

# Étude expérimentale des oscillations, libres et forcées, de l'équipage mobile d'un haut-parleur

par R. ALLARD  
Lycée H. Bergson, 49000 Angers

---

L'équipage mobile d'un haut-parleur constitue un oscillateur mécanique dont l'étude expérimentale qui va être présentée a pour objet de :

- mettre en évidence les oscillations libres et le phénomène de résonance.
- déterminer les grandeurs mécaniques : déplacement, vitesse, accélération et période propre.
- mesurer la puissance électrique nécessaire à l'entretien des oscillations et de montrer comment on peut établir, à partir des valeurs de cette puissance, le schéma électrique équivalent au H.P.

Il faut souligner que les grandeurs mécaniques sont calculées à partir de mesures purement électriques et que cette étude s'appuie sur des connaissances de mécanique et d'électromagnétisme que possède un élève de Terminale.

Une manipulation mettant en œuvre un haut-parleur semble assez motivante pour nos élèves, généralement intéressés par les phénomènes acoustiques.

## 1. LE HAUT-PARLEUR

Modèle utilisé : « $4\Omega$  - 12 W». Diamètre 9 cm.

L'équipage mobile d'un haut-parleur comprend la bobine, la membrane et la suspension élastique.

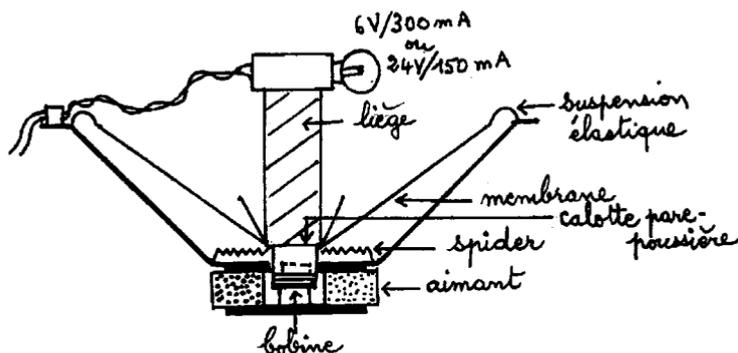


Figure 1

### 1.1. Visualisation des vibrations de la membrane

La mise en évidence du phénomène de résonance, en expérience de cours, nécessite une amplification du déplacement vertical de la bobine du H.P. Cette amplification est obtenue par une méthode optique ; le H.P. est équipé d'une petite ampoule (6 V / 300 mA ou 24 V / 150 mA) dont le filament est pratiquement rectiligne.

Cette ampoule est fixée à un bouchon de liège (figure 1) qui est lui-même collé sur la calotte pare-poussière. Le filament de cette ampoule, disposé horizontalement, est projeté sur un écran, situé à 3 mètres environ ; l'image du filament balaie une surface rectangulaire dont la hauteur est proportionnelle à l'amplitude des oscillations de l'équipage mobile du H.P.

### 1.2. Quelques caractéristiques du haut-parleur

#### a) résistance de la bobine

Un courant de 100 mA circulant dans le H.P. fait apparaître à ses bornes une tension de 0,332 V ; la résistance est donc  $R = 3,32 \Omega$ .

#### b) inductance de la bobine

**1<sup>ère</sup> méthode** : celle décrite dans l'article «Source de courant à fort débit» du B.U.P. n° 711 donne  $L = 0,13 \text{ mH}$

**2<sup>ème</sup> méthode** (approchée) : on injecte un courant sinusoïdal d'intensité efficace  $I$  et on mesure la tension efficace  $U$  aux bornes du H.P. à la fréquence  $N = 10 \text{ kHz}$  :  $I = 50,3 \text{ mA}$   $U = 0,472 \text{ V}$ . Si le H.P.

peut être assimilé à une bobine inductive on obtient  $L = \frac{\sqrt{Z^2 - R^2}}{\omega}$  avec

$Z = \frac{U}{I} = 9,38 \Omega$ . On calcule  $L = 0,14 \text{ mH}$ . En réalité l'impédance du

H.P. est de la forme :  $Z = \sqrt{(R + R_1)^2 + (L\omega + X)^2}$  (paragraphe 5.4) et la valeur de  $L$  calculée à partir de cette formule est de l'ordre de  $0,1 \text{ mH}$ .

### c) Détermination du produit $Bl$

La bobine du H.P., alimentée par un courant d'intensité  $i$ , est soumise à une force électromagnétique  $F = Bl i$ .  $B$  est l'intensité du champ magnétique radial créé par l'aimant et  $l$  est la longueur totale du fil de la bobine. Le système mobile étant au repos, on le charge avec une masse  $m = 100 \text{ g}$  et on cherche quelle intensité  $I$  il faut injecter dans le H.P. pour le ramener dans sa position de repos. On trouve  $I = 0,380 \text{ A}$ . La valeur du produit  $Bl$  se calcule à partir de l'équation d'équilibre  $Bl I = mg$ . On obtient  $Bl = 2,58 \text{ N.A}^{-1}$ .

## 2. LE MATÉRIEL

Le matériel que nécessitent les expériences comprend un générateur de fonctions, un oscilloscope, un fréquencemètre et d'autres appareils que l'on peut construire au laboratoire, à partir de schémas parus dans le B.U.P. :

- une source de courant à fort débit (B.U.P. n° 711) qui peut débiter une intensité  $i_0$ , fonction de la tension de commande  $u_0$  délivrée par le générateur de fonctions :  $i_0 \text{ (A)} = 0,1 \times u_0 \text{ (V)}$ ,
- un générateur d'impulsions rectangulaires de rapport cyclique variable (B.U.P. n° 661),
- un wattmètre, pour la mesure des faibles puissances, dont la réalisation est décrite en annexe.

## 3. OBTENTION DES OSCILLATIONS LIBRES

### 3.1. Excitation de l'équipage mobile par un échelon de force.

Pour obtenir un régime d'oscillations libres il faut appliquer à l'équipage mobile une force  $F_0$  constante, pendant une durée  $\tau$ , petite

par rapport à la période propre de l'oscillateur. La force qui va être imposée à l'oscillateur est la force de Laplace  $F_0 = Bl i_0$ .

Pour que  $F_0$  puisse s'annuler au bout de la durée  $\tau$  il faut que le H.P. soit alimenté par une source de courant. Cette source de courant, commandée par des impulsions de tension  $u_0 = 4,8$  V, de période de récurrence  $T$ , délivre des impulsions de courant d'intensité  $i_0 = 0,1 \times u_0 = 0,48$  A ;  $F_0 = Bl i_0$  ;  $F_0 = 2,58 \times 0,48 = 1,24$  N. (Figures 2 et 3).

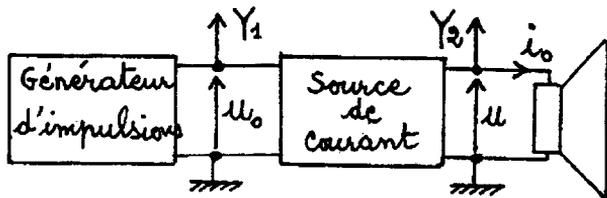


Figure 2

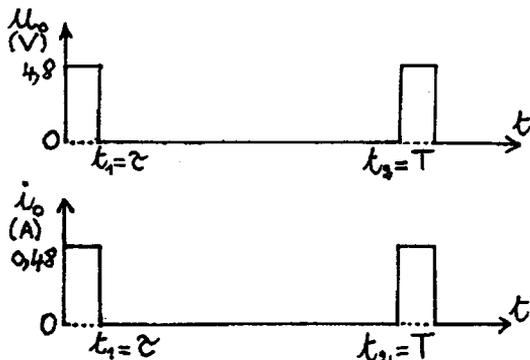


Figure 3

### 3.2. Vitesse instantanée de l'équipage mobile

Les tensions observées sur l'oscillographe sont :  $u_0$ , image de l'échelon de force  $F_0$ , et  $u$  tension aux bornes du H.P. (figure 2).

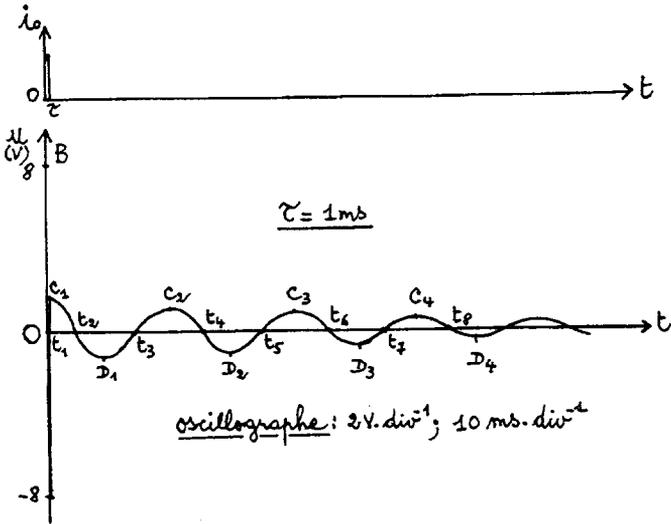


Figure 4

La figure 4 indique comment varie  $u$  au cours du temps.

a)  $t > \tau$  : après l'annulation de la force  $F_0$ , à l'instant  $t_1 = \tau$ , le système étudié effectue des oscillations libres. La bobine du H.P. est le siège d'une force électromotrice d'induction  $e = -Blv$ ,  $v$  étant la vitesse instantanée de la bobine (figure 5).

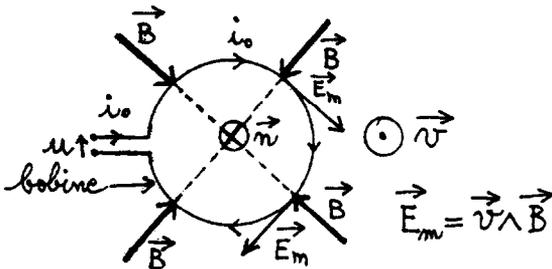


Figure 5

Comme  $i_0 = 0$  pour  $t > \tau$ , tout se passe pratiquement comme si le H.P. était en circuit ouvert. La tension  $u$  entre ses bornes est  $u = -e = Blv$  ; par conséquent la tension  $u$  est l'image de la vitesse instantanée  $v$  de l'équipage mobile.

Remarque : on peut vérifier qu'il n'y a pas d'échange d'énergie entre la source de courant et le haut-parleur pendant la durée des oscillations libres : une diode montée en série avec le H.P. n'entraîne pas de modification de la tension  $u$ .

b) **intervalle de temps**  $[0, \tau]$  (figure 6)

C'est la phase de lancement de l'oscillateur. La bobine du H.P. est parcourue par un courant constant  $i_0 = 0,48$  A et sa vitesse croît progressivement à partir de la valeur zéro.  $u = Ri_0 + Blv$ . Dans l'expression de  $u$ , il n'y a pas de terme  $L \frac{di}{dt}$  parce que  $i_0$  est une intensité constante (source de courant). Le phénomène d'autoinduction n'apparaît qu'à l'instant où  $i$  prend la valeur  $i_0$  et à l'instant où  $i_0$  s'annule ; sa durée étant très brève, il ne compliquera pas l'interprétation des oscillogrammes.

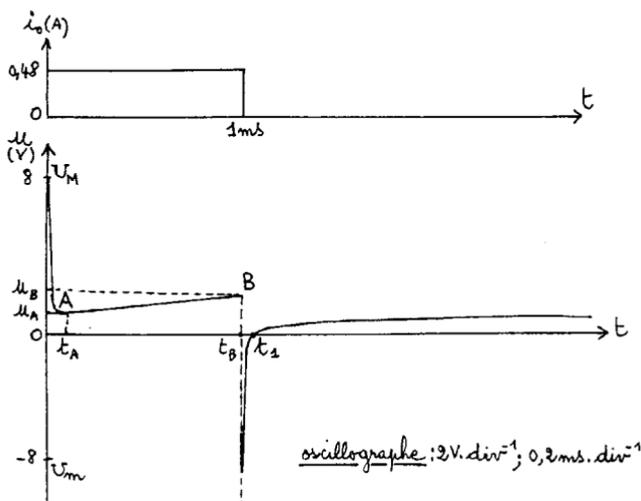


Figure 6

En résumé, l'étude des oscillations libres se ramène à celle d'une tension  $u$ , représentative de la vitesse  $v$  de l'oscillateur.

### 3.3. Remarque

Si le haut-parleur est excité par une impulsion de tension  $u_1$ , délivrée par une source de tension, il existe un courant induit dans la bobine, à chaque instant, même lorsque  $u_1 = 0$ , parce que le circuit

électrique est toujours équivalent à un circuit fermé. Dans ces conditions l'étude des oscillations est compliquée car le phénomène d'autoinduction  $\left( L \frac{di}{dt} \neq 0 \right)$  intervient à chaque instant et la force excitatrice  $F = Bli$  ne peut pas être définie simplement en fonction de  $u_1(t)$  à cause de l'inductance  $L$ .

#### 4. ANALYSE DE LA RÉPONSE DE L'OSCILLATEUR A UN ÉCHELON DE FORCE - OSCILLATIONS LIBRES

##### 4.1. Allure de la courbe $u(t)$

donnée par les figures 4, 6 et 7.

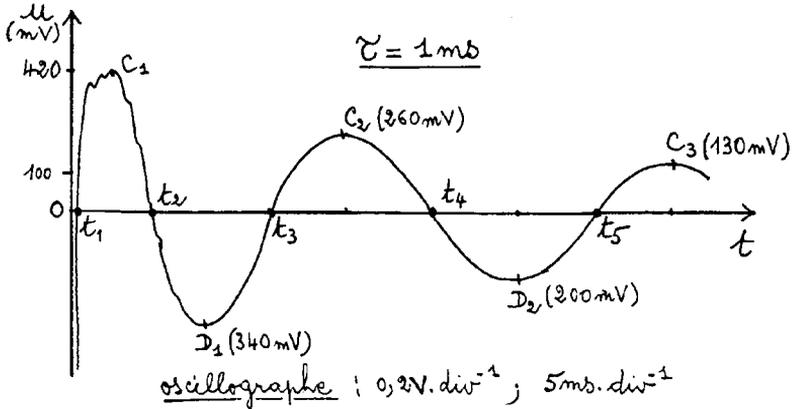


Figure 7

Pour faire une étude précise des différentes parties de la courbe représentative de  $u$  il est nécessaire de faire un bon choix de la vitesse de balayage et de l'amplification de l'oscilloscope. Les réglages de l'oscilloscope sont indiqués sur les figures 4, 6 et 7.

##### 4.2. Lancement de l'oscillateur

Il s'effectue entre  $t = 0$  et  $t = \tau$ . Sur la figure 6 on observe 2 pics de tension l'un positif (8 V environ) pour  $t = 0$  et l'autre négatif (-8,4 V environ) pour  $t = \tau$ . Interprétons : à  $t = 0$ , lorsque  $i$  est en train de

croître de la valeur 0 à 0,48 A, la tension  $u$  est  $u = Ri + Blv + L \frac{di}{dt}$ ; or  $v$  et  $i$  sont pratiquement nuls à  $t = 0$ , d'où  $u \approx L \frac{di}{dt}$ ;  $\frac{di}{dt}$  étant grand, mais non infini (temps de montée de l'impulsion non nul), la présence du pic positif se trouve justifiée. De même on peut expliquer la présence du pic négatif lorsque  $i$  décroît très rapidement pour s'annuler à  $t = \tau$ ; la durée  $t_1 - t_B$  (figure 6) est de l'ordre de  $10 \mu\text{s}$  c'est-à-dire le  $\frac{1}{100}$  de la durée  $\tau$  de l'impulsion (1 ms).

#### 4.3. Vitesse de l'oscillateur à la fin de la phase de lancement

La figure 6 montre, qu'entre les instants  $t_A$  et  $t_B$ , que la courbe possède une partie AB pratiquement rectiligne.

Sachant que  $u = Ri_0 + Blv$  et que  $i_0$  est constant on peut affirmer que la vitesse  $v$  croît régulièrement entre les instants  $t_A$  et  $t_B$ .

$$Ri_0 = 3,32 \times 0,48 \approx 1,6 \text{ V}; B\lambda = 2,58 \text{ N.A.}^{-1}.$$

La vitesse  $v_0$ , à la fin de la phase de lancement, peut être calculée :

$$v_0 = \frac{U_B - Ri_0}{Bl}.$$

Dans le tableau de la figure 8 sont rassemblées les valeurs de la période  $T$  de récurrence des impulsions de force  $F$ , de  $\tau$ , de  $Blv_0$  et de  $v_0$ .

T (ms)	150	200	200	300
$\tau$ (ms)	1	1,5	2	2,5
$u_B$ (V)	2,00	2,20	2,40	2,60
$Bl v_0 = u_B - Ri_0$	0,40	0,60	0,80	1
$V_0$ (m.s <sup>-1</sup> )	0,155	0,232	0,310	0,387

Figure 8

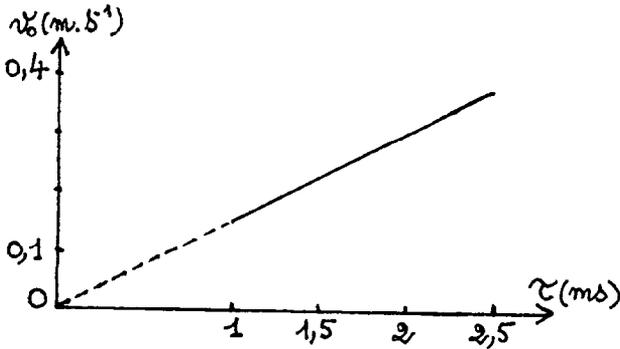


Figure 9

La vitesse  $v_0$  acquise par l'équipage mobile est proportionnelle à la durée  $\tau$  pendant laquelle agit la force constante  $F_0 = Bli_0$  (figure 9).

#### 4.4. Accélération moyenne pendant la phase de lancement

Sa valeur, égale à  $\frac{v_0}{\tau}$ , est de  $\frac{0,155}{10^{-3}} = 155 \text{ m.s}^{-2}$  soit environ 15 fois l'accélération de chute libre. On peut noter que l'accélération de l'équipage mobile est très importante mais que sa vitesse  $v_0$  est faible.

#### 4.5. Application de la relation fondamentale de la dynamique.

Lorsque l'équipage mobile (poids  $\vec{P}$ ) est au repos on a  $\vec{P} + \vec{F}_e = \vec{0}$  [1],  $\vec{F}_e$  étant la force exercée par la suspension élastique.

Entre  $t = 0$  et  $t = \tau$ , ce système est soumis à  $\vec{F}_0$  ( $F_0 = Bli_0 = 1,24 \text{ N}$ ), à  $\vec{F}_e$  (force élastique exercée par la suspension) et  $\vec{F}_r$  la force de frottement.

$$\vec{P} + \vec{F}_e + \vec{F}_r + \vec{F}_0 = m \frac{d\vec{v}}{dt} \quad [2], \quad m \text{ masse l'équipage mobile.}$$

Par soustraction de la relation [1] à la relation [2] on obtient :

$$(\vec{F}_e - \vec{F}_e) + \vec{F}_r + \vec{F}_0 = m \frac{d\vec{v}}{dt}.$$

Si on admet que le déplacement et la vitesse de l'oscillateur sont suffisamment faibles pour que la variation de la force élastique et la force de frottement puissent être négligées par rapport à  $\vec{F}_0$ , on obtient :

$$\vec{F}_0 = m \frac{d\vec{v}}{dt}$$

L'intégration de cette relation entre  $t = 0$  et  $t = \tau$  donne :

$$\vec{F}_0 \tau = m \vec{v}_0 \quad \text{ou} \quad \frac{\vec{v}_0}{\tau} = \frac{\vec{F}_0}{m}$$

- $\frac{v_0}{\tau}$  est donc constant, comme l'a montré l'expérience.
- Calculons le déplacement  $x_0$  de l'équipage mobile sur l'intervalle de temps  $[0, \tau]$  :

$$x_0 = \int_0^{\tau} v \, dt = \frac{v_0 \tau}{2}$$

Avec  $\tau = 1 \text{ ms}$  et  $v_0 = 0,155 \text{ m.s}^{-1}$  on trouve  $x_0 = 7,75 \times 10^{-2} \text{ mm}$ .

- Nous pouvons également déterminer la masse de l'équipage mobile :

$$m = \frac{\tau F_0}{v_0}$$

$$m = \frac{10^{-3} \times 1,24}{0,155} \approx 8 \times 10^{-3} \text{ kg.}$$

#### 4.6. Oscillations libres

##### a) Période propre

Elles sont obtenues pour  $t > \tau$ . Les figures 4 et 7 montrent qu'elles sont amorties. La période propre  $T_0$  peut être déterminée pour  $t > t_3$  (figure 7) lorsque le régime transitoire est terminé.

$T_0$  est de l'ordre de 21 à 25 ms. On notera que  $T_0$  tend à augmenter lorsque l'amplitude des oscillations décroît ; ce fait sera confirmé lors de l'étude de la résonance. L'augmentation de  $T_0$  avec l'amplitude est due aux non linéarités qui affectent la suspension élastique et à l'action de la masse d'air déplacée sur la membrane. Le comportement de

l'équipage mobile d'un H.P. n'est pas aussi simple que celui d'une masse accrochée à un ressort.

### b) Élongation, vitesse, accélération

Pour le calcul de ces 3 grandeurs, on admet que le mouvement étudié est assimilable, sur un intervalle de temps petit par rapport à  $T_0$ , à un mouvement sinusoïdal :  $x = X_m \cos \omega t$  ;  $v = -\omega X_m \sin \omega t$ .

La valeur maximale  $V_m = \omega X_m$  de  $v$  correspond à la valeur maximale  $U_m$  de  $u$ , d'après la relation  $u = Blv$ . Sur la courbe de la figure 7 on lit, par exemple,  $U_m = 200$  mV à un instant  $t$  ;  $V_m = \frac{U_m}{Bl} = \frac{0,2}{2,58}$   $V_m = 7,75 \times 10^{-2} \text{m.s}^{-1}$  à cet instant  $t$ . L'instant  $t_5$  où la vitesse s'annule correspond à :

$$x = X_m ; \quad X_m = \frac{V_m}{\omega} = \frac{V_m T}{2\pi} ;$$

$$X_m = \frac{7,75 \times 10^{-2} \times 23 \times 10^{-3}}{2\pi} = 2,8 \times 10^{-4} \text{m} ; \quad X_m = 0,28 \text{ mm.}$$

L'accélération à l'instant  $t_5$  est de l'ordre de :

$$a = \omega^2 X_m = 20,9 \text{ m.s}^{-2}.$$

Nous avons ainsi obtenu un ordre de grandeur des paramètres du mouvement.

## 5. OSCILLATIONS FORCÉES

Le H.P. est alimenté par une source de courant qui débite une intensité  $i_0 = I_m \cos \omega t$ . La force imposée à l'équipage mobile est  $F_0 = Bl i_0$  ;  $F_0 = Bl I_m \cos \omega t$ .

$$\text{Posons } I_0 = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

### 5.1. Mise en évidence de la résonance

Le filament rectiligne de l'ampoule est projeté sur un écran.

Distance focale de la lentille : 20 cm.

Distance lentille-écran : 278 cm.

Distance filament-lentille : 21 cm.

$$I_0 = 100 \text{ mA}$$

Lorsqu'on augmente progressivement la fréquence de la source de courant on constate que l'amplitude des oscillations est maximale pour  $N_0 = 47 \text{ Hz}$ , la hauteur de la tache lumineuse étant alors de 60 mm.

Il est intéressant de calculer  $X_m$ , amplitude des oscillations, et  $V_m$  valeur maximale de la vitesse, à la résonance :

$$X_m = \frac{60}{2} \times \frac{21}{278} = 2,3 \text{ mm}$$

$$V_m = \omega_0 X_m = 2\pi N_0 X_m ; V_m = 0,68 \mu \cdot \sigma^{-1}$$

### 5.2. Influence de la valeur maximale de la force excitatrice sur la fréquence de résonance

L'expérience montre que la fréquence  $N_0$  augmente lorsque  $I_0$  croît (figure 10).

$I_0$ (mA)	100	70	50	30	20
$N_0$ (Hz)	47	44	42	41	40,5
$T_0$ (ms)	21,2	22,7	23,8	24,4	24,7

$N_0$  est donc une fonction croissante de la valeur maximale  $Bl I_0 \sqrt{2}$  de la force excitatrice ; l'interprétation de ce fait a été donnée dans le paragraphe 4.6.a.

### 5.3. Déphasage entre la vitesse instantanée et la force excitatrice

La tension aux bornes du H.P. est  $u = Ri_0 + L \frac{di_0}{dt} + Bl v$  [1].

Posons :

$$i_0 = I_m \cos \omega t, u = V_m \cos (\omega t + \varphi) \text{ et } v = V_m \cos (\omega t + \Psi)$$

$\Psi$  est le déphasage entre la vitesse  $v$  et la force excitatrice  $F_0 = Bl I_m \cos \omega t$ .

La relation [1] peut s'écrire :

$$U_m \cos(\omega t + \varphi) = R I_m \cos \omega t + L\omega I_m \left( \cos \omega t + \frac{\pi}{2} \right) + B I V_m \cos(\omega t + \Psi) \quad [2]$$

Dans cette relation [2], comparons les amplitudes des 2 termes  $R I_m \cos \omega t$  et  $L\omega I_m \left( \cos \omega t + \frac{\pi}{2} \right)$  en calculant le rapport  $\frac{L\omega}{R}$  en fonction de la fréquence :  $\frac{L\omega}{R} = 2,5 \times 10^{-4} \times N$ .

Si  $N$  reste inférieure à 200 Hz environ, le terme  $L\omega I_m \left( \cos \omega t + \frac{\pi}{2} \right)$  pourra être négligé devant  $R I_m \cos \omega t$ .

a)  $N = N_0$

Sur l'écran de l'oscillographe les 2 sinusoides représentatives de  $i_0$  et  $u$  sont en phase ; donc  $\varphi = 0$ . La relation [2] devient, sachant que  $N_0 < 200$  Hz :

$$U_m \cos \omega t = R I_m \cos \omega t + B I V_m \cos(\omega t + \Psi).$$

Par conséquent  $\Psi = 0$ .

En conclusion, lorsqu'il y a résonance la force excitatrice est en phase avec la vitesse instantanée de l'oscillateur.

b)  $N \neq N_0$

Pour  $N > N_0$ , le déphasage  $\varphi$  entre  $u$  et  $i_0$  dépend de  $N$  et peut être positif ou négatif. Mais à partir d'une certaine valeur de  $N$  (370 Hz environ) on constate que  $\varphi$  reste positif, ce qui met en évidence le caractère inductif de la bobine, d'autant plus marqué que  $N$  est grand. Les mesures donnent pour  $N = 100$  Hz  $\varphi = -0,313$  rad, pour  $N = 1$  kHz  $\varphi = 0,301$  rad. et pour  $N = 10$  kHz  $\varphi = 0,615$  rad.

c)  $N = 100$  Hz

$I_0 = 100$  mA. On mesure  $U_m = 0,50$  V sur l'oscillographe.

$$\varphi = -0,313 \text{ rad} ; R = 3,32 \ \Omega ; B I = 2,58 \text{ N.A}^{-1}.$$

La représentation de Fresnel (figure 11) des tensions sinusoïdales de la relation [2] permet de déterminer  $\Psi$  et  $V_m$ .

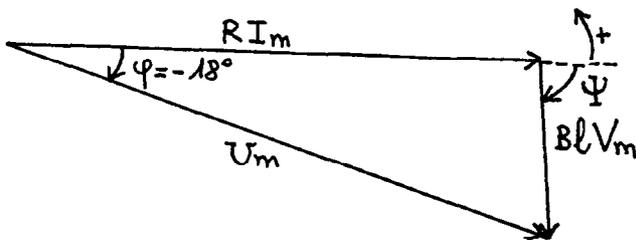


Figure 11

On obtient  $\Psi = -88^\circ = -1,54$  rad.

La valeur de  $\Psi$  a été obtenue à partir de la valeur du terme  $Bl V_m$  :

$$(Bl V_m)^2 = R^2 I_m^2 + U_m^2 - 2 R I_m U_m \cos \varphi$$

$Bl V_m = 0,155V$ .

Ensuite :  $\frac{|\sin \Psi|}{U_m} = \frac{|\sin \varphi|}{Bl V_m}$  ; le calcul donne :  $|\sin \Psi| = 0,9995$  ;  
d'où  $\Psi = -88^\circ$ .

On peut ainsi déterminer le déphasage entre la vitesse et la force excitatrice pour une valeur quelconque de la fréquence à partir de mesures électriques.

#### 5.4. Valeurs maximales de la vitesse, de l'élongation et de l'accélération

$$v = V_m \cos(\omega t + \Psi) ; x = \frac{V_m}{\omega} \sin(\omega t + \Psi) ; X_m = \frac{V_m}{\omega}$$

a)  $N = N_0$

$I_0 = 100$  mA ;  $N_0 = 47$  Hz ; on mesure  $U_m = 2$  V sur l'oscillographe. Nous avons montré que  $\Psi = 0$ .

$$U_m \cos \omega t = R I_m \cos \omega t + Bl V_m \cos \omega t$$

$$V_m = \frac{U_m - R I_m}{Bl}$$

$$V_m = \frac{2 - 3,32 \times 0,141}{2,58} = 0,594 \text{ m.s}^{-1}$$

$$X_m = \frac{0,594}{2\pi \times 47} ; X_m = 2 \times 10^{-3} \text{ m} = 2 \text{ mm} .$$

Cette valeur de  $X_m$  est du même ordre de grandeur que celle déterminée directement (2,3 mm) dans l'expérience où le filament de l'ampoule est projeté sur un écran.

L'accélération maximale de l'équipage mobile est  $\omega_0^2 X_m = 4\pi^2 N_0^2 X_m$  soit  $174 \text{ m.s}^{-2}$  ; elle est du même ordre de grandeur que l'accélération moyenne obtenue par application d'un échelon de courant de 0,48 A pendant 1 ms.

b)  $N \neq N_0$

Prenons  $N = 100 \text{ Hz}$  et  $I_0 = 100 \text{ mA}$ . Sur le diagramme de Fresnel précédent la valeur de  $BI V_m$  a été déterminée : 0,155 V.

$$\text{D'où : } V_m = \frac{0,155}{2,58} = 6 \times 10^{-2} \text{ m.s}^{-1}$$

$$\text{Calculons } X_m : X_m = \frac{V_m}{\omega} ; X_m = \frac{6 \times 10^{-2}}{2\pi \times 100} ; X_m = 9,5 \times 10^{-5} \text{ m}$$

soit  $X_m = 0,1 \text{ mm}$ .

A la fréquence de 100 Hz l'amplitude des oscillations est 20 fois plus petite environ, que celle obtenue à la résonance, pour une même force excitatrice.

## 5. PUISSANCE NÉCESSAIRE A L'ENTRETIEN DES OSCILLATIONS

Une partie de la puissance électrique  $P$  reçue par le H.P. est transformée en chaleur par effet Joule dans la bobine et une autre partie  $P_1$  est transformée en puissance mécanique. Une partie de la puissance mécanique  $P_1$  va être transportée par l'onde sonore émise et une autre partie sera dissipée en chaleur à cause des frottements.

$P = R I_0^2 + P_1$ ,  $I_0$  intensité efficace du courant.  $P$  et  $P_1$  sont des valeurs moyennes de puissances.

### 5.1. Mesure de la puissance électrique

La figure 12 indique le montage à réaliser et la figure 13 donne le principe du wattmètre adapté à la mesure de faibles puissances (voir les détails de réalisation en annexe).

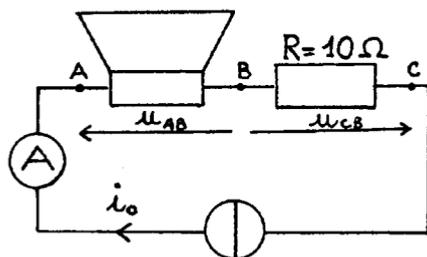


Figure 12

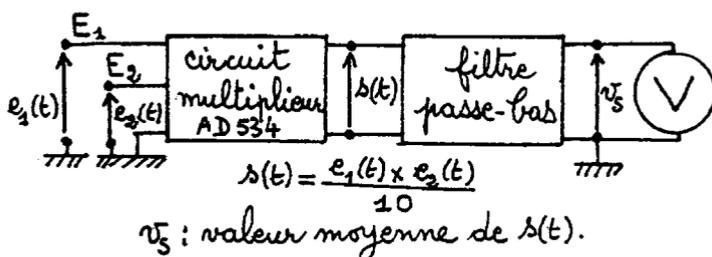


Figure 13

Les tensions  $u_{AB}$  et  $u_{CB}$  sont appliquées sur les entrées  $E_1$  et  $E_2$  du wattmètre ;  $u_{CB} = -Ri_0$  (figure 12).

$R = 10 \Omega$ . A la sortie du circuit multiplicateur (figure 13) la tension est  $s(t) = -u_{AB} \times i$  ; elle représente la puissance instantanée reçue par le H.P. Un voltmètre branché à la sortie du filtre passe-bas indique une tension continue qui a la même valeur numérique que la puissance moyenne  $P$  reçue par le H.P.

### 5.2. Influence de la force excitatrice

$$i_0 = I_0 \sqrt{2} \cos 2\pi Nt ; F_0 = Bl i_0 = Bl I_0 \sqrt{2} \cos \pi Nt.$$

Une force  $F_0$ , de fréquence donnée, mais de valeur maximale ( $Bl I_0 \sqrt{2}$ ) variable, est imposée à l'oscillateur. Étudions comment varie la puissance électrique  $P$  consommée en fonction de  $I_0$ .

a) **Résultats expérimentaux**

Figure 14 et 16.

	N = 1 k Hz			
$I_0$ (mA)	100	150	200	300
P (mW)	37,7	84,2	151,2	341
$P / I_0^2$ ( $\Omega$ )	3,77	3,74	3,78	3,79

Figure 14

b) **Interprétation**

On remarque tout d'abord que la puissance consommée est très inférieure à celle, «12 W», marquée sur le H.P.

Le tableau de la figure 14 montre que le rapport  $\frac{P}{I_0^2}$  est constant et que sa valeur est supérieure à la résistance R (3,32  $\Omega$ ) de la bobine. Pour une fréquence donnée on peut donc poser  $P = (R + R_1) I_0^2$ .

R  $I_0^2$  est la puissance électrique dissipée par effet Joule.

$R_1 I_0^2$  est la puissance électrique transformée en puissance mécanique.  $R_1$  est un terme, équivalent à une résistance, qui dépend de la fréquence comme le montrent les résultats rassemblés dans le tableau de la figure 15.

N (Hz)	30	$N_0=47$	$10^2$	$5 \times 10^2$	$10^3$	$2 \times 10^3$	$5 \times 10^3$	$10^4$
$R_1$ ( $\Omega$ )	1,80	12,7	0,45	0,30	0,45	0,92	1,86	3,30

Figure 15

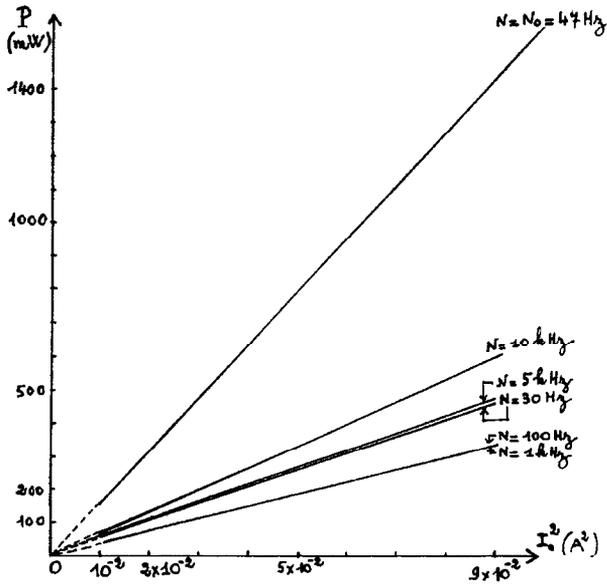


Figure 16

### 5.3. Influence de la fréquence

La source de courant impose au H.P. un courant  $i = I_0 \sqrt{2} \cos \omega t$ , avec  $I_0 = 100$  mA. L'oscillateur est donc soumis à une force  $F_0 = BI i_0$  dont l'amplitude est constante mais dont on fait varier la fréquence.

Les valeurs de  $P$  mesurées, celles de  $P_1$  calculées à partir de la relation  $P_1 = P - R I_0^2$ , et les valeurs du rendement  $\rho$  de la transformation de l'énergie électrique en énergie mécanique sont regroupés dans les tableaux de la figure 17 :

$R I_0^2 = 3,32 \times 10^{-2} \text{ W} = 33,2 \text{ mW}$ .

N (Hz)	20	30	35	40	42	45	47	48	50
P (mW)	39,8	51	70	98	120	145	159,2	118,4	68
$P_1$ (mW)	6,6	17,8	36,8	64,8	86,8	112	126	85,2	34,8
$\rho = \frac{P_1}{P}$	0,16	0,35	0,52	0,66	0,72	0,77	0,79	0,72	0,51

N (Hz)	60	70	100	200	1000	2000	5000	10000
P (mw)	44,6	40,6	37,7	36,5	39	42,4	51,8	66,6
$P_1$ (mW)	11,4	7,4	4,5	3,3	6,2	9,2	18,6	33,4
$\rho = \frac{P_1}{P}$	0,25	0,18	0,12	0,09	0,16	0,22	0,36	0,50

Figure 17

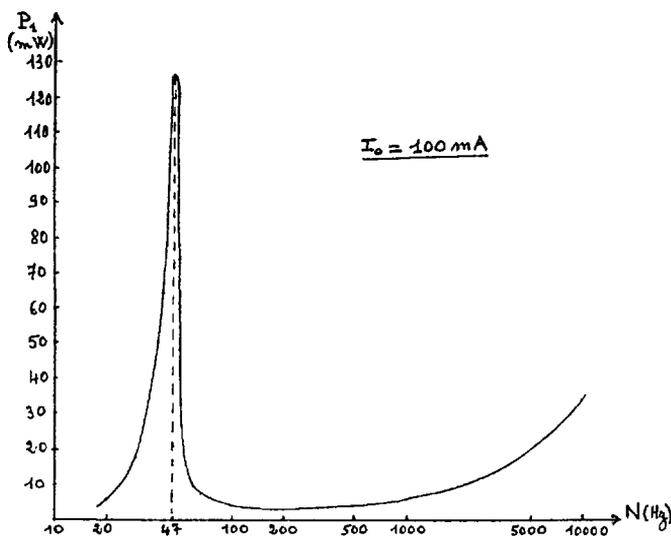


Figure 18

La courbe de la figure 18 montre que la puissance mécanique  $P_1$  reçue par l'oscillateur augmente très rapidement lorsque la fréquence de la force  $F_0$  se rapproche de la fréquence de résonance  $N_0 = 47$  Hz.

#### 5.4. Schéma électrique équivalent à un H.P.

La formule,  $P = (R + R_1) I_0^2$  qui exprime la puissance électrique reçue par le H.P. à une fréquence donnée, est la même que celle d'un dipôle dont l'impédance complexe serait de la forme :

$$Z = R + R_1 + j(L\omega + X_1).$$

$R_1$  et  $X_1$  dépendent de la fréquence des oscillations forcées.

La résistance  $R_1$  et la réactance  $X_1$  traduisent en termes «électriques» les effets du mouvement de l'oscillateur sur les caractéristiques du dipôle équivalent au H.P.

Les éléments du dipôle équivalent peuvent être déterminés à partir de  $\text{tg } \varphi = \frac{L\omega + X_1}{R + R_1}$ ,  $\varphi$  déphasage entre  $u$  et  $i$ , déterminée sur l'oscillographe.  $R = 3,32 \Omega$ ;  $R_1$  est connu (figure 15). On peut calculer  $L\omega + X_1 = (R + R_1) \text{tg } \varphi$ . Les résultats sont rassemblés dans le tableau de la figure 19. L'impédance  $|Z| = \sqrt{(R + R_1)^2 + (L\omega + X_1)^2}$  a été calculée.

	$N_0$	100 Hz	$10^3$ Hz	$10^4$ Hz
$\varphi$ (rad)	0	-0,313	0,301	0,615
$R + R_1$ ( $\Omega$ )	16	3,77	3,77	6,62
$L\omega + X_1$ ( $\Omega$ )	0	-1,22	1,17	4,67
$ Z $ ( $\Omega$ )	16	3,99	3,95	8,10

Figure 19

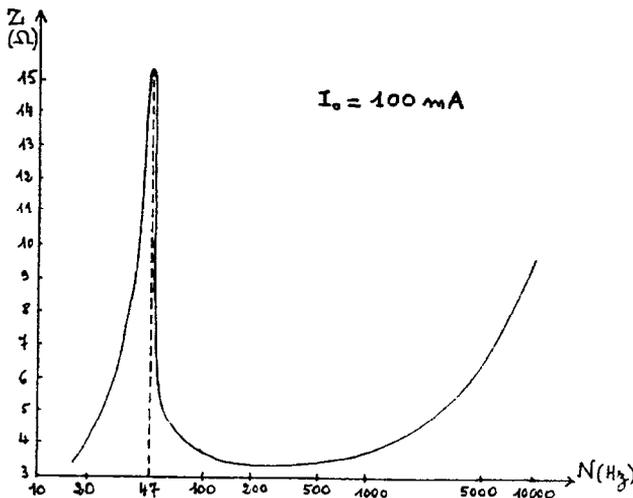


Figure 20

Si on ne s'intéresse qu'au module de l'impédance, la méthode de l'ampèremètre et du voltmètre  $\left( |Z| = \frac{U}{I} \right)$  permet d'obtenir plus rapidement et avec une plus grande précision la valeur de  $|Z|$  en fonction de la fréquence (figure 20).

## 6. CONCLUSION

Comme exemple d'oscillateur, l'équipage mobile d'un H.P. est intéressant à plusieurs titres :

- tout d'abord le H.P. est un élément de notre cadre de vie,
- l'étude du déplacement, de la vitesse et de l'accélération nous amène à exploiter des résultats dont les valeurs numériques peuvent être très différentes de celles rencontrées généralement dans les problèmes de mécanique qui sont proposés à nos élèves.
- avec un H.P. on montre qu'un système peut avoir simultanément une vitesse faible, inférieure à  $1 \text{ m.s}^{-1}$ , et une accélération élevée, supérieure à  $10 \text{ g}$ . A l'opposé, le mouvement d'une automobile est caractérisé par une vitesse assez élevée et une accélération faible.

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] Y.ROCARD - Électricité p. 324 - Masson (1956).
- [2] J.-P. CARON - B.U.P. n° 661 p. 643 (février 1984).
- [3] R. ALLARD - B.U.P. n° 711 p. 201 (février 1988).
- [4] Analog Devices - Notice technique du C.I. AD534.

## ANNEXE

### Réalisation d'un wattmètre (Fig 21)

Circuit multiplicateur : Ne pas dépasser  $\pm 10 \text{ V}$  sur les entrées  $E_1$  et  $E_2$ .

$$s(t) = \frac{e_1(t) \times e_2(t)}{10}$$

Filtre passe-bas : construit avec un C.I. TL081

$$R = 100 \text{ k}\Omega ; C_1 = C_2 = 1\mu\text{F}$$

Comportement en fréquence du filtre

$$\text{Posons } G = 20 \log \frac{V_s}{S}$$

$V_s$  et  $S$  sont les valeurs efficaces de  $v_s(t)$  et  $s(t)$ , supposées sinusoïdales.

N (Hz)	7,5	9	16	47
G (dB)	-3	-6	-20	-40

Pratiquement, ce filtre arrête tout signal sinusoïdal dont la fréquence dépasse une quarantaine d'hertz.

La fonction réalisée par l'ensemble de ce circuit est donc :

$$v_s = \frac{1}{10} \times \text{valeur moyenne du produit } e_1(t) \cdot e_2(t)$$

lorsque la fréquence des harmoniques présents dans  $e_1(t)$  et  $e_2(t)$  est au moins égale à 20 Hz.

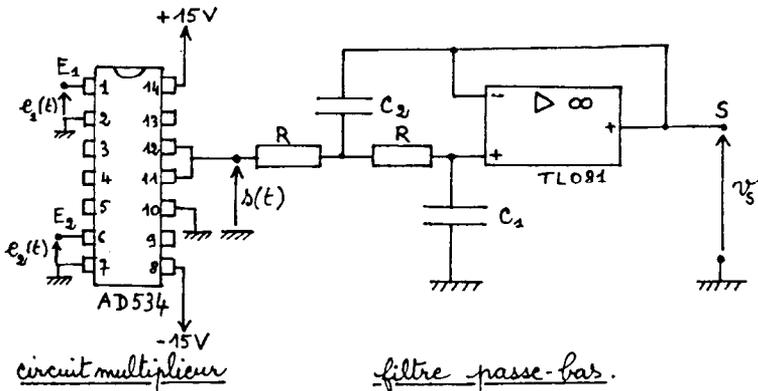


Figure 21