

Un moyen pour comprendre simplement le comportement et la stabilité d'un ampli-op (l'intégrateur opérationnel)

par L. CAPÉLAN
Lycée Louis le Grand

L'ampli-op est un composant électronique dont le fonctionnement peut paraître déroutant :

– en régime linéaire, on considère que la tension (différentielle) d'entrée est nulle ; et pourtant le sens du branchement de cette d.d.p. nulle est primordial.

– l'ampli-op semble curieusement échapper au schéma logique habituel où un signal d'entrée commande un signal de sortie ; en effet, le signal d'entrée d'un ampli-op en régime linéaire est fixé (d.d.p. nulle en entrée) ; comment l'ampli-op peut-il donc agir sur le reste du circuit alors que sa tension de commande est nulle ?

Cet article propose une approche de l'ampli-op qui montre simplement comment le sens de branchement des entrées détermine la stabilité d'un montage et comment l'équation « $\epsilon = 0$ » est une conséquence de la stabilité.

L'ampli-op sera présenté ici, à la différence des développements usuels, comme un intégrateur. Ce point de vue rend, paradoxalement, les explications beaucoup plus aisées tout en ne trahissant pas la physique.

Les paragraphes A, B, C et D sont du niveau Première, les suivants du niveau Math Sup.

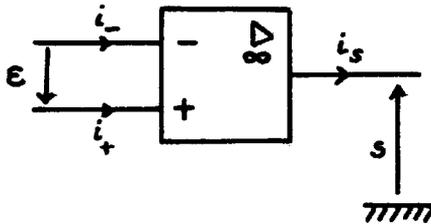
A. MODÉLISATION QUALITATIVE

a) Notations

ϵ : d.d.p. entre les entrées (+) et (-)

s : d.d.p. entre la borne de sortie et la masse

S^- et S^+ sont les tensions de saturation entre lesquelles s varie :
 $S^- \leq s \leq S^+$.



b) Le modèle «intégrateur»

Il s'appuie sur les règles suivantes :

- si ϵ est positif : s « monte », ou sature à la valeur S^+
- si ϵ est négatif : s « descend », ou sature à la valeur S^-
- s est une fonction du temps qui ne varie jamais brusquement (même si ϵ est discontinue, s reste continue)

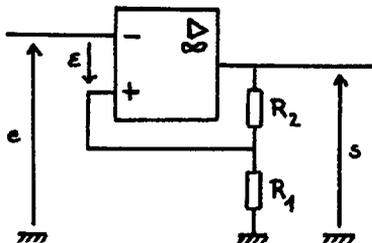
• Comme dans le modèle habituel : les intensités d'entrée i_+ et i_- sont nulles, l'intensité de sortie i_s dépend du reste du circuit, on se place toujours dans le cas où l'ampli-op n'est pas saturé en intensité.

B. ÉTUDE DU COMPAREUR À HYSTÉRÉSIS

a) Recherche d'un équilibre

Les résistances R_1 et R_2 forment un pont diviseur de tension puisqu'aucun courant ne passe par l'entrée (+). Le potentiel de la borne (+) peut donc s'écrire de deux façons :

$$V_+ = e + \epsilon \quad \text{et} \quad V_+ = s \frac{R_1}{R_1 + R_2} = \frac{s}{G} \left(\text{avec } G = 1 + \frac{R_2}{R_1} \right)$$



Puis, en égalant les deux expressions de V_+ , on obtient :

$$\varepsilon = (s / G) - e$$

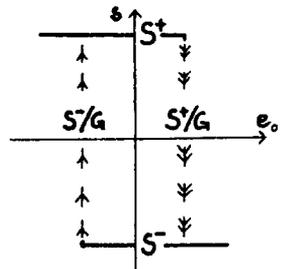
Supposons qu'initialement toutes les tensions soient nulles ($e = s = \varepsilon = 0$) et donnons brusquement à e la valeur e_0 (positive par exemple). Immédiatement après, s vaut toujours zéro et nous trouvons $\varepsilon [= 0 - e_0]$ négative. s se met donc à «descendre», devenant ainsi négative, ce qui rend $\varepsilon [= (s / G) - e_0]$ «encore plus» négative. s continuera donc à «descendre» jusqu'à atteindre la saturation négative S^- .

b) Basculement et caractéristique

Le circuit étant resté dans l'état précédent, une petite fluctuation de e_0 ne changera rien, $\varepsilon [= (S^- / G) - e_0]$ restera négative. Pour quitter la saturation négative, il faut donner à e_0 une valeur telle que ε devienne positive pour que s se mette à «remonter» :

$$\varepsilon = (S^- / G) - e_0 > 0, \text{ c'est à dire : } e_0 < (S^- / G)$$

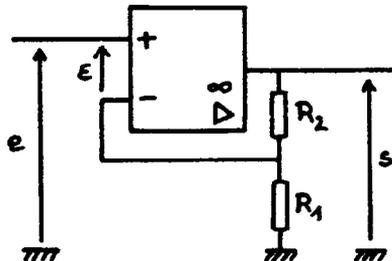
Il faut donc que e_0 devienne négative, inférieure au seuil (S^- / G) , pour déclencher le basculement vers la saturation positive (\rightarrow). On retrouve l'hystérésis en poursuivant le raisonnement, avec le retour vers la saturation négative (\Leftarrow) lorsque e_0 dépasse l'autre seuil (S^+ / G) .



C. ÉTUDE DE L'AMPLIFICATEUR NON-INVERSEUR

a) Description

La seule modification par rapport au circuit précédent est la permutation des branchements des bornes (+) et (-)



b) Recherche de l'équilibre

De la même façon que précédemment (§ B.a.), on obtient :

$$V_- = e - \varepsilon \quad \text{et} \quad V_- = s \frac{R_1}{R_1 + R_2} = \frac{s}{G} \quad (\text{avec } G = 1 + \frac{R_2}{R_1})$$

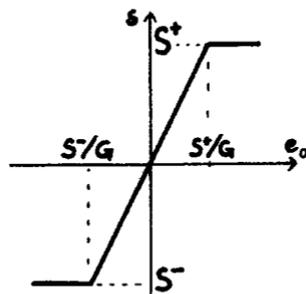
Puis en éliminant V_- : $\varepsilon = e - (s/G)$

Supposons encore qu'initialement toutes les tensions soient nulles ($e = s = \varepsilon = 0$) et donnons brusquement à e la valeur e_0 (positive par exemple). Immédiatement après, s vaut toujours zéro et nous trouvons $\varepsilon [= e_0 - 0]$ positive. s se met donc à « monter » et $\varepsilon [= e_0 - (s/G)]$ diminue.

Le système se stabilisera à la valeur $s_0 = Ge_0$ avec $\varepsilon = 0$. En effet, une fluctuation de s autour de s_0 entraîne alors une valeur de ε de signe contraire à $(s - s_0)$, ce qui ramène s vers la valeur s_0 .

c) Caractéristique

Le raisonnement ci-avant suppose, bien sûr, que s est restée dans son domaine de variation $[S_-, S_+]$, ce qui est réalisé si e_0 appartient à l'intervalle $[(S^-/G), (S^+/G)]$. En dehors de cet intervalle, la saturation positive est atteinte pour $e_0 \geq (S^+/G)$ et la saturation négative pour $e_0 \leq (S^-/G)$, ε étant positif dans le premier cas, négatif dans le second.



D. L'AMPLI-OP IDÉAL HORS SATURATION

Les deux exemples qui précèdent montrent que le sens du branchement des entrées (+) et (-) est primordial.

L'équation résumée du fonctionnement de l'ampli-op idéal hors saturation $\varepsilon = 0$ apparaît comme la conséquence d'une rétroaction dans le bon sens au niveau des entrées (§ C).

Deviennent alors raisonnablement intuitifs les réflexes :

- «réaction résistive sur l'entrée (-) $\Rightarrow \varepsilon = 0$ »
- «boucle ouverte \Rightarrow saturation» (car alors, la moindre tension de décalage en entrée entraîne la dérive de la sortie jusqu'à saturation).

E. MODÉLISATION QUANTITATIVE : «L'INTÉGRATEUR»

a) Équation caractéristique de l'ampli-op :

$$\boxed{\frac{ds}{dt} = \Omega \varepsilon} \quad \text{équation (E)}$$

L'équation E est valable si :

$$\left\{ \begin{array}{l} S^- < s < S^+ \text{ (hors saturation)} \\ s = S^+ \text{ et } \varepsilon < 0 \text{ (s quitte la saturation positive)} \\ s = S^- \text{ et } \varepsilon > 0 \text{ (s quitte la saturation négative)} \end{array} \right.$$

Les saturations, dans ce formalisme, correspondent à :

$$\frac{ds}{dt} = 0 \quad \text{si} \quad \left\{ \begin{array}{l} s = S^+ \text{ et } \varepsilon \geq 0 \text{ (saturation positive)} \\ s = S^- \text{ et } \varepsilon \leq 0 \text{ (saturation négative)} \end{array} \right.$$

(On vérifie aisément que les équations ci-dessus contiennent le modèle qualitatif présenté en A.b.)

b) Hors saturation en courant continu

Quand la tension de sortie est constante, intermédiaire entre S^- et S^+ , l'équation E donne immédiatement : $\varepsilon = \frac{1}{\Omega} \frac{ds}{dt} = 0$.

On obtient ainsi «La relation» de l'ampli-op linéaire : $\varepsilon = 0$.

c) Numériquement

L'ordre de grandeur de Ω est $5 \cdot 10^6 \text{ rad s}^{-1}$ pour le $\mu\text{A} 741$ et $1,5 \cdot 10^7 \text{ rad s}^{-1}$ pour le TL 081.

F. ÉTUDE QUANTITATIVE DU COMPAREUR ET DE L'AMPLIFICATEUR

a) Sens de branchement des entrées (+) et (-)

Les égalités des § B et C peuvent s'écrire : $e + \alpha \varepsilon = s/G$ avec $\alpha = +1$ pour le comparateur à hystérésis (§ B) et $\alpha = -1$ pour l'amplificateur (§ C).

En éliminant ε grâce à E, on trouve :

$$s - \alpha \frac{G}{\Omega} \frac{ds}{dt} = Ge$$

équation différentielle dont les régimes transitoires tendent vers zéro pour $\alpha = -1$ (amplificateur) et divergent pour $\alpha = +1$ (comparateur). La stabilité du montage amplificateur est ainsi justifiée.

b) Bande passante de l'amplificateur

La fonction de transfert du montage amplificateur découle de l'équation précédente (avec $\alpha = -1$) :

$$H(j\omega) = \frac{s}{e} = \frac{G}{1 + j\omega \frac{G}{\Omega}}$$

Elle est du type passe-bas ; la pulsation de coupure à (-3 dB) vaut : $\omega_{3db} = \frac{\Omega}{G}$.

On retrouve le résultat habituel : le produit «gain × pulsation de coupure» est constant ($G \times \omega_{3db} = \Omega$).

Ω s'interprète comme la pulsation de coupure du montage suiveur (gain unité obtenu pour R_1 infini et (ou) R_2 nul).

Le tracé expérimental de la fonction de transfert confirme l'expression précédente.

c) Les «défauts» de l'ampli-op réel

Deux des principaux défauts de l'ampli-op se modélisent facilement comme des corrections à l'équation E :

- la vitesse de balayage (VB) :

$$\frac{ds}{dt} = \Omega \varepsilon \text{ si } |\Omega \varepsilon| < VB, \text{ sinon } \frac{ds}{dt} = VB \times \text{signe}(\varepsilon)$$

- la tension de décalage en entrée (v_d) : $\frac{ds}{dt} = \Omega (\varepsilon + v_d)$

La simulation informatique du comportement d'un ampli-op réel peut alors se faire autour de l'expression : $\frac{ds}{dt} =$ (fonction de ε , S^- , S^+ , Ω , VB et v_d).

G. CONCLUSION

Classiquement, l'ampli-op idéal est considéré comme un amplificateur dont le gain tend vers l'infini. Ce point de vue, que l'article ne contredit pas, présente toutefois l'inconvénient de définir un objet physique, ici le modèle de l'ampli-op idéal, comme une limite lorsqu'un paramètre tend vers l'infini. Il est alors normal de se trouver confronté aux difficultés naturelles de compréhension associées à tout passage à la limite.

En revanche, le modèle intégrateur ne soulève pas ce type de problèmes puisqu'il est parfaitement défini sans l'aide d'un passage à la limite.

Remarquons enfin que l'équation habituelle de l'ampli-op en régime variable :

$$\tau \frac{ds}{dt} + s = \mu_0 \varepsilon$$

peut s'écrire aussi :

$$\frac{\tau}{\mu_0} \frac{ds}{dt} + \frac{s}{\mu_0} = \varepsilon \quad (E1)$$

Faisons tendre μ_0 vers l'infini, le terme $\frac{s}{\mu_0}$ tend nécessairement vers zéro puisque s est bornée, l'équation E1 se réduit à :

$$\frac{\tau}{\mu_0} \frac{ds}{dt} = \varepsilon \quad (E2)$$

L'équation E2 est identique à E en posant $\Omega = \frac{\mu_0}{\tau}$

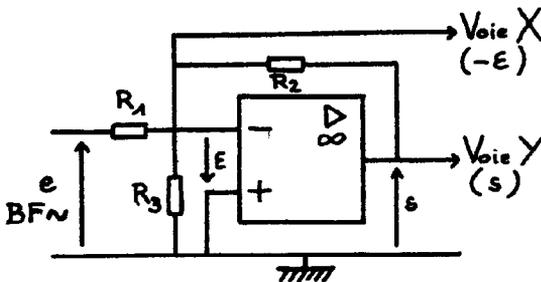
Pour l'ampli-op réel, supprimer le terme $\left(\frac{s}{\mu_0}\right)$ dans l'équation E1 n'introduit aucune erreur mesurable dans le calcul du comportement en fréquence d'un circuit, en effet (s/μ_0) est majoré par environ 0,2 mV valeur souvent comparable à celle du bruit de fond.

Afin de conclure on pourrait dire que le terme $\left(\frac{s}{\mu_0}\right)$ dans E1 est un écart au modèle idéal (ou un « défaut » suivant le vocabulaire que l'on préfère) au même titre que les tension de décalage, vitesse de balayage, impédance d'entrée ou courants de polarisation. On considérerait alors que le seul paramètre de l'ampli-op qui se manifeste clairement dans les montages linéaires est la grandeur Ω dont la signification physique est la pulsation de coupure à (-3 dB) du montage suiveur.

ANNEXE : Validité expérimentale de l'équation $\frac{ds}{dt} = \Omega \varepsilon$

Le montage amplificateur inverseur peut convenir. L'observation de $(-\varepsilon)$ et de (s) à l'oscilloscope en Lissajous montre une ellipse d'axes parallèles au quadrillage de l'écran pour des fréquences comprises entre quelques centaines de hertz et quelques centaines de kilohertz : on vérifie ainsi la quadrature liée à la dérivée.

Aux faibles fréquences, ε n'est plus très visible.



Aux hautes fréquences, supérieures au mégahertz, le déphasage entre ε et s s'écarte de $\pi/2$, la fonction de transfert de l'ampli-op en boucle ouverte n'est plus du premier ordre.

Avec $R_1 = R_2 = 1 \text{ k}\Omega$ et $R_3 = 10 \text{ }\Omega$, on obtient les résultats ci-après (ordres de grandeur).

$\mu\text{A 741}$	f (en Hz)	50	100	10^3	10^4	10^5	10^6
	$ \underline{s} $ (en V)	10	10	10	1	0,1	0,02
	$ \underline{\varepsilon} $ (en mV)	0,5	1	10	10	10	20
TL 081	f (en Hz)	200	500	10^3	10^4	10^5	10^6
	$ \underline{s} $ (en V)	10	10	10	1	0,1	0,1
	$ \underline{\varepsilon} $ (en mV)	1	2	4	4	4	40

On vérifie la constance de l'expression $\frac{2\pi f |\underline{s}|}{|\underline{\varepsilon}|} \equiv \frac{\left| \frac{ds}{dt} \right|}{|\underline{\varepsilon}|}$ qui d'après l'équation E est égale à Ω .

$$\frac{2\pi f |\underline{s}|}{|\underline{\varepsilon}|} = \text{constante} \approx 6 \cdot 10^6 \text{ rad.s}^{-1} \text{ pour le } \mu\text{A 741} \text{ (de 50 Hz à 1 MHz)}$$

$$\approx 1,6 \cdot 10^7 \text{ rad.s}^{-1} \text{ pour le TL 081 (de 200 Hz à 1 MHz).}$$

Aux hautes fréquences, l'équation E ne donne plus tout à fait satisfaction, il en va d'ailleurs de même pour l'équation classique E1.

Au basses fréquences, l'équation E diffère franchement de l'équation E1, mais ce n'est pas mesurable avec le montage expérimental simple proposé ici.