Mesures de distances par triangulation (1ère A et B)

But de la manipulation : application de la loi de propagation rectiligne de la lumière à la mesure de distance

par Patrick MOREL
Lycée H. Avril, 22400 Lamballe

1. FICHE ÉLÈVE : MANIPULATION

1.1. Méthode de mesure par triangulation

1.1.1. Phénomène de parallaxe

On tient parallèlement et à une distance constante des yeux, une règle graduée. On vise successivement un objet A, avec l'œil droit puis avec l'œil gauche.

1 - On ferme l'œil droit O_2, on aligne l'œil gauche O_1, l'objet visé A, et la graduation zéro de la règle.

2 - Sans bouger, on vise l'objet avec l'œil droit. L'objet A est maitenant aligné avec la graduation x de la règle.

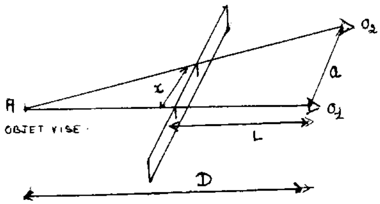


Figure I

1.2. Mesure de la distance de l'objet

Le triangle AO_1O_2 est un triangle rectangle.

Notations utilisées :

- D distance de l'objet A L'ŒIL AO_1,
- L distance de la règle A L'ŒIL HO_1,
- a distance entre les pupilles.

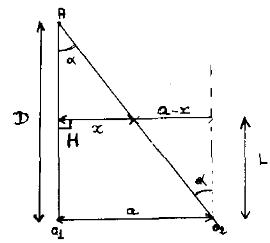


Figure II

De la figure 2 on tire $\text{tg}\alpha = \frac{a}{D} = \frac{a-x}{L}$.

Soit : $$D = \frac{a}{(a-x)} \times L$$

La mesure de x, L, a permet de calculer la distance D.

1.3. Manipulation : mesure de la longueur de la table de T.P.

1.3.1. Mesure de la distance entre les deux pupilles

1 - Mesure directe a = cm.

2 - Mesure indirecte

On applique la méthode de triangulation à un objet très lointain. On scotche sur une vitre la règle graduée et on vise un objet de distance supérieure à 100 m. la distance a entre les deux pupilles est lue directement, par défaut, sur la règle graduée a = cm.

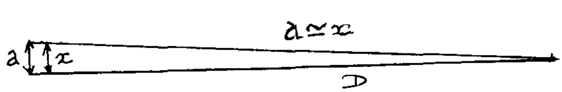


Figure III

On choisira la méthode la plus fiable.

1.3.2. Mesure de la longueur de la table de T.P.

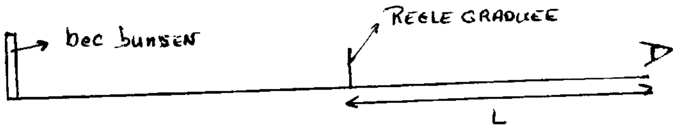


Figure IV

Choisir L le plus grand possible. Réaliser trois mesures succesives prendre la valeur moyenne.

On mesurera ensuite la longueur de la table à l'aide d'un doublemètre.

On déterminera le pourcentage d'erreur commis en utilisant la méthode de triangulation.

2. FICHE ÉLÈVE : MESURE DE DISTANCE EN ASTRONOMIE

2.1. Connaissances mathématiques nécessaires

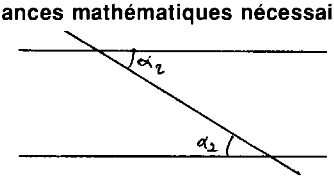


Figure 1 : deux droites parallèles coupées par une sécante déterminent deux angles alterne interne α_1 et α_2 égaux.

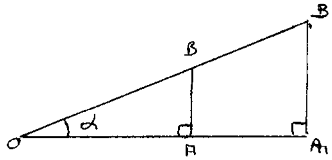


Figure 2 : tangente d'un angle $\operatorname{tg} \alpha = \dfrac{AB}{OA} = \dfrac{A_1B_1}{OA_1} = \dfrac{A_2B_2}{OA_2}$.

2.2. Détermination de la circonférence de la Terre (Eratosthène 200 av JC)

A Alexandrie, à midi au solstice d'été, les rayons solaires arrivent verticalement, à la même date et la même heure, les rayons font un angle α_1 avec la verticale à Syene. Eratosthene interprète ce phénomène en supposant la terre sphérique, et connaissant la distance Alexandrie-Syene AS = 800 km, en déduit la circonférence de la terre et son rayon.

Retrouver ces résultats à l'aide de la figure 3 le baton planté à Syene a une hauteur de 1 m, son ombre la plus courte une longueur de 0,13 m.

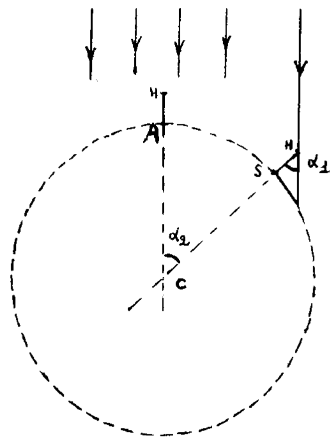


Figure 3

2.3. Mesure de la distance Terre-Proxima du Centaure

L'observation de l'étoile proche Proxima du Centaure, à six mois d'intervalle, permet de constater un déplacement apparent de l'étoile (phénomène de parallaxe) par rapport aux étoiles lointaines.

Quand l'observateur est en T_1, l'étoile Proxima apparaît à gauche de l'étoile de référence. Six mois plus tard, l'observateur est en T_2, l'étoile Proxima du Centaure apparaît à droite de l'étoile de référence. La mesure du déplacement apparent permet de calculer l'angle α (calculs non développés). À l'aide de la figure 4 calculer la distance Terre Proxima du Centaure. On donne α = 0,76'' de la distance Terre Soleil $R_T = 1{,}49\ 10^8$ km.

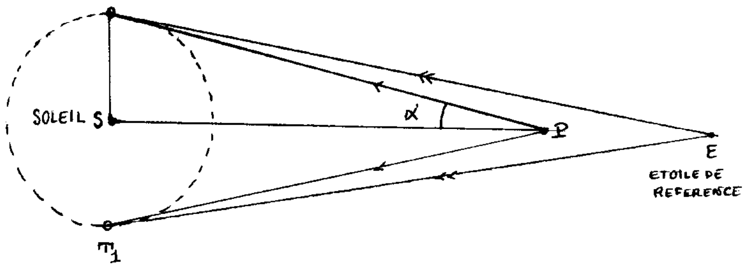


Figure 4

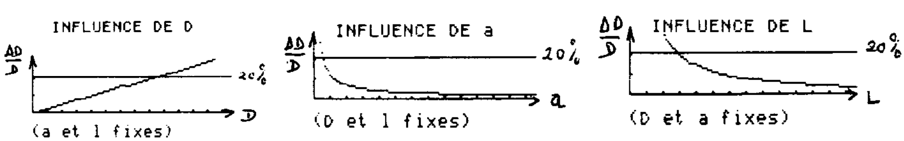
3. FICHE PROFESSEUR

3.1. Incertitude relative sur la mesure de D

$$D = \frac{a}{(a-x)} \times L \qquad \frac{SD}{D} = \frac{Sa}{a} + \frac{SL}{L} - \frac{S(a-x)}{(a-x)}$$

Soit :
$$\frac{SD}{D} = Sa\left[\frac{L-D}{a \times L}\right] + \frac{SL}{L} + \frac{Sx \times D}{a \times L}$$

En utilisant «le vieux» calcul d'incertitudes on obtient les courbes suivantes :



L'erreur relative est une fonction croissante de D, décroissante de a et de L. La méthode choisie imposant la distance a, on se limitera à la mesure de distances d'objets rapprochés en opérant avec une distance L optimale, suffisamment grande pour minimiser l'erreur relative, suffisemment faible pour ne pas engendrer des difficultés d'accomodation de l'œil.

3.2. Mesure de la distance entre les deux pupilles

La mesure directe par le ou la partenaire, bien que nettement plus conviviale donne. (bizarrement ?) des résultats moins précis. La mesure indirecte, précise pour mesurer a, est totalement inadaptée pour mesurer D : pour $a \sim x \qquad D \rightarrow \infty$.

Ce dernier calcul permet de montrer la nécessité d'opérer avec de grandes valeurs de a pour mesurer des distances en astronomie. (Voir mesure distance Terre Proxima du Centaure).

3.3. Mesure de la longueur de la table de T.P.

Les premières mesures sont en général assez mauvaises. Après deux à trois essais les groupes obtiennent des incertitudes relatives de l'ordre de 10 %.