Détermination de la masse de Jupiter

par B. SANDRÉ
Lycée l'Essouriau 91940 Les Ulis

Le but de cet exercice est de déterminer la masse de Jupiter à partir d'observations des positions relatives au cours du temps de ses quatre satellites les plus brillants : Io, Europe, Ganymède et Callisto.

Il peut être réalisé avec des élèves de Terminale C et constitue un T.P. de mécanique qui n'utilise pas la table à coussin d'air !

Sur chaque série de photos, la position du satellite est repérée par une flèche. L'heure est donnée en Temps Universel (à 12 h T.U., il peut faire nuit aux U.S.A.)

Les mouvements des satellites sont supposés circulaires et uniformes.

1. RAYONS DES ORBITES

a) Pour chacun des satellites et à chacune des dates, mesurer (avec beaucoup de soin) la distance qui, sur la photo, le sépare du centre de Jupiter.

Io

date								
x / mm								

Europe

date								
x / mm								

Ganymède

date								
x / mm								

Callisto

date								
x / mm								

Tracer pour chacun des satellites, x = f (date).

Échelles :

en ordonnée, 1 cm représente 1 cm

en abscisse, pour lo 1 cm représente 2 heures
pour Europe 1 cm représente 2 heures
pour Ganymède 1 cm représente 5 heures
pour Callisto 1 cm représente 10 heures

Chacune des courbes a la forme d'une portion de sinusoïde. Lire l'amplitude x_m de chacune des sinusoïdes :

Io : x_{1m} = Europe : x_{2m} =
Ganymède : x_{3m} = Callisto : x_{4m} =

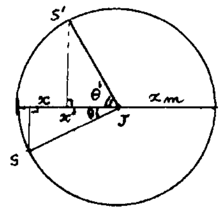
b) Compte tenu de l'échelle (20 mm représentent 4'), en déduire l'angle α sous lequel le rayon de l'orbite du satellite est vu depuis la Terre :

Io : α_1 = Europe : α_2=
Ganymède : α_3 = Callisto : α_4 =

c) Déterminer le rayon de l'orbite a de chaque satellite, sachant qu'au moment où les photographies ont été prises, Jupiter se trouvait à 4,46 u.a. de la Terre (1 u.a. = 150 millions de km).

Io : a_1 = Europe : a_2 =
Ganymède : a_3 = Callisto : a_4 =

2. PÉRIODES DES SATELLITES



On choisit deux positions du satellite, l'une avant le maximum d'élongation et l'autre après.

A la date t, $\theta = \text{arc.cos}\,(x / x_m)$
A la date t', $\theta' = \text{arc.cos}\,(x' / x_m)$

Le mouvement du satellite étant circulaire et uniforme, les angles θ et θ' étant exprimés en degrés,

$$\boxed{T = (t' - t)\,\frac{360}{\theta + \theta'}}$$

Io :	t =	θ =	t' =	θ' =	T_1 =
Europe :	t =	θ =	t' =	θ' =	T_2 =
Ganymède :	t =	θ =	t' =	θ' =	T_3 =
Callisto	t =	θ =	t' =	θ' =	T_4 =

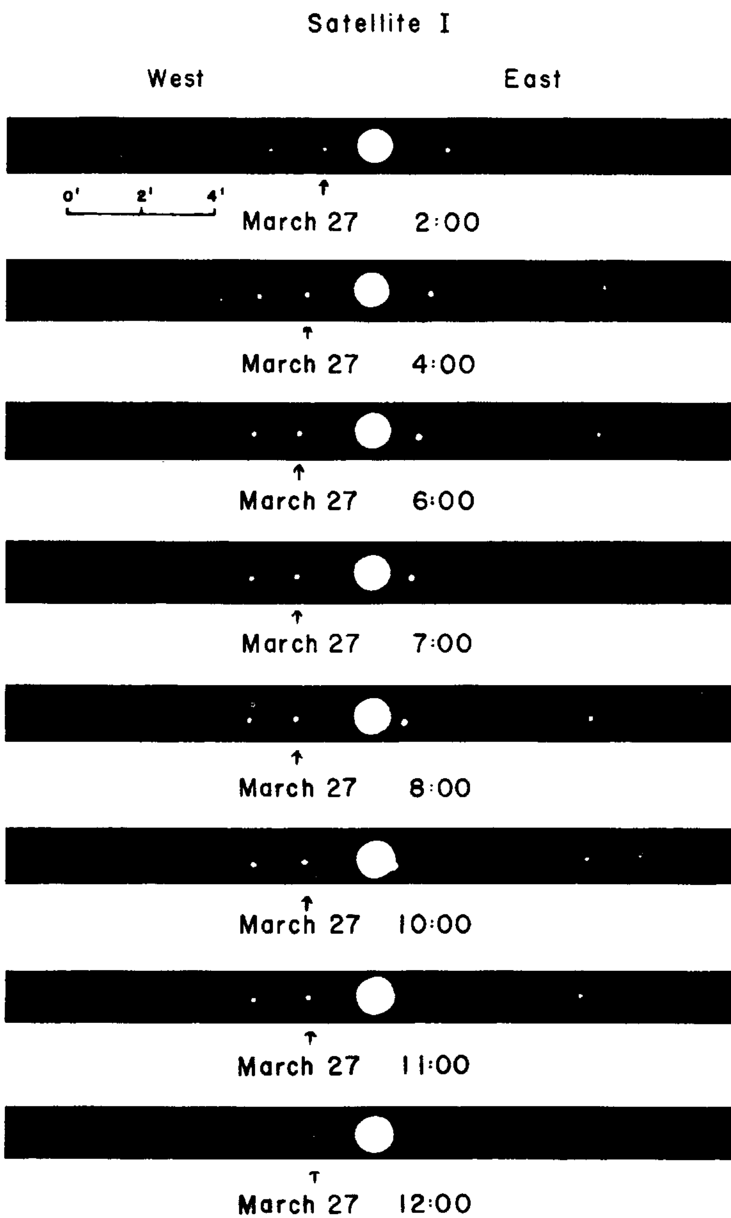
3. MASSE DE JUPITER

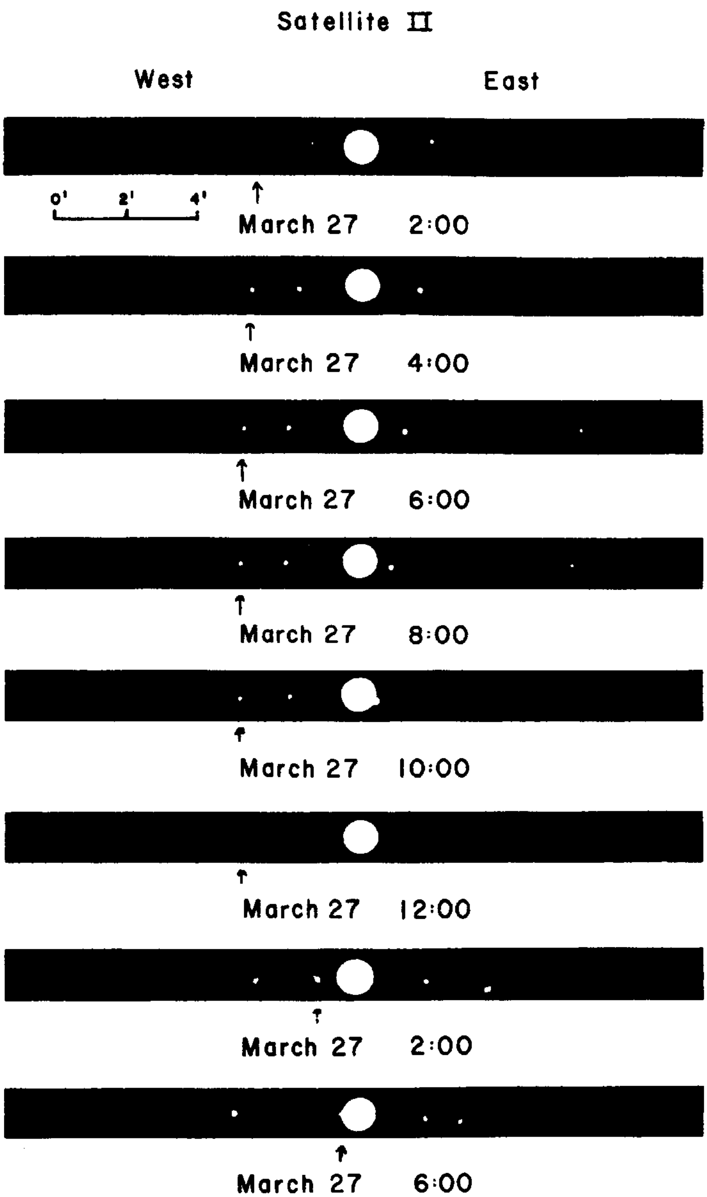
Pour chacun des satellites, calculer a^3 et T^2 :

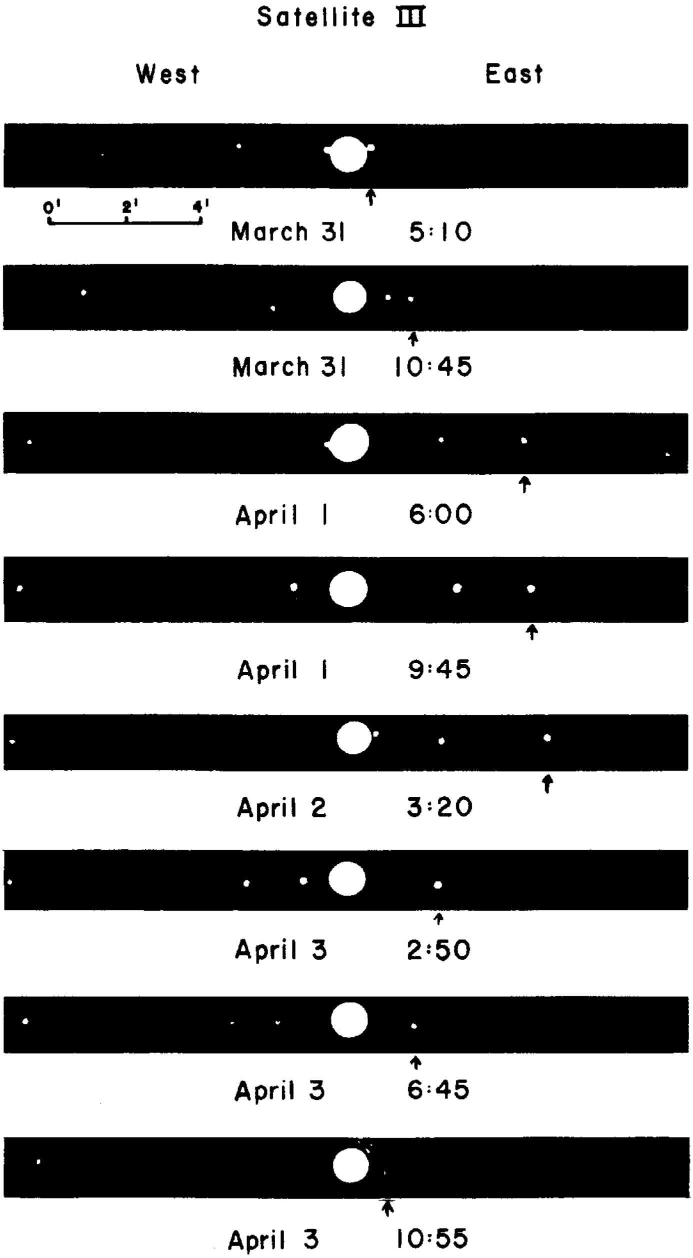
a_1^3 =	T_1^2 =
a_2^3 =	T_2^2 =
a_3^3 =	T_3^2 =
a_4^3 =	T_4^2 =

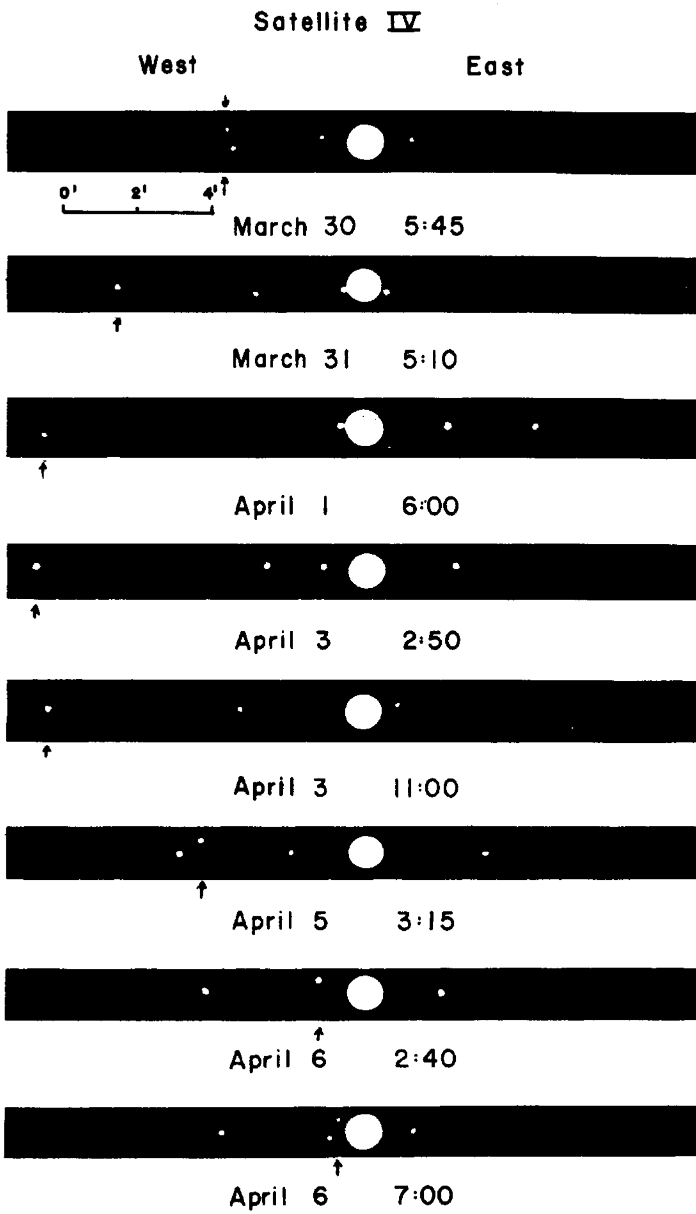
Tracer la courbe $a^3 = f\,(T^2)$.

En déduire la masse de Jupiter.


Satellite I
West
East
0'
2'
4'
March 27 2:00
March 27 4:00
March 27 6:00
March 27 7:00
March 27 8:00
March 27 10:00
March 27 11:00
March 27 12:00


Satellite II
West
East
0'
2'
4'
March 27 2:00
March 27 4:00
March 27 6:00
March 27 8:00
March 27 10:00
March 27 12:00
March 27 2:00
March 27 6:00


Satellite III
West
East
0'
2'
4'
March 31 5:10
March 31 10:45
April 1 6:00
April 1 9:45
April 2 3:20
April 3 2:50
April 3 6:45
April 3 10:55


Satellite IV
West
East
0'
2'
4'
March 30 5:45
March 31 5:10
April 1 6:00
April 3 2:50
April 3 11:00
April 5 3:15
April 6 2:40
April 6 7:00