

«Tensions» sur la différence de potentiel

par R. FLECKINGER, R. CARLES et J-Ph. PÉREZ
Université Paul Sabatier, Toulouse III

Nous avons lu avec intérêt l'article récent de P. Jean [1] «Vive la différence de potentiel» répondant (de façon polémique) à notre interrogation : «Faut-il, en régime quasi stationnaire, *tuer* la différence de potentiel ?» [2].

Cette réaction montre que l'idée essentielle de notre article a été mal reçue, ce qui rend indispensable un rappel préliminaire de quelques résultats élémentaires mais fondamentaux de l'électromagnétisme du niveau du DEUG A première et deuxième années [3].

1. RAPPELS

(1) En *électrostatique*, le potentiel est défini à une constante additive près.

$$\text{rot } \mathbf{E} = 0 \quad \text{d'où} \quad \mathbf{E} = -\text{grad}V.$$

(2) En régime quasi stationnaire, où il faut prendre en compte la loi de l'induction, on a :

$$\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad \text{et} \quad \text{div} \mathbf{B} = 0.$$

Il est classique d'en déduire que [3] :

$$\mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = -\text{grad}V,$$

$\mathbf{A}$ et V étant respectivement le potentiel vecteur et le potentiel scalaire. On montre alors que V est défini à une fonction différentielle arbitraire des variables d'espace et de temps près, d'où les différentes jauges (de Coulomb, de Lorentz, ...).

Évidemment le potentiel scalaire V se réduit au potentiel électrostatique en régime stationnaire.

2. CONSÉQUENCES ET COMMENTAIRES

L'affirmation de la page 1263 de l'article de P. Jean «le potentiel de A défini bien sûr à une constante près» est donc vraie en régimes stationnaires, mais *fausse* en régimes quasi stationnaires, seuls régimes considérés dans l'article initial [2].

Rappelons la question essentielle posée dans notre article [(2)] : *en régime quasi stationnaire, que mesure un voltmètre ?*

(1) Pour nous, comme nous l'avons déjà dit, en régime *quasi stationnaire* un voltmètre ne mesure pas la différence de potentiel électrique, mais la circulation du champ *électrique* $\mathbf{E}$ dans son propre circuit ; cette circulation, et c'est là tout son intérêt, ne dépend que des extrémités du dipôle considéré si l'appareil est placé soigneusement en dehors de toute influence magnétique ; aussi pensons-nous souhaitable de réserver le mot *tension* à cette quantité.

(2) Pour P. Jean, c'est la différence de potentiel. Signalons qu'emporté par sa conviction, cet auteur a même « transformé » les formules que nous avons écrites : les équations de la page 1265 [1] qui nous sont attribuées ne sont pas celles que nous avons écrites page 381 [2].

La différence d'écriture porte *précisément* sur cette question essentielle. L'exemple qui suit devrait permettre de dissiper une fois pour toutes les malentendus car, dans l'expérience proposée, un voltmètre donne *sans ambiguïté une indication prédictible* alors que le *potentiel est partout nul*.

Remarque : en régime stationnaire, il n'y a aucune ambiguïté car la tension coïncide avec la différence de potentiel électrostatique.

3. EXEMPLES

Considérons un solénoïde torique alimenté par une source de courant sinusoïdal et une spire circulaire plane S entourant le noyau et

placée dans un plan de symétrie du solénoïde (Fig. 1). Dans l'approximation des régimes quasi stationnaires, les équations de Poisson [3] :

$$\Delta \mathbf{A} = -\mu_0 \mathbf{J} \quad \text{et} \quad \Delta V = -\frac{\rho}{\epsilon_0},$$

auxquelles satisfait le potentiel électromagnétique $(\mathbf{A}, V)$ en jauge de Lorentz, admettent comme solution, avec les notations habituelles (M est le point où l'on calcule le potentiel et P le point courant de la distribution) :

$$\mathbf{A}(M, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \iiint \frac{\mathbf{J}(P, t)}{PM} dv \quad \text{et} \quad V(M, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint \frac{\rho(P, t)}{PM} dv.$$

Des considérations de symétrie élémentaires permettent de vérifier que, dans la situation concrète décrite, la fonction charge volumique $\rho(P, t)$ est identiquement nulle, d'où :

$$V \equiv 0.$$

Cependant un voltmètre placé entre deux points distincts de la spire S donne une indication car il y a manifestement une variation du flux du champ magnétique à travers la spire.

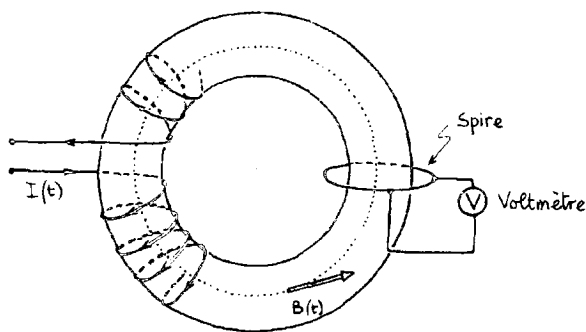


Figure 1

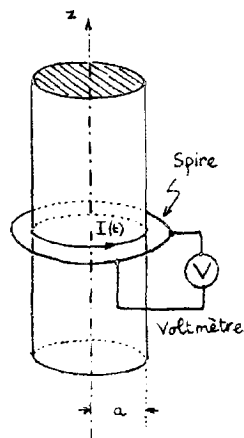


Figure 2

On peut expliciter le calcul sur l'exemple idéalisé d'un solénoïde rectiligne infini de rayon a : le courant surfacique de la nappe ainsi constituée a pour expression (Fig. 2) :

$$\mathbf{J}_s(t) = nI_m \mathbf{e}_\varphi \cos \omega t.$$

Une telle nappe est réalisée avec un bobinage de n spires jointives par unité de longueur parcourues par un courant d'intensité maximale I_m .

Si la résistance R de S est suffisamment grande pour que l'on puisse négliger le champ créé par le courant induit (lequel respecterait aussi la symétrie cylindrique), la solution explicite pour le potentiel électromagnétique est :

$$\mathbf{A}(r,t) = \frac{\mu_0}{4\pi} 2\pi n I_m \mathbf{e}_\phi \cos\omega t \quad \text{pour } r \leq a$$

$$\mathbf{A}(r,t) = \frac{\mu_0}{4\pi} 2\pi \frac{a^2}{r} n I_m \mathbf{e}_\phi \cos\omega t \quad \text{pour } r \geq a$$

$$V(r,t) \equiv 0$$

On en déduit le champ électromagnétique :

$$\mathbf{B}(r,t) = \mu_0 n I_m \cos\omega t \mathbf{e}_z \quad \text{pour } r \leq a$$

$$\mathbf{B}(r,t) = \mathbf{0} \quad \text{pour } r \geq a$$

$$\mathbf{E}(r,t) \equiv -\text{grad } V - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \neq \mathbf{0}$$

ainsi que le courant qui circule dans la spire :

$$i(t) = -\frac{1}{R} \frac{d\phi}{dt} = \frac{\mu_0 S I_m \pi a^2 \omega}{R} \sin \omega t$$

puisque $\phi = \mu_0 n I_m \pi a^2 \cos\omega t$. Ainsi, entre deux points distincts de S , on observe bien une tension qui se manifeste par une *valeur non nulle* prédictible, alors que la *différence de potentiel est nulle*.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] P. Jean, *Vive la différence de potentiel*, B.U.P. n° 728, 1990.
- [2] R. Fleckinger, R. Carles et J.-Ph. Pérez, *Faut-il en régime quasi stationnaire tuer la différence de potentiel ?*, B.U.P. n° 722, 1990.
- [3] J.-Ph. Pérez, R. Carles, R. Fleckinger, *Électromagnétisme, vide et milieux matériels, avec exercices et problèmes résolus*, Masson, 1990.