

Étude de la montée en température du filament et de l'ampoule d'une lampe à incandescence

par René ALLARD
Lycée H. Bergson, 49000 Angers

Les instructions du Programme de Première S prévoient la présentation d'exemples pratiques de l'utilisation de l'énergie électrique et de ses transformations. Cet article a pour premier objectif l'étude de l'élévation de la température du filament et de la surface de l'ampoule d'une lampe à incandescence. Son deuxième objectif est d'illustrer des notions relatives au conducteur ohmique, aux échanges d'énergie, aux régimes transitoires et permanents.

Les moyens mis en œuvre pour mener cette étude comprennent, entre autres, des montages à base d'ampli. op. - source de courant, source de tension, convertisseur courant-tension,... -, un circuit multiplexeur pour la mesure de la puissance électrique, et des capteurs de température et de lumière.

1. TENSION IMAGE DE LA RÉSISTANCE DU FILAMENT

L'étude de l'élévation de la température d'un filament qui s'échauffe par effet Joule peut se faire à partir de l'étude de la variation de la résistance de ce filament.

1.1. Obtention d'une tension image de la résistance

Pour obtenir, à chaque instant t , une tension $u_1(t)$ proportionnelle à la résistance $R(t)$ du filament, il faut alimenter la lampe avec une source de courant qui va imposer l'intensité I_0 ; la relation entre $u_1(t)$ et I_0 est :

$$u_1(t) = R(t) \cdot I_0$$

1.2. Dispositif expérimental (Figure 1)

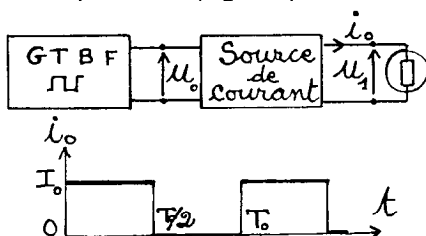


Figure 1

C'est la source de courant à fort débit, décrite dans le n° 711 du BUP [1] qui est utilisée. Commandée par la tension en créneaux u_o , de période T_o , délivrée par un générateur très basse fréquence (GTBF), elle débite dans la lampe un courant $i_o = 0,1 \times u_o$. Pendant une demi-période $\frac{T_o}{2}$, le courant i_o provoque l'échauffement du filament et pendant la demi-période suivante, l'intensité étant nulle, le filament se refroidit. Avec ce montage, seule la montée en température peut être étudiée. Les tensions u_o et u_1 , périodiques, peuvent être visualisées à l'oscillographe. Caractéristiques de l'ampoule étudiée : 4 V – 0,55 A.

Une ampoule de lampe de poche, 3,5 V – 0,3 A, donne également des résultats intéressants.

2. VARIATION DE LA RÉSISTANCE DU FILAMENT PENDANT L'ÉCHAUFFEMENT

2.1. Oscillogrammes (Figure 2)

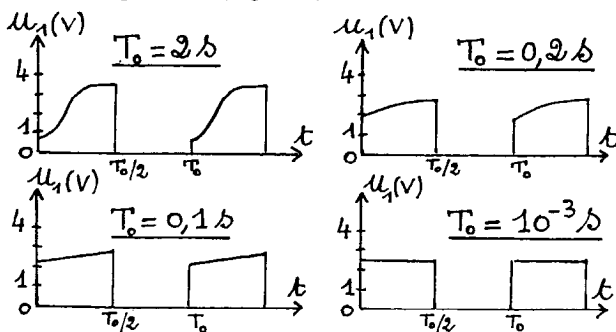


Figure 2

Un courant d'intensité constante $I_0 = 0,5 \text{ A}$ circule pendant une durée $\frac{T_0}{2}$, T_0 variant de 2 s à 10^{-3} s . Les oscillogrammes correspondant à $T_0 = 2 \text{ s}$, $0,2 \text{ s}$ et $0,1 \text{ s}$ mettent en évidence la variation de u_1 en fonction du temps pour $t \in \left[0, \frac{T_0}{2}\right]$, bien que le courant I_0 soit constant. Nous pouvons en déduire que la résistance $R(t)$ du filament n'est pas constante : c'est l'élévation de la température qui est la cause de l'augmentation de $R(t)$. Le filament n'est pas assimilable à un conducteur ohmique.

Considérons maintenant l'oscillogramme avec $T_0 = 10^{-3} \text{ s}$; il montre que la tension U_1 est donc constante. Le filament de la lampe est équivalent à un conducteur ohmique ; cela est dû au fait que, pendant un intervalle de temps très petit (10^{-3} s), la température du filament n'a pratiquement pas le temps de varier.

Cette première expérience nous a permis d'insister sur le fait qu'un conducteur métallique ne suit pas la loi d'Ohm si sa température varie.

2.2. Utilisation d'un ordinateur

L'ordinateur permet de manipuler avec des courants de fréquence très basse et de stocker les valeurs de la tension u_1 . Matériel utilisé : TO7 et convertisseur analogique numérique 8 bits.

Les valeurs de u_1 , mesurées par l'ordinateur, permettent de construire avec une bonne précision les courbes dont l'allure a été observée sur l'oscillographe.

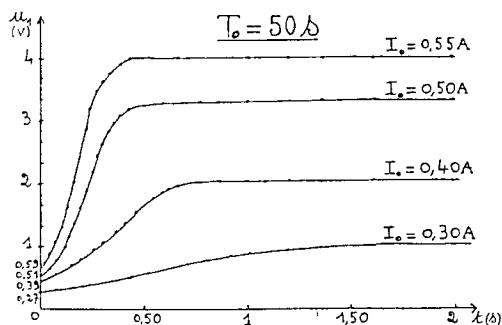


Figure 3

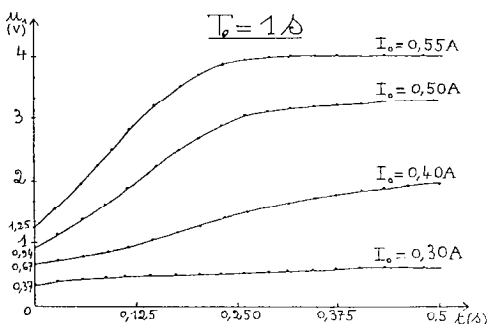


Figure 4

Les réseaux de courbes des figures 3 et 4 s'interprètent comme les oscillogrammes précédents. Ces courbes permettent le calcul de $R(t)$ à différents instants. Par exemple la valeur de $R(t)$ du filament lorsqu'un courant $I_0 = 0.55$ A a circulé pendant 0.5 s (figure 3) est :

$$R(t) = \frac{4}{0.55} = 7.27 \, \Omega$$

A la température ambiante (20°C) la résistance du même filament, mesurée avec un ohmmètre conçu pour les faibles résistances, est $0.68 \, \Omega$. Nous pouvons faire remarquer aux élèves que la variation de résistance d'un fil métallique peut être très importante ; dans l'exemple étudié la valeur de $R(t)$ a été multipliée par un facteur supérieur à 10.

3. ÉVOLUTION DE LA TEMPÉRATURE DU FILAMENT

3.1. Tension image de la température absolue du filament

Les expériences précédentes ont montré que $R(t)$ est une fonction croissante de la température. Nous allons utiliser une loi approchée qui exprime que la résistivité d'un métal pur est proportionnelle à la température absolue T .

La dilatation du filament pouvant être négligée, sa résistance est donnée par la relation approchée : $R = aT$, a constante.

Les relations entre les grandeurs instantanées sont :

$$u_1(t) = R(t) \cdot I_0 \quad ; \quad R(t) = a T(t) \quad ; \quad u_1(t) = a I_0 T(t)$$

La dernière relation montre que $u_1(t)$ est la tension image de la température absolue $T(t)$.

La courbe $u_1(t)$ peut donc être considérée comme la courbe d'échauffement du filament.

3.2. Régime transitoire - Régime permanent

Les courbes des figures 3 et 4 mettent en évidence un régime transitoire de durée τ au cours duquel la température croît et un régime permanent correspondant à l'équilibre thermique du filament. On peut noter que pour observer l'équilibre thermique la durée de passage du courant, égale à $\frac{T_0}{2}$, doit être suffisamment longue et l'intensité I_0 suffisamment élevée. Par exemple l'équilibre thermique n'est pas atteint si $T_0 = 1$ s et $I_0 = 0,40$ A.

Les transferts d'énergie s'interprètent facilement ; pendant le régime transitoire la température du filament s'élève car la puissance électrique p qu'il reçoit, et qui est transformée intégralement en chaleur, est supérieure à la puissance p' qu'il cède au milieu extérieur sous forme de chaleur - par conduction et par convection - et sous forme de rayonnement. Lorsque l'équilibre thermique est atteint on a l'égalité $p = p'$.

3.3. Durée τ du régime transitoire

Elle peut être déterminée sur les courbes des figures 3 et 4. Tout d'abord nous pouvons noter que les températures initiales, pour $t = 0$, ne sont pas identiques et qu'elles dépendent de I_0 ; cela est dû au fait que la durée de la phase de refroidissement, égale à $\frac{T_0}{2}$, est trop courte pour que la température du filament ait le temps de descendre jusqu'à la température ambiante.

Pour que cette étude présente un intérêt il faut considérer une température initiale constante ; prenons par exemple celle qui correspond à $u_1 = 1$ V. Les valeurs de τ sont présentées dans le tableau de la figure 5.

Ampoule 4V/0,55A			
$T_0 = 50^\circ\text{C}$; $U_1(\text{initiale}) = 1\text{V}$			
$I_0(\text{A})$	0,40	0,50	0,55
$U_1(\text{V})$ finale	2,04	3,29	4
$\tau(\text{s})$	2	1,30	0,82

Figure 5

La durée du régime transitoire diminue lorsque I_0 augmente ; cette durée est de l'ordre de 0,8 s pour un courant « normal » de 0,55 A. Une interprétation de la variation de τ en fonction de I_0 sera donnée dans le paragraphe 6.

3.4. Ordre de grandeur de la température d'équilibre

Résistance du filament à la température ambiante ($T_1 = 293\text{ K}$) : $R_1 = 0,68\ \Omega$; la température absolue T du filament peut être calculée, à partir de sa résistance R par la formule approchée :

$$T = T_1 \frac{R}{R_1} ; \quad \theta = T - 273$$

Le calcul donne $\theta = 2860^\circ\text{C}$ pour $I_0 = 0,55\text{ A}$ et $\theta = 1192^\circ\text{C}$ pour $I_0 = 0,30\text{ A}$.

Les résultats des travaux sur la résistance et la température d'un fil de tungstène ont été présentés dans un article du n° 702 du BUP [2].

4. PUISSANCE RAYONNÉE PAR LE FILAMENT

Elle croît avec la température du filament. La mesure, à divers instants, de l'éclairement que produit la lumière, émise par le filament, sur une photodiode va permettre de mettre en évidence l'élévation de sa température et de déterminer la durée τ nécessaire à l'établissement de son équilibre thermique.

4.1. Montage (Figure 6)

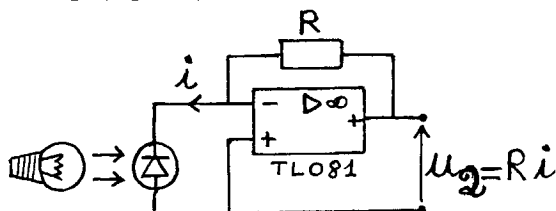


Figure 6

Une source de courant impose au filament un courant en créneaux, de période T_0 , d'intensité maximale I_0 . La lumière émise par l'ampoule est détectée par une photodiode BP 104 sensible aux radiations infrarouges (sensibilité maximale pour $\lambda = 950$ nm). Dans ce montage la photodiode joue le rôle d'une photopile qui débite un courant i .

L'intensité de ce courant est proportionnelle à la puissance du rayonnement capté par la photodiode car la tension à ses bornes est nulle, l'ampli op. étant supposé parfait. L'ampli op. convertit l'intensité i en une tension u_2 telle que $u_2 = Ri$. Cette tension peut être considérée comme la tension image de la puissance lumineuse captée par la photodiode. $R = 10 \text{ k}\Omega$ ou $5 \text{ k}\Omega$ selon la puissance lumineuse.

4.2. Résultats expérimentaux

Les courbes des figures 7 et 8 ont été construites à partir des valeurs de u_2 mesurées par l'ordinateur. Elles mettent en évidence une augmentation de la puissance lumineuse émise, donc de la température du filament. Lorsque la puissance lumineuse devient constante, l'équilibre thermique est atteint.

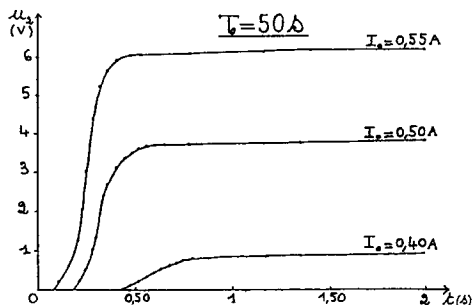


Figure 7

Il faut noter que la tension u_2 reste pratiquement nulle tant que la puissance lumineuse ne dépasse pas un certain seuil, dépendant de la sensibilité de la photodiode.

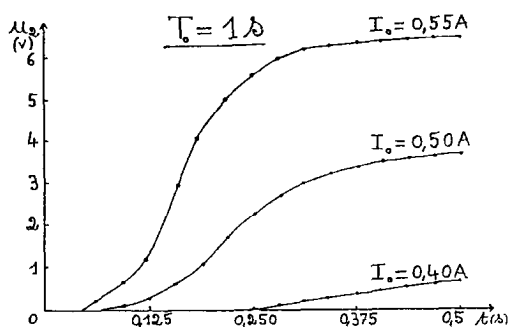


Figure 8

La durée du régime transitoire peut également être déterminée sur ces courbes $u_2(t)$, mais il faut la mesurer à partir de la date $t = 0$ qui est la date d'établissement du courant dans la lampe.

5. UTILISATION D'UNE SOURCE DE TENSION

Étudions maintenant la montée en température du filament de la lampe lorsqu'elle est insérée dans un circuit qui est alimenté par une source de tension.

5.1. Le montage (Figure 9)

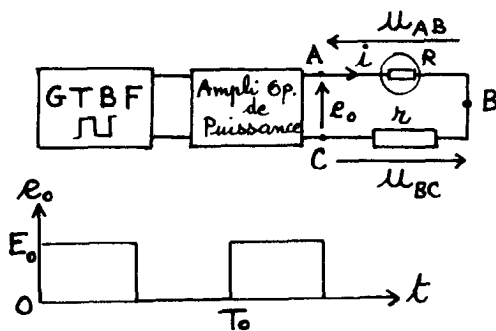


Figure 9

Une source de tension pratiquement parfaite et pouvant délivrer des tensions de forme quelconque, avec un débit qui peut dépasser 1 A, est réalisée avec un ampli op. de puissance, TCA 365 (Siemens); le brochage de ce composant est indiqué sur la figure 11. Cet ampli op. reçoit, sur son entrée, la tension en créneaux délivrée par un générateur très basse fréquence; un circuit, comprenant la lampe 4 V - 0,55 A et une résistance r , est connectée à la sortie de l'ampli op. qui lui impose une tension e_0 , la valeur maximale E_0 et de période T_0 (figure 9). Les grandeurs instantanées i , e_0 , u_{BC} et R , résistance de la lampe, sont liées par les relations :

$$u_{BC} = ri \quad ; \quad u_{BC} = \frac{r}{r+R} e_0$$

L'élévation de la température du filament entraîne une augmentation de R qui va se traduire par une diminution de u_{BC} . Cette tension u_{BC} permettra donc d'étudier l'échauffement du filament.

a) Choix de r et E_0

Lorsque R varie de ΔR , la variation relative de u_{BC} est : $\frac{\Delta u_{BC}}{u_{BC}} = \frac{-\Delta R}{r+R}$. Pour que l'expérience soit spectaculaire, cette variation relative doit être suffisamment grande; cela est réalisé si la valeur de r est petite par rapport à R . Sachant que $R = 0,68 \, \Omega$ à 20°C , et que (r) ne doit pas s'échauffer, la résistance r sera obtenue en associant deux résistances de puissance de $0,22 \, \Omega$ - 4 W en parallèle; une mesure de r avec l'ohmmètre spécial «faibles résistances» a donné $r = 0,110 \, \Omega$.

b) Choix de E_0

La valeur de E_0 est telle que la tension aux bornes de la lampe est $u_{AB} = 4 \, \text{V}$ lorsque le filament est en équilibre thermique, l'intensité du courant étant de 0,55 A.

$$E_0 \simeq 4 + (0,110 \times 0,55) \simeq 4,06 \, \text{V}$$

c) Variations de i et u_{BC}

Soit $i_{\max}$ et $i_{\min}$ les valeurs théoriques extrêmes de i ; $i_{\max}$ est

obtenue à $t = 0$: $i_{\max} = \frac{4,06}{0,11 + 0,68} = 5,14 \text{ A}$. $i_{\min}$ est obtenue lorsque le filament est en équilibre thermique ; $i_{\min} = \frac{4,06}{0,11 + 7,27} = 0,550 \text{ A}$.

Ce calcul montre que la lampe est soumise à une surintensité très importante lorsque la tension E_0 est appliquée au circuit à $t = 0$. En réalité la valeur expérimentale de $i_{\max}$ sera inférieure à la valeur calculée à cause des dispositifs de protection interne des ampli. op. et régulateurs de tension qui limitent les intensités des courants.

La tension u_{BC} qui varie entre 0,06 V et 0,6 V environ doit être amplifiée ($\times 10$) avant d'être visualisée à l'oscilloscope.

5.2. Résultats expérimentaux

L'évolution de l'intensité du courant dans la lampe est représentée par les courbes de la figure 10.

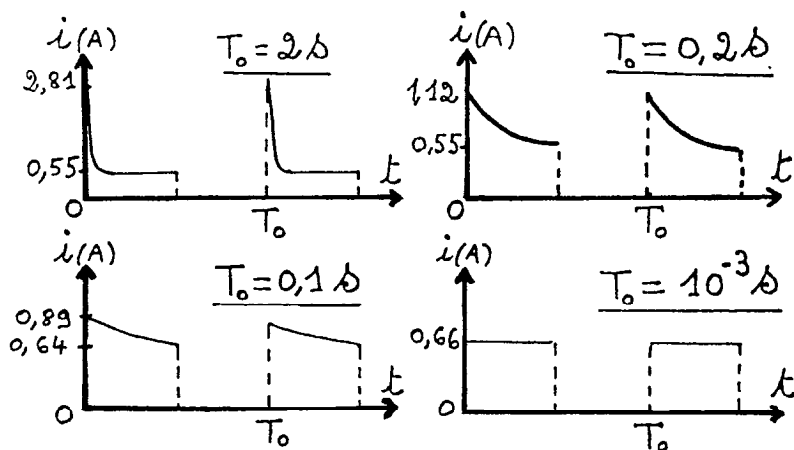


Figure 10

Si on choisit une période T_0 suffisamment grande, $T_0 \geq 0,2 \text{ s}$, on peut mettre en évidence la surintensité qui se produit à la date $t = 0$, la décroissance de i qui correspond à l'élévation de la température du filament et la valeur limite (0,55 A) de i qui correspond à l'équilibre thermique du filament.

La durée τ' nécessaire au filament pour atteindre son équilibre thermique est de l'ordre de 0,1 s. Avec une période T_0 suffisamment petite, 10^{-3} s par exemple, la température du filament reste pratiquement constante sur l'intervalle $\left[0, \frac{T_0}{2}\right]$.

6. FACTEURS AYANT UNE INFLUENCE SUR LA DURÉE DU RÉGIME TRANSITOIRE

τ et τ' étant respectivement les durées des régimes transitoires lorsque la lampe est alimentée par une source de courant de tension, les mesures ont montré que l'ordre de grandeur de τ est de 0,8 s et celui de τ' de 0,1 s, le filament étant dans le même état final : «4 V – 0,55 A». Notre objectif est d'expliquer pourquoi τ' est inférieure à τ , et d'étudier l'influence de I_0 et E_0 sur τ et τ' respectivement.

6.1. Taux de variation de la température $\frac{dT}{dt}$

Soient C la capacité thermique du filament, p la puissance électrique qu'il reçoit et p' la puissance qu'il cède au milieu extérieur sous forme de rayonnement et de chaleur ; p' est une fonction croissante de la température.

Entre les instants t et $t + dt$, l'élévation de température dT du filament est telle que : $CdT = p dt - p' dt$ ou $C \frac{dT}{dt} = p - p'$, équation valable tant que l'équilibre thermique n'est pas atteint.

a) **Le générateur est une source de courant** qui fait circuler à partir de l'instant $t = 0$ une intensité constante I_0 . La puissance reçue par le filament est $p_1 = R(t) \cdot I_0^2$; elle augmente avec t , ce fait sera confirmé par l'expérience.

Soit un instant t_i tel que $T = T_i$. La taux de variation de la température à cet instant est donné par :

$$C \left(\frac{dT}{dt} \right)_{I_0} = R(t_i) \cdot I_0^2 - p'(t_i) ; \text{ cette relation nous montre que la tempéra-}$$

ture varie d'autant plus rapidement, à partir de cet instant, que I_0 est plus élevée ; ce fait a été observé expérimentalement (figure 5).

b) Le générateur est une source de tension qui impose, à partir de l'instant $t = 0$, une tension E_0 au circuit de la figure 9. Pour simplifier le raisonnement, nous négligerons la puissance reçue par la résistance r qui est petite par rapport à celle reçue par la lampe. Le filament reçoit

une puissance $p_2 = \frac{E_0^2}{R(t)}$ qui est une fonction décroissante de t ; ce fait sera vérifié expérimentalement.

Soit un instant t_i tel que $T = T_i$. Le taux de variation de la température à cet instant est donné par : $C \left(\frac{dT}{dt} \right)_{E_0} = \frac{E_0^2}{R(t_i)} - p'(t_i)$. Le

taux de variations de la température sera d'autant plus grand que E_0 sera plus élevée.

c) Comparaison de $\left(\frac{dT}{dt} \right)_{E_0}$ et $\left(\frac{dT}{dt} \right)_{I_0}$

Considérons le filament dans un état initial défini par sa température T_i ; nous souhaitons le faire évoluer vers un état final correspondant à son équilibre thermique de température T_f . Pour réaliser cette évolution nous pouvons utiliser une source de tension ($E_0 = 4 \text{ V}$) ou une source de courant ($I_0 = 0,55 \text{ A}$) ; à la température T_f , la résistance R_f du filament est telle que $E_0 = R_f I_0$. Les relations écrites dans les paragraphes a) et b) précédents permettent de faire le calcul :

$$C \left(\frac{dT}{dt} \right)_{E_0} - C \left(\frac{dT}{dt} \right)_{I_0} = \frac{E_0^2}{R(t)} - R(t) \cdot I_0^2$$

$$C \left(\frac{dT}{dt} \right)_{E_0} - C \left(\frac{dT}{dt} \right)_{I_0} = \frac{R_f^2 - R^2(t)}{R(t)} \cdot I_0^2$$

On a $R_f > R(t)$; donc $\left(\frac{dT}{dt} \right)_{E_0} > \left(\frac{dT}{dt} \right)_{I_0}$ pour $T = T_i$.

Par conséquent, pour faire passer le filament d'un même état initial

à un même état final (équilibre thermique) c'est la source de tension qui permet d'obtenir la variation de température la plus rapide ; ce résultat avait été obtenu expérimentalement : $\tau' \approx 0,1$ s et $\tau \approx 0,8$ s.

6.2. Puissance instantanée reçue par le filament

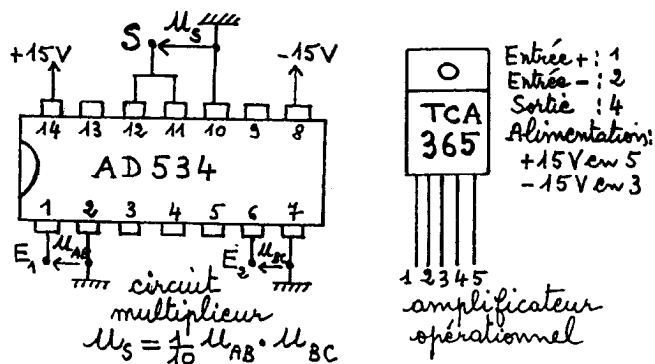


Figure 11

Lorsque deux tensions e_1 et e_2 sont appliquées sur les entrées du circuit multiplieur AD 534 (figure 11) celui-ci délivre une tension $u_s = 0,1 \times e_1 \times e_2$. En choisissant convenablement les tensions e_1 et e_2 dans le montage qui alimente la lampe il est possible de visualiser à l'oscillographe une tension U_s proportionnelle à la puissance instantanée p reçue par le filament. Les figures 1 et 9 représentent respectivement les montages utilisant une source de courant et une source de tension. Les courbes $p = f(t)$ de la figure 12 confirment les résultats obtenus en 6.1.a. et 6.1.b.

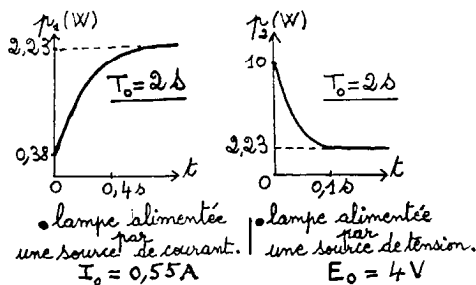


Figure 12 : Puissance instantanée reçue par l'ampoule.

Nous pouvons noter, qu'avec une source de tension, la puissance instantanée p_2 reçue par le filament à l'instant où la tension E_0 est appliquée est beaucoup plus importante (10 W) que celle (2,23 W) correspondant au régime permanent. Cette valeur maximale, 10 W, ne provoque pas la fusion du tungstène car l'élévation de température du filament, qui possède une certaine capacité thermique, est progressive.

6.3. En résumé

La durée du régime transitoire dépend de la nature du générateur, source de courant ou source de tension, et de l'intensité I_0 du courant ou de la tension E_0 que peut imposer ce générateur.

7. TEMPÉRATURE DE LA SURFACE D'UNE AMPOULE

Étudions l'évolution de la température de l'ampoule lorsqu'une tension continue est établie aux bornes de la lampe.

7.1. Montage (figure 13)

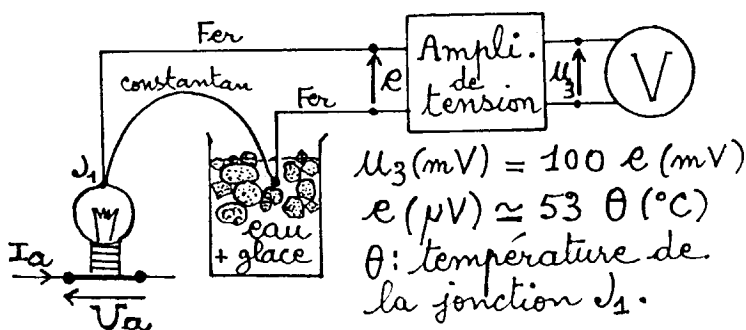


Figure 13

La température est repérée grâce à un thermocouple fer-constantan que l'on peut réaliser facilement. La jonction J_1 est fixée sur la paroi de verre avec de l'araldite. La jonction J_2 est maintenue à 0°C par un mélange eau + glace. La force électromotrice e de ce thermocouple est pratiquement proportionnelle à la température θ de la paroi de verre ; e est amplifiée avant d'être mesurée avec un voltmètre. On a les relations :

$$e(\mu\text{V}) \approx 53 \theta(^{\circ}\text{C}) \quad ; \quad u_3(\text{mV}) = 100 e(\text{mV})$$

La température de surface θ dépend des conditions de refroidissement de l'ampoule ; pour que celles-ci ne varient pas pendant les mesures, l'expérience doit se dérouler dans une atmosphère calme, sans courant d'air.

7.2. Lampe 4 V - 0,55 A

Une tension U_a est imposée aux bornes de la lampe ; au bout de $\tau' \approx 0,1$ s l'intensité du courant I_a se stabilise. Toutes les 15 secondes, pendant 8 minutes, la température θ de l'ampoule est relevée. Les courbes de la figure 14 représentent l'élévation de température $\theta - \theta_i$, θ_i température ambiante, en fonction du temps pour 2 valeurs de I_a .

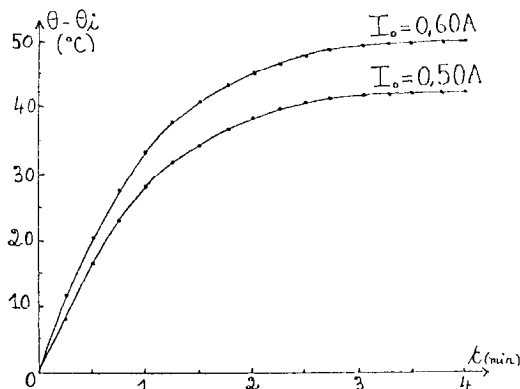


Figure 14

Interprétation qualitative des résultats

Nous pouvons admettre que la puissance P reçue par l'ampoule de verre, sous forme de chaleur et de rayonnement, est constante pour plusieurs raisons ; tout d'abord la température du filament se stabilise au bout d'un temps très court, $\tau' \approx 0,1$ s, après l'application de la tension U_a ; ensuite la masse et le volume du gaz à l'intérieur de l'ampoule étant faibles, nous pouvons supposer que l'équilibre thermique de ce gaz se réalise rapidement ; enfin, la durée $\tau' \approx 0,1$ s du régime transitoire d'échauffement du filament est négligeable devant la durée $\tau'' \approx 4$ min. de la montée en température de l'ampoule.

P' étant la puissance cédée par l'ampoule au milieu extérieur, on a la relation $P > P'$ lorsque la température θ croît. Quand θ se stabilise

on a l'égalité $P = P'$; par conséquent P' est une fonction croissante de θ , qui s'annule pour $\theta = \theta_i$.

Cette interprétation qualitative peut être faite en Première S.

7.3. Lampe 12 V - 21 W (auto - feux arrières)

Il s'agit de faire une étude plus approfondie. Les mesures sont plus précises et plus faciles à exploiter si l'élévation de température est plus importante, d'où le choix de cette lampe.

a) Les résultats sont représentés par les courbes de la figure 15 qui montrent que l'équilibre thermique de l'ampoule est réalisé au bout de 7 à 10 mn, selon la valeur de U_a , et que la température d'une ampoule peut être élevée (160°C environ).

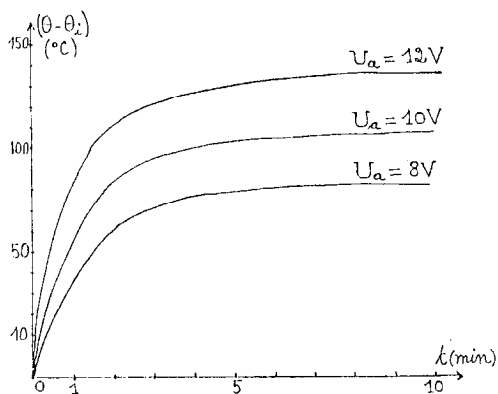


Figure 15

U_a (V)	4,08	6	8,04	10	12
I_a (A)	1,02	1,23	1,43	1,61	1,76
$P_a = U_a I_a$ (W)	4,14	7,40	11,5	16,1	21,2
$U_{3\phi}$ (mV)	378	505	645	779	929
θ_f (°C)	66,0	88,2	113	136	162
$\theta_f - \theta_i$ (°C)	43,5	65,7	90,2	114	140
$\frac{\theta_f - \theta_i}{P_a}$ (°C.W ⁻¹)	10,5	8,87	7,82	7,07	6,60

Figure 16

A partir des résultats présentés dans le tableau de la figure 16 on montre que l'élévation de température $\theta_f - \theta_i$, θ_f étant la température d'équilibre thermique de l'ampoule, n'est pas proportionnelle à la puissance électrique P_a reçue par la lampe.

b) Équation de la courbe d'échauffement de l'ampoule

U_{3f} étant la tension image de la température θ , avec U_{3f} celle qui correspond à θ_f , représentons $\ln(U_{3f} - U_3)$ en fonction du temps, sur papier semi-logarithmique (figure 17).

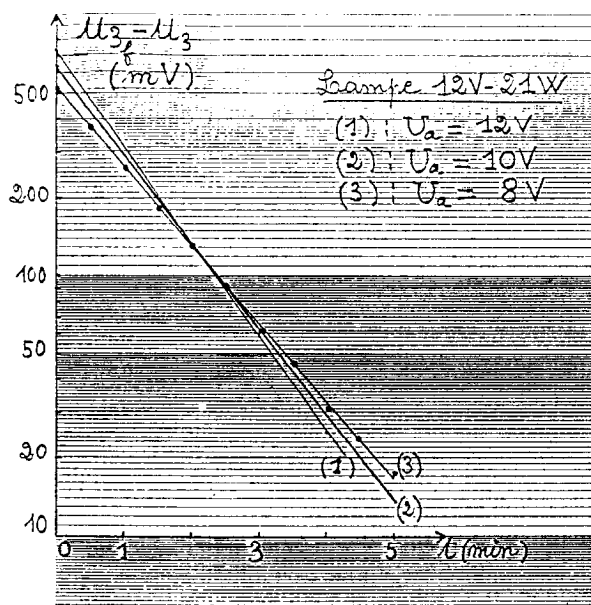


Figure 17

Pour une tension d'alimentation U_a donnée, nous constatons que les points sont pratiquement alignés.

$\ln(U_{3f} - U_3)$ peut donc se mettre sous la forme :

$$\ln(U_{3f} - U_3) = a - \frac{t}{\tau}, \quad a \text{ et } \tau \text{ étant 2 constantes.}$$

Sachant que pour $t = 0$, $U_3 = U_i$, la relation précédente devient :

$$\text{Ln} \left(\frac{U_{3f} - U_3}{U_{3f} - U_{3i}} \right) = -\frac{t}{\tau} \quad . \text{ Remplaçons } U_3 \text{ par } \theta.$$

L'équation de la courbe d'échauffement est :

$$\theta_f - \theta = (\theta_f - \theta_i) e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Elle peut également s'écrire :

$$\theta - \theta_i = (\theta_f - \theta_i) \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

τ est la constante de temps du phénomène étudié ; ses valeurs déterminées graphiquement (figure 17) sont respectivement 74 s, 76 s et 88 s pour des tensions U_a égales à 8 V, 10 V et 12 V.

c) Échanges d'énergie

Il s'agit de retrouver, à partir d'hypothèses faites sur les échanges d'énergie, l'équation de la courbe d'échauffement. On doit supposer que la puissance P reçue par l'ampoule de verre est constante, comme dans le paragraphe 7.2. Il faut admettre également, que l'ampoule cède au milieu extérieur une puissance $P' = k (\theta - \theta_i)$, k étant une constante et θ_i la température ambiante. μ étant la capacité calorifique de l'ampoule, on peut établir l'équation différentielle : $\mu \frac{d\theta}{dt} = P - P'$

ou

$$\mu \frac{d(\theta - \theta_i)}{dt} + k (\theta - \theta_i) = P$$

Les solutions de cette équation sont de la forme :

$$\theta - \theta_i = A e^{-\frac{kt}{\mu}} + \frac{P}{k} \quad \text{Posons } \frac{\mu}{k} = \tau$$

Sachant que $\theta - \theta_f$ lorsque $t \rightarrow \infty$ et $\theta = \theta_i$ pour $t = 0$, on obtient :

$$P = k (\theta_f - \theta_i) \quad \text{et} \quad A = -(\theta_f - \theta_i)$$

L'équation de la courbe d'échauffement est :

$$\theta - \theta_i = (\theta_f - \theta_i) \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

Pour une valeur de U_a donnée, cette équation a été vérifiée avec une bonne précision (figure 17). Mais l'expérience a montré que la constante de temps τ n'est pas constante ; la variation τ , assez faible, est due principalement à celle de k ; en effet k dépend des conditions de refroidissement qui ne sont peut être pas restées rigoureusement constantes d'une expérience à une autre. Si on considère l'augmentation de τ avec la tension d'alimentation U_a , on peut supposer que k dépend également du rayonnement émis par le filament dont la température est une fonction croissante de U_a .

RÉFÉRENCES

- [1] R. ALLARD - Source de courant à fort débit - BUP n° 711.
- [2] M. CHAPELET - Un dipôle passif symétrique : la lampe à incandescence - BUP n° 702.