

## Résistance négative

R. KERAVEC

Le sujet a déjà été traité plusieurs fois dans le B.U.P. (cf. bibliographie).

Nous nous limitons au seul montage indiqué dans les commentaires des programmes de Terminales et nous proposons :

- une analyse simple du montage,
- une maquette d'étude,
- la visualisation de la caractéristique à l'oscillographe,
- l'amorçage des oscillations dans un circuit RLC série.

### 1. ANALYSE DU MONTAGE

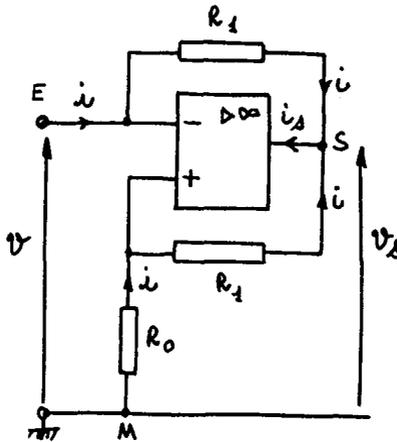


Figure 1

Hypothèse : A.Op. idéal (courants d'entrée nuls, amplification infinie).

**1.1. L'A.Op. est en régime linéaire. (figure 1)**

On a alors  $v = v_- = v_+$

Les deux résistances  $R_1$ , soumises aux mêmes potentiels  $v$  et  $v_s$  à leurs bornes, sont parcourues par le même courant égal à  $i$ . Il en résulte que  $R_0$  est aussi traversé par ce même courant  $i$  et l'on a immédiatement :

$$v = -R_0 i$$

**Remarques :**

- a) le courant de sortie  $i_s$  de l'amplificateur est alors  $i_s = 2 i$   
 b) le résultat précédent n'est valable que si l'A.Op. n'est pas en saturation ; or :

$$v_s = -(R_0 + R_1) i$$

La valeur maximale de  $i$  en régime linéaire est donc :

$$|i_{\max}| = \frac{V_{\text{sat}}}{R_0 + R_1}$$

et

$$|v_{\max}| = \frac{R_0}{R_0 + R_1} V_{\text{SAT}}$$

- c) Les A.Op. courants (741 - TL081) ne peuvent débiter plus de 20 mA, donc  $|i_{\max}| < 10 \text{ mA}$ , soit  $R_0 + R_1 > \frac{14}{0,01}$   $R_0 + R_1 > 1400 \Omega$ .

Pour opérer en toute sécurité, nous prendrons :

$$R_1 = 2,2 \text{ k}\Omega$$

**1.2. L'A.Op est en régime de saturation (figure 2)**

Dans ces conditions  $v_s = \pm V_{\text{SAT}}$  et  $v_- \neq v_+$

En saturation haute :  $v_s = V_{\text{SAT}}$  et  $v = R_1 i + V_{\text{SAT}}$

En saturation basse :  $v_s = -V_{\text{SAT}}$  et  $v = R_1 i - V_{\text{SAT}}$

Mais ici, les courants ne sont plus les mêmes dans les trois

résistances ! Le courant  $j$  est constant pour un état de saturation donnée :

$$j = \pm \frac{V_{SAT}}{R_0 + R_1}$$

mais  $i$  et donc  $i_s$  ne le sont pas.

Remarque : en saturation haute, la tension différentielle  $v_D$  est positive. Or,  $v_+ = \frac{R_0}{R_0 + R_1} V_{SAT}$  ce qui implique que  $v < \frac{R_0}{R_0 + R_1} V_{SAT}$

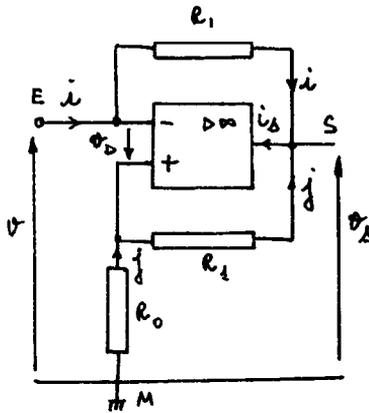
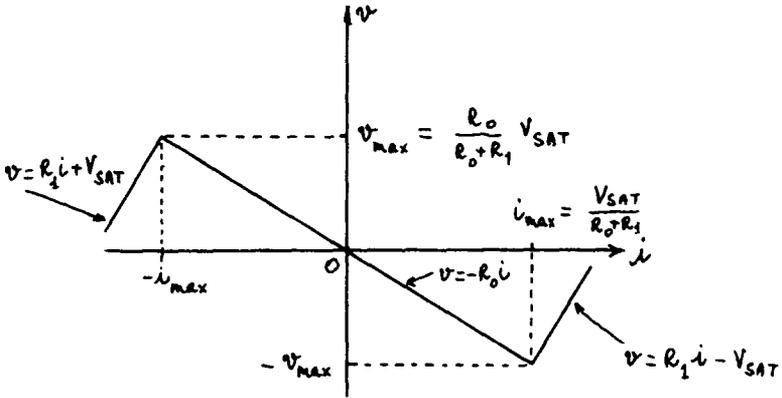


Figure 2

De même en saturation basse,  $v_D < 0$  et  $v > -\frac{R_0}{R_0 + R_1} V_{SAT}$

1.3. Traduction graphique des résultats :  $v = f(i)$  et  $v_s = g(i)$



← régime linéaire →

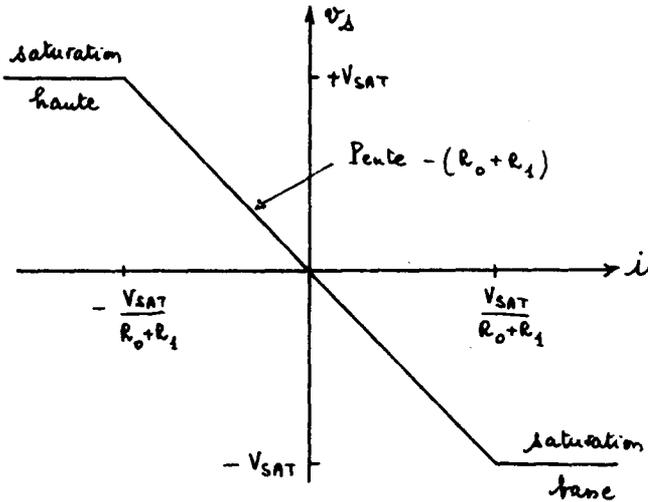


Figure 3

## 2. MAQUETTE D'ÉTUDE (figure 4)

La maquette proposée est réalisée selon les principes exposés dans la présentation de l'atelier d'électronique des journées de l'U.d.P. de Nantes (voir ci-dessus).

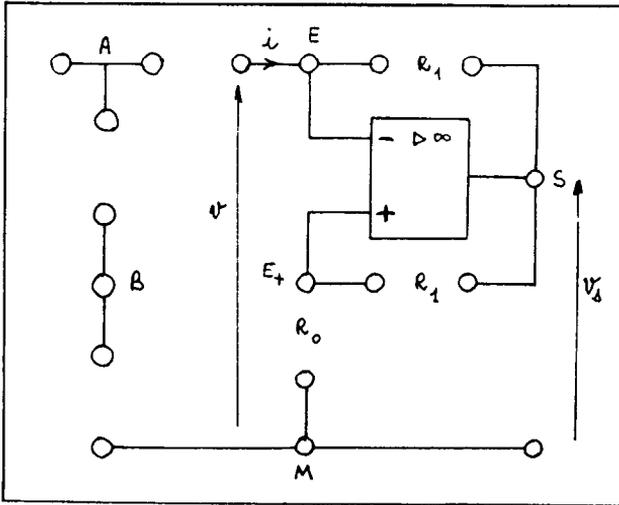


Figure 4

- l'alimentation +15V - 0 - -15V est placée sur le côté,
- A.Op. : TL081
- Les diverses résistances sont montées sur des plaquettes enfichables toutes identiques :

$R_1$  : 2,2 k $\Omega$  et éventuellement 1,5 k $\Omega$ \*

$R_0$  : 220  $\Omega$  et 470  $\Omega$  variable

$R_g$  : 1 k $\Omega$  et 1k $\Omega$  variable.

- Prévoir en plus une résistance supplémentaire  $R' = 100\Omega$  et des inductances (2,2 mH ou 4,7 mH), des capacités (10 nF - 47 nF - 0,1  $\mu$ F - 1  $\mu$ F)

Pour des élèves de terminales, l'influence de la valeur de  $R_1$  sur

\* **Remarque** : La maquette ayant été réalisée dans l'optique d'une formation de professeurs, les résistances  $R_1$  étaient montées sur plaquettes.

les caractéristiques du montage étant superflue, il y aurait avantage à en fixer la valeur définitivement et à les monter directement sur le circuit imprimé.

### 3. VISUALISATION DE LA CARACTÉRISTIQUE À L'OSCILLOSCOPE (figure 5)

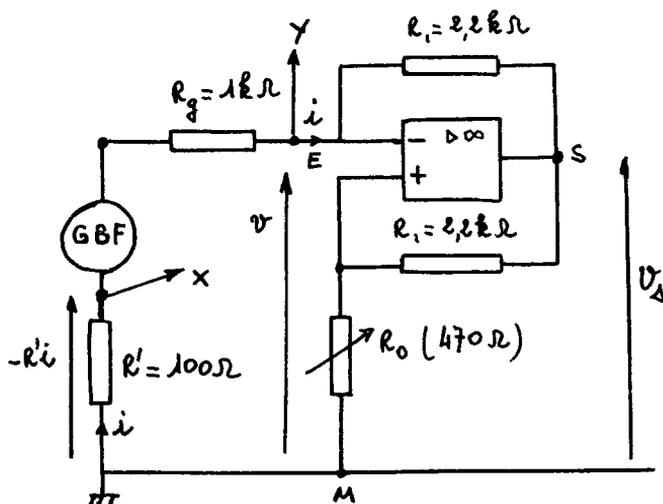


Figure 5

- Prendre pour  $R_0$  une valeur intermédiaire  $200\Omega$  par exemple.
- Rappelons qu'une résistance  $R_g$  est indispensable pour assurer la stabilité du montage ; en effet le taux de réaction négative doit être supérieur au taux de réaction positive (cf bibliographie). Si  $R$  désigne l'ensemble des résistances de la branche EM contenant le GBF, (soit  $R = R_g + R' + r$  avec  $r$  : résistance interne du GBF) on doit avoir :

$$\frac{R}{R + R_1} > \frac{R_0}{R_0 + R_1}$$

$$\text{soit } R > R_0$$

- le GBF est utilisé ici avec masse flottante obligatoirement. Comme normalement l'une de ses bornes de sortie est mise à la terre par l'intermédiaire du cordon d'alimentation, il sera nécessaire d'utiliser

une prise sans terre pour son alimentation (ou déconnecter la terre au moyen d'un adaptateur).

– Dans ces conditions, on observera à l'oscillo :

$v$  en fonction de  $(-R'i)$

La plupart des oscillographes actuels :

- utilisent la voie A pour attaquer en X
- possèdent une touche d'inversion de la tension ( $-Y_B$  par ex.).

En envoyant  $-R'i$  en X par la voie A et  $v$  sur la voie « $-Y_B$ », on restituera la caractéristique sous la forme habituelle  $v = f(i)$ .

– On utilisera le GBF en signaux sinusoïdaux ou triangulaires à une centaine de Hz ; on évitera la superposition d'une tension continue au signal variable, en agissant éventuellement sur l'«offset».

En agissant sur le niveau de sortie, on décrira l'ensemble de la caractéristique.

– En faisant varier  $R_0$  observer le changement de la pente ( $-R_0$ ) de la partie correspondant à la résistance négative alors que les branches correspondant à la saturation ne subissent aucune modification (pente constante =  $R_1$ )

– En utilisant un deuxième oscillographe :

- visualiser en fonction du temps  $v$  et  $v_s$  (ou  $v_s$  et  $i$ ) et ainsi observer les deux régimes de fonctionnement de l'A.Op.

- en mode X-Y, visualiser  $v_s = g(i)$  en procédant comme ci-dessus pour visualiser la caractéristique  $v$  fonction de  $i$ .

– Les oscillographes étant étalonnés, il est facile de vérifier les valeurs numériques correspondant aux graphiques du n° 1.3.

Pour  $R = 200 \Omega$ ,

$$|i_{\max}| = \frac{V_{SAT}}{R_0 + R_1} \approx 5,8 \text{ mA}$$

$$|v_{\max}| = \frac{R_0}{R_0 + R_1} V_{SAT} \approx 1,2 \text{ V}$$

Dans ces conditions, le GBF doit délivrer une tension alternative d'amplitude d'environ 7 V.

La valeur choisie pour  $R_0$  sera contrôlée à l'ohmmètre après l'avoir extraite du montage.

Rappelons par ailleurs que certains ohmmètres numériques donnent directement avec son signe la valeur de la résistance négative, en les branchant entre E et M.

#### 4. ÉTUDE DES OSCILLATIONS ET DE LEUR AMORÇAGE

##### 4.1. Montage (figure 6)

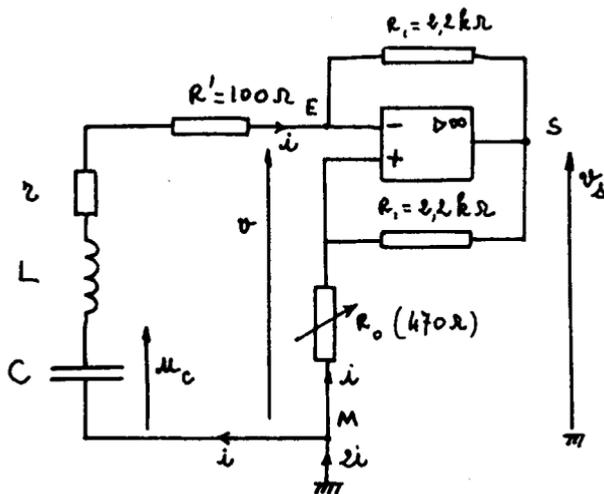


Figure 6

- $C = 0,1 \mu\text{F}$
- l'inductance choisie est une inductance moulée :  $L = 2,2 \text{ mH}$   
 $r \approx 23 \Omega$
- $R' = 100 \Omega$  permet de visualiser  $i$  éventuellement.
- Afficher  $u_c$  et  $v_s$  à l'oscilloscope.
- Au départ  $R_0 = 0$  : pas d'oscillations.
- Pour une valeur donnée de  $R_0$ , on observe des oscillations quasi sinusoïdales aux bornes du condensateur, et à la sortie de l'A.Op.

Observer les distorsions ou la saturation de l'A.Op. pour des valeurs trop grandes de  $R_0$ .

– Revenir à la valeur minimale de  $R_0$  assurant les oscillations avec le minimum de distorsion. Mesurer la période  $T_0$  des oscillations. Calculer  $f_0$ . Comparer avec la valeur théorique :  $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ . Comparer cette valeur minimale de  $R_0$  à la résistance totale du circuit RLC.

– Permuter  $R'$  et  $C$ . Visualiser  $i$  et  $v$ .

– Si  $-R'i$  est appliqué en X (par la voie A) et  $v$  en « $-Y_B$ », en mode XY, on retrouve la caractéristique de la résistance négative mais où la saturation est simplement amorcée.

### Remarque :

– la valeur de  $f_0$  est déterminée par  $L$  et  $C$ ,

– l'amplitude du courant  $i$  est  $\hat{I} = \frac{V_{SAT}}{R_1 + R_0}$

– l'amplitude de la tension aux bornes du condensateur est  $\hat{U}_c = \frac{1}{C\omega_0} \hat{I} = \hat{I} \sqrt{\frac{L}{C}}$ . Elle est d'autant plus grande que, pour  $L$  donné,  $C$  est plus petit.

### 4.2. Étude de l'amorçage des oscillations

Le schéma équivalent (figure 7) au montage est :

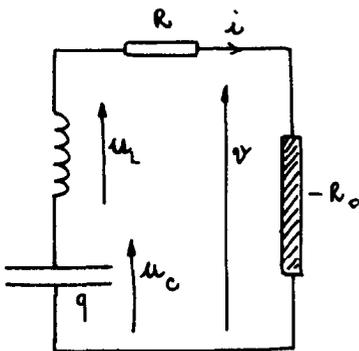


Figure 7

avec  $u_c = -\frac{q}{C}$  et  $i = \frac{dq}{dt}$

$$u_L = -L \frac{di}{dt}$$

$$v = -R_0 i \text{ ou } v = \pm V_{SAT} + R_1 i$$

$$u_c + u_L - Ri = v$$

soit  $\frac{q}{C} + L \frac{di}{dt} + Ri = -v$

Avant amorçage des oscillations,  $i = 0$  et  $v$  est de l'ordre du millivolt (décalages initiaux de l'A.Op.). En modifiant  $R_0$ , on modifie également la tension  $v$  et un courant  $i$  prend alors naissance.

Au voisinage de  $i = 0$  et  $v = 0$ , le dipôle résistance négative obéit à la loi  $v = -R_0 i$  (l'A.Op. est en régime linéaire). On peut donc écrire.

$$\frac{q}{C} + L \frac{di}{dt} + Ri = +R_0 i$$

ou encore :

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{R - R_0}{L} \frac{di}{dt} + \frac{1}{LC} i = 0$$

Tant que  $R > R_0$ , on reconnaît l'équation différentielle d'un système conduisant à des oscillations libres amorties. Comme la valeur initiale de  $i$  est faible, celle-ci ne peut que décroître. Le système n'oscille pas.

La condition  $R = R_0$  qui conduirait à des oscillations sinusoïdales de pulsation  $\omega_0$  (avec  $LC\omega_0^2 = 1$ ) est pratiquement impossible à réaliser en toute circonstance. L'expérience montre qu'il faut donner à  $R_0$  une valeur légèrement supérieure à  $R$  pour voir s'établir le régime oscillatoire.

En effet l'équation devient :

$$\frac{d^2 i}{dt^2} - \frac{R_0 - R}{L} \frac{di}{dt} + \frac{1}{LC} i = 0$$

On pose en général :

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC} \quad \text{et} \quad \frac{R_0 - R}{L} = 2 m \omega_0$$

( $m$  est le coefficient d'amortissement du circuit).

$$\frac{d^2 i}{dt^2} - 2 m \omega_0 \frac{di}{dt} + \omega_0^2 i = 0$$

Avec les valeurs indiquées dans le montage ci-dessus :

$$L = 2,2 \text{ mH} \quad C = 0,1 \text{ } \mu\text{F} \quad R = 123 \text{ } \Omega$$

on trouve  $f_0 \approx 10 \text{ kHz}$        $R_0 - R = \text{quelques ohms.}$

$$\text{Soit : } m \approx 2 \cdot 10^{-2}$$

L'équation caractéristique correspondant à l'équation différentielle ci-dessus est :

$$r^2 - 2 m \omega_0 r + \omega_0^2 = 0$$

$$\Delta' = m^2 \omega_0^2 - \omega_0^2 = -\omega_0^2(1 - m^2) \approx -\omega_0^2$$

$$r = m \omega_0 \pm j \omega_0$$

L'intensité  $i$  dans le circuit peut donc se mettre sous la forme :

$$i = A e^{m \omega_0 t} \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

$A$  et  $\varphi$  dépendent des conditions initiales.

A partir d'une valeur initiale, même très faible, l'amplitude augmente exponentiellement, tant que l'amplificateur opérationnel n'est pas saturé.

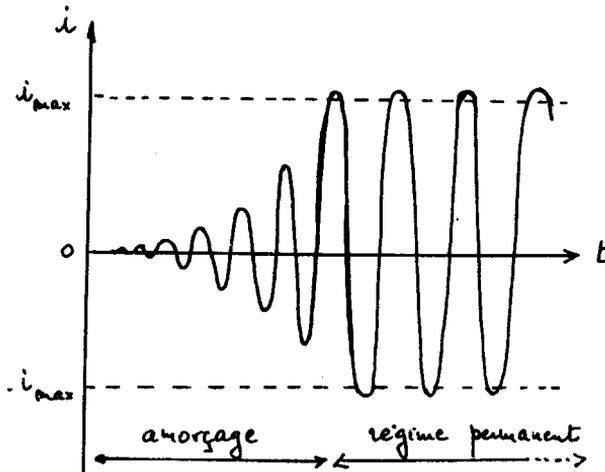


Figure 8

Supposons que  $i$  atteigne la valeur  $i_{\max} = \frac{V_{\text{SAT}}}{R_1 + R_0}$ , à l'issue de sa croissance exponentielle. L'amplificateur se sature et on a alors  $v = -V_{\text{SAT}} + R_1 i$ . L'équation différentielle régissant le phénomène devient :

$$\frac{q}{c} + L \frac{di}{dt} + Ri = V_{\text{SAT}} - R_1 i$$

ou

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{R + R_1}{L} \frac{di}{dt} + \frac{1}{LC} i = 0$$

L'amortissement devient ici fortement positif ;  $i$  dépasse légèrement la valeur  $i_{\max}$  et tendrait vers zéro ; mais en repassant par la valeur  $i_{\max}$ , l'amplificateur retrouve son régime linéaire :  $i$  atteindra  $-i_{\max}$  où l'A.Op. se sature à sa valeur haute... etc.

Le courant  $i$  n'est donc pas tout à fait sinusoïdal : il l'est d'autant moins que  $R_0$  dépasse notablement la valeur limite d'accrochage.

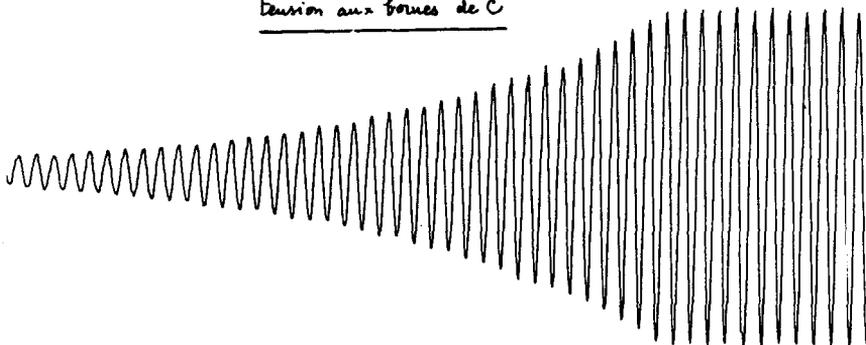
L'étude expérimentale de l'amorçage des oscillations a été faite à l'aide d'un oscilloscope METRIX à mémoire numérique ; le contenu de la mémoire a été restitué sur table traçante afin de faciliter l'étude quantitative.

Les enregistrements obtenus sont reproduits ci-après et leur exploitation confirme l'étude ci-dessus.

## BIBLIOGRAPHIE

- B.U.P. n° 691 (page 209 et suivantes)
- B.U.P. n° 717 (page 1175 et suivantes)

tension aux bornes de C

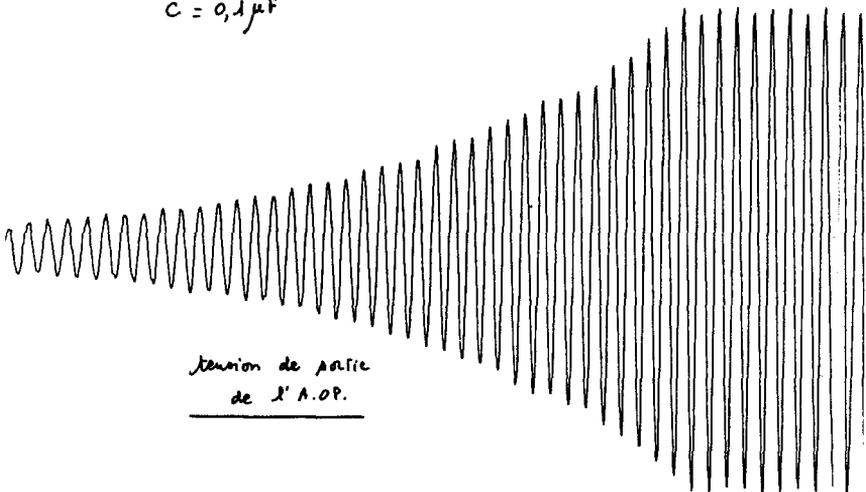


Amorçage des oscillations  
dans un circuit RLC série  
avec résistance négative.

$$R = 100 \Omega + 25 \Omega (\text{de } L)$$

$$L = 2,2 \text{ mH}$$

$$C = 0,1 \mu\text{F}$$



tension de sortie  
de l'A.O.P.

