46	5
10	1167	190	24	100	JE 200+200	83	64	19
11	1171	190	24	100	Po 33//68b	84	64	20
12	1176	190	24	100	JE 100	83	64	19
13	1183	95	12	200	JE 200	62	52	10
14	1342	95	12	150	Po 150	64	52	12
15	1438	190	24	68	Po 68	92	64	28
16	1537	95	12	110	PI 220+220	66	52	14
17	1538	47	6	220	PI 220	53	46	7
18	1598	95	12	100	PI 100	67	52	15
19	1603	95	12	100	Po 33//68b	71	43	18
20	1610	47	6	200	JE 200	55	46	9
21	1632	190	24	50	Po 33//68+33//68	100	64	36
22	1646	95	12	100	Po 33//68a	70	52	18
23	1654	95	12	100	JE 100	70	52	18
24	1709	190	24	47	PI 47	98	64	34
25	1924	95	12	69	PI 100+220	73	52	21
26	2038	190	24	33	Po 33	116	64	52
27	2247	47	6	100	PI 100	60	46	14
28	2300	95	12	50	Po 33//68+33//68	86	52	34
29	2317	190	24	25	PI 47+100+220+220	123	64	59
30	2324	95	12	50	JE 50	85	52	33
31	2400	95	12	47	PI 47	84	52	32
32	2490	190	24	22	Po 33+68	139	64	75
33	3247	95	12	25	PI 47+100+220+220	109	52	57

Tableau 2

INTERPRÉTATION

A partir des résultats n° 8-9-10, 19-20-21, on peut supposer que la résistance de la bobine vaut 22Ω à 1.16 kHz et 30Ω à 1.6 kHz si on ne tient pas compte de la résistance série des condensateurs. Le résultat n° 28 donne une résistance de 46Ω ($34 + 12$) alors que le résultat n° 29 donne environ $(59 + 24) / 2 = 41.5 \Omega$ (les deux bobines sont en parallèle), la différence est bien supérieure à la précision des mesures. On ne peut pas attribuer la variation de la résistance R_n à la variation,

en fonction de la fréquence, de la partie réelle de l'impédance de la bobine uniquement.

ÉTUDE À L'AIDE D'UN ANALYSEUR

Afin d'éclaircir ce problème on peut étudier les figures suivantes obtenues à l'aide d'un analyseur HP5423A (en ordonnée les impédances sont exprimées en ohms).

Les Figures 3a et 3b représentent la partie réelle de l'impédance d'un condensateur de 50 nF et 100 nF (Jeulin). On peut remarquer que la résistance série dont il faut tenir compte est de l'ordre de 10 Ω pour 50 nF et 5 Ω pour 100 nF dans la gamme de fréquence qui nous intéresse.

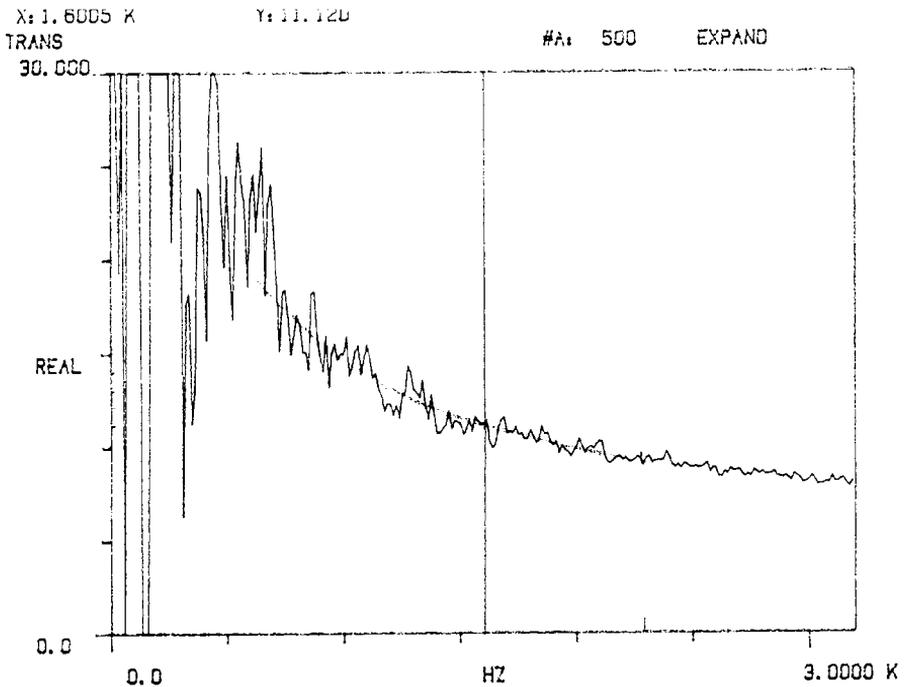


Figure 3a

X: 1.6005 K

Y: 5.8631

#A: 500

EXPAND

TRANS

30.000

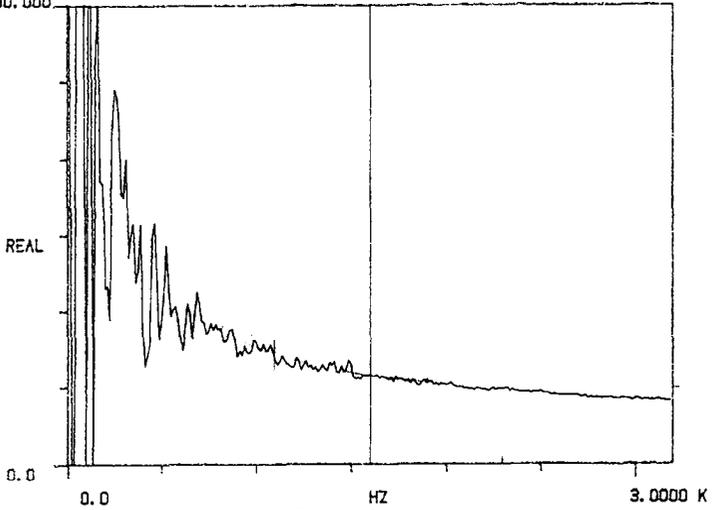


Figure 3b

X: 1.9150 K

Y: 21.529

#A: 500

TRANS

40.000

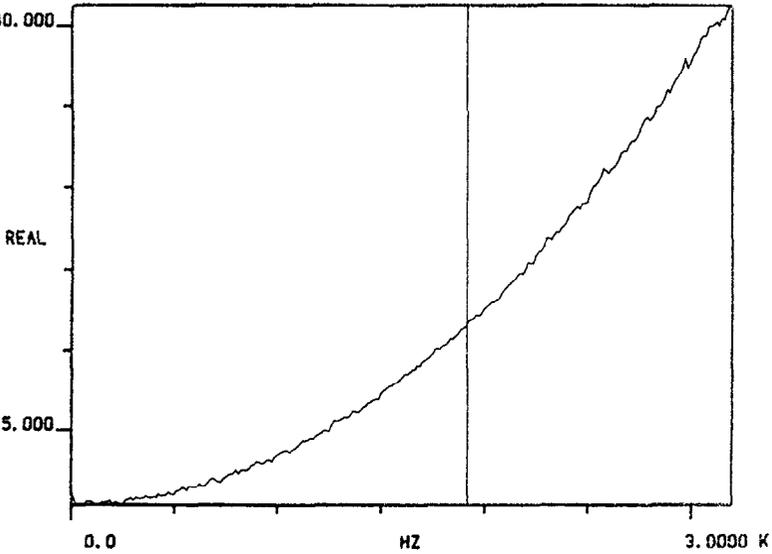


Figure 4

La Figure 4 représente la partie réelle de l'impédance d'une bobine (Suter). Alors que la valeur de la résistance en continu est de 10Ω , à 1 kHz elle est déjà de 13Ω (soit 30% de plus) et 22Ω à 2 kHz ($+120 \%$).

Pour une bobine Jeulin dont la résistance en continu est de 11.5Ω , les valeurs à 1 et 2 kHz sont respectivement 16 et 28Ω , Figure 5. Ces valeurs peuvent paraître élevées mais elles permettent de vérifier les écarts trouvés lors des manipulations sur l'oscillateur à résistance négative et sur le circuit RLC série. La loi de variation de la partie réelle de l'impédance est approximativement :

$$r = 11.5 + 5.4 \times 10^{-5} f + 4 \times 10^{-6} f^2. \quad (f \text{ en hertz et } r \text{ en ohms}).$$

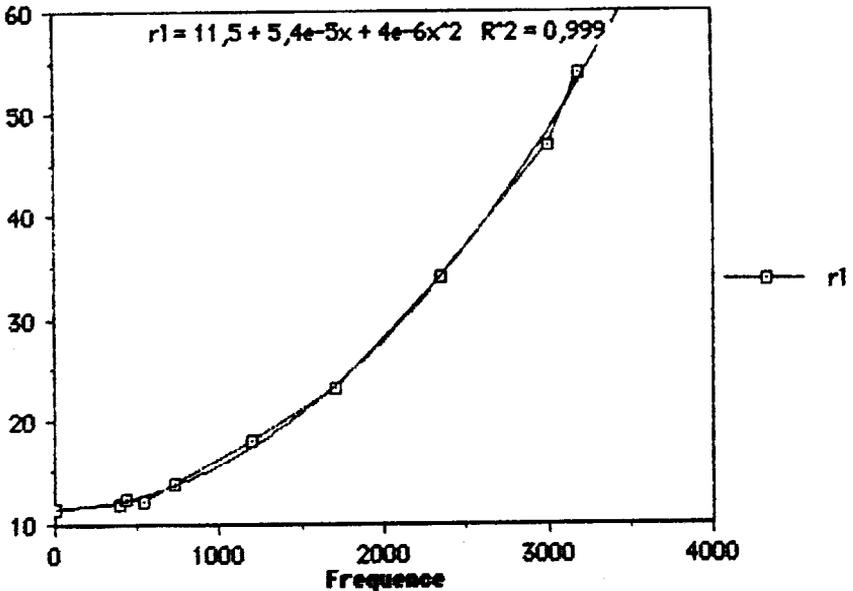


Figure 5

Les Figures 6 à 8 sont obtenues avec un circuit RLC série comprenant les éléments suivants :

- bobine Suter $L = 70 \text{ mH}$, $r = 21.5 \Omega$ à 1.9 kHz (d'après la Figure 4),
- résistance $R = 39 \Omega$,
- condensateur Jeulin $C = 100 \text{ nF}$, $R_c = 5.3 \Omega$ à 1.9 kHz (d'après la Figure 3b) la fréquence de résonance est $f_0 = (4 \pi^2 L C)^{-1/2} = 1.9 \text{ kHz}$.

A partir de la Figure 6, on calcule le coefficient de qualité $Q = f_0/\Delta f$
 - $Q = 83/6.5$
 - $Q = 12.8$ (1).

X₁ 1.9150 K
 TRANS

Y₁ 15.140 m

#A₁ 500

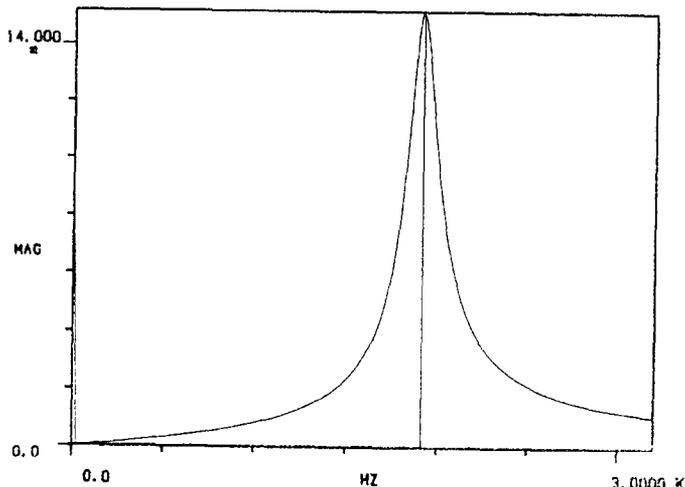


Figure 6

TRANS

20.000
 K

#A₁ 120

EXPAND

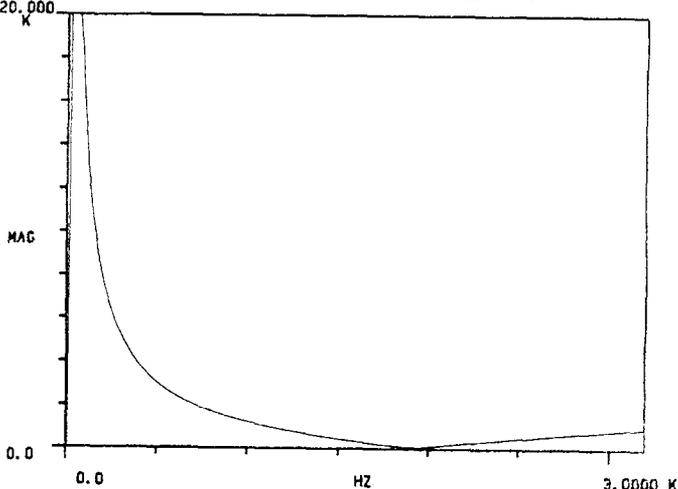


Figure 7

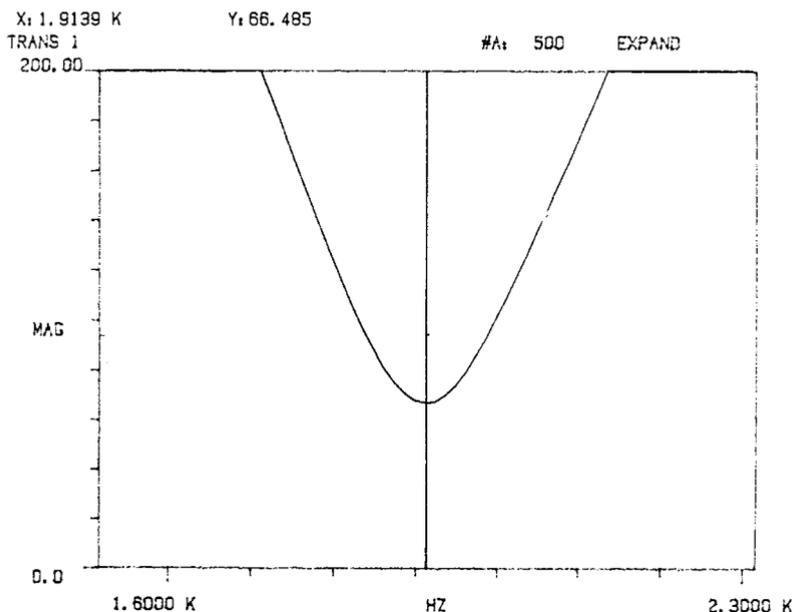


Figure 8

Avec les valeurs données par le constructeur, on obtient :

$$\begin{aligned}
 - Q &= L\omega_0 / (R + r) = 0.07 * 2 * \pi * 1915 / (39 + 10) \\
 - Q &= 17.2 \quad (2).
 \end{aligned}$$

Et avec les valeurs mesurées précédemment,

$$\begin{aligned}
 - Q &= L\omega_0 / (R + r + r_l + r_c) = 0.07 * 2 * \pi * 1915 / (39 + 21.5 + 5.3) \\
 - Q &= 12.8 \quad (3).
 \end{aligned}$$

La concordance des résultats (1) et (3) est remarquable, alors que le résultat (2) est à 34 % près.

Il est également possible de calculer Q à partir de la courbe $|Z| = f(\text{fréquence})$, Figures 7 et 8. Δf est obtenu pour $|Z| = |Z|_{\min} * \sqrt{2}$ sur la Figure 8. Cette courbe donnant $|Z|$ en fonction de la fréquence peut être visualisée à l'oscilloscope en alimentant le circuit RLC par un générateur de courant, la tension aux bornes du circuit est alors proportionnelle à l'impédance du circuit, Photo A.

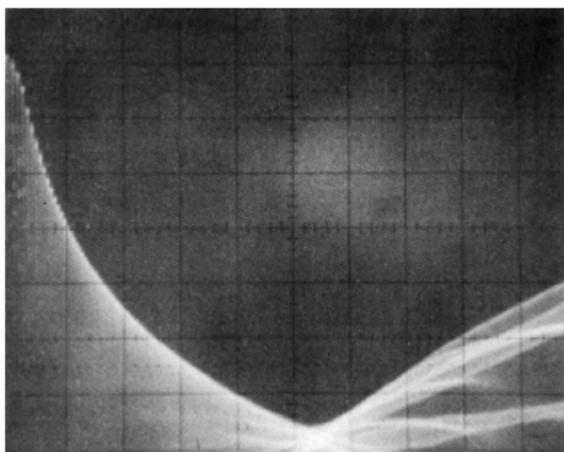


Photo A : impédance (en module) du circuit RLC en fonction de la fréquence.

NOTE TECHNIQUE

Il sera intéressant de montrer aux élèves la courbe $I = f(\text{fréquence})$ à l'oscilloscope, pour cela on a besoin d'un générateur qui délivre une fréquence variant linéairement dans le temps. Il est possible d'utiliser les générateurs GF4 de Jeulin à condition d'apporter quelques petites modifications :

- court-circuiter le condensateur qui arrive sur la patte 8 du circuit intégré XR2206
- supprimer la résistance de $100\text{ k}\Omega$ à l'entrée FM (il reste la résistance de $12\text{ k}\Omega$).

D'autre part, le dispositif de synchronisation ne donne plus satisfaction lorsque le niveau de sortie est faible, il serait plus judicieux d'utiliser la patte 11 du circuit XR2206 comme le suggère les caractéristiques données par le constructeur EXAR. Une résistance de $10\text{ k}\Omega$ entre les pattes 4 (V+) et 11, avec sortie synchro sur la patte 11 donne des résultats excellents comme en témoigne la Photo B correspondant à la Figure 6. Le montage utilisé est sur le Figure 9.

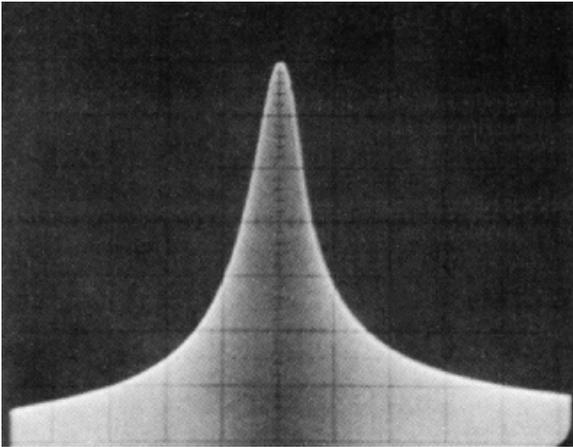


Photo B : courbe de réponse $I = f(\text{fréquence})$, la résistance totale est de 100Ω .

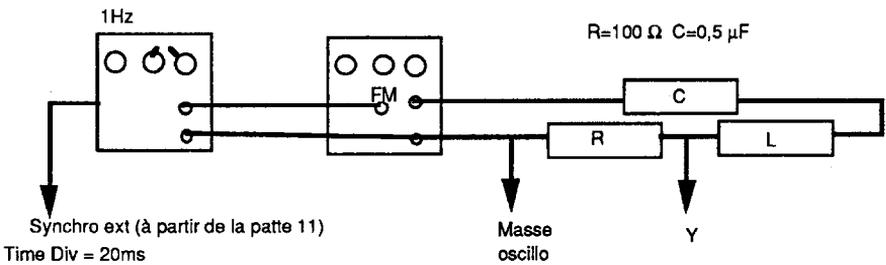


Figure 9

Il est également très facile de transformer un générateur GF3 en GF4, il suffit de court-circuiter le condensateur entre la patte 8 et la résistance de $12 \text{ k}\Omega$, puis de relier cette résistance de $12 \text{ k}\Omega$ à une borne que l'on ajoutera sur la face avant.

CONCLUSION

Le circuit RLC série est un circuit simple mais on n'est pas à l'abri de résultats surprenants.

Les Figures 3 et 4 donnent une idée de l'origine des erreurs que l'on peut faire dans l'étude expérimentale du circuit RLC série et de l'oscillateur à résistance négative. Ce n'est pas la précision des appareils de mesure, ni la qualité de l'expérimentateur qui doivent être mis en cause, mais la nature du modèle des dipôles étudiés.