Illustration de la loi de LAPLACE

par R. MOREAU
33000 Bordeaux

Tous les moteurs électriques mettent en œuvre cette loi : il serait bon de la montrer à nos élèves sur un exemple.

L'expérience qui va être décrite peut être réalisée sans gros investissement ; elle reprend, avec un matériel beaucoup plus fruste, une idée exposée dans le Bulletin de l'Union des Physiciens de juin 1988 (Énergie mécanique - Énergie électrique : R. MOREAU et M. BARBASTE). Elle permet cependant de bien comprendre un phénomène essentiel concernant les moteurs : **l'intensité qu'absorbe un moteur n'est pas fixée par la source de tension qui l'alimente mais par la charge qu'on lui demande d'entraîner.**

1. MATÉRIEL NÉCESSAIRE

1.1. Une perceuse miniature pourvue d'un mandrin (figure 1), ou un petit moteur à courant continu de quelques watts dont l'axe est assez long pour qu'on puisse assujettir un cylindre faisant office de poulie.

1.2. Un cylindre de rayon connu (r = 3,5 mm par exemple).

Si l'on a choisi une perceuse avec mandrin, on peut prendre un cylindre en bois muni d'une pointe métallique solidement fixée, de manière que l'on puisse le faire tourner en insérant cette pointe dans le mandrin. Dans ce cas, il est bon de prévoir deux cylindres de rayons différents par moteur.

Si l'on dispose d'un moteur «nu», on peut percer un cylindre de bois et faire rentrer en force l'axe du moteur dans le trou ainsi préparé, en collant ensemble les deux parties : un crayon à papier, dont on a repoussé la mine convient très bien.

Un fil de coton fin, dont une extrémité est collée sur le cylindre, permet, en s'enroulant sur celui-ci de soulever des masses marquées. Aux deux extrémités du cylindre, des rondelles servent de butoirs.

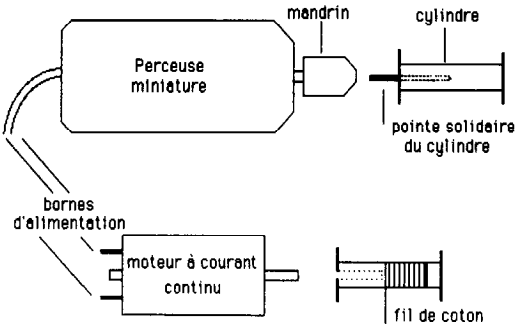


Figure 1

1.3. Des masses marquées, munies de crochets, de masses m = 20 g, 50 g, 100 g, 200 g. Dans ce qui suit, leur poids mg sera noté P.

1.4. Une alimentation stabilisée variable ou une alimentation stabilisée fixe associée à un ensemble composé d'un potentiomètre et d'un transistor monté sur dissipateur thermique, comme le représente la figure 2.

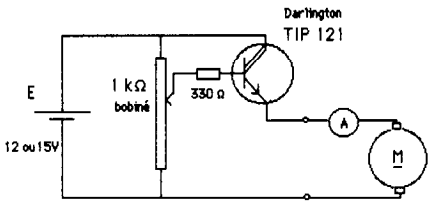


Figure 2

1.5. Un ampèremètre, et un voltmètre à cadres mobiles (de préférence).

2. EXPÉRIENCE

Réalisons le montage de la figure 3 en réglant tout d'abord la tension U à une valeur très faible, et en utilisant une masse m de valeur moyenne (100 g). Celle-ci, au début, repose sur le sol.

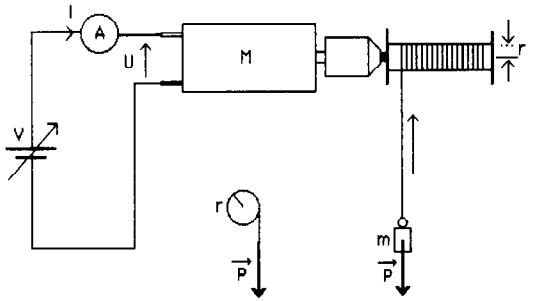


Figure 3

2.1. **Première approche**

En augmentant U très progressivement, on provoque l'apparition d'un courant traversant le moteur ; bientôt celui-ci se met à tourner lentement et le fil se tend ; cependant le poids n'est soulevé que lorsque l'intensité I du courant atteint une valeur seuil I_s. Notons U_s la valeur de U correspondante.

Pour $U = U_s = C^{ste}$, le poids s'élève lentement ; après un court régime transitoire, l'intensité I reste sensiblement constante pendant toute la montée.

Le réglage de U à une valeur supérieure à U_s a pour effet d'augmenter la vitesse d'ascension, mais l'intensité I reste sensiblement la même : pour un même cylindre, l'intensité I correspondant à un régime permanent ne dépend que du poids P soulevé, et non de la tension U appliquée. En changeant de cylindre on constate que l'intensité I appelée par le moteur en régime permanent, dépend en fait du moment résistant $\Gamma_r = P\ r$ du poids P par rapport à l'axe de rotation du moteur (figure 3).

2.2. **Relevé expérimental**

Recommençons l'expérience avec plusieurs masses marquées, en réglant chaque fois la tension U de manière que la vitesse d'ascension, assez faible, soit toujours sensiblement la même ($v_a \approx 25$ cm/s par exemple).

Notons I_0 l'intensité du courant absorbé par le moteur lorsque $m = 0$.

Avec un moteur Appliraft M 10, nous avons obtenu le tableau suivant :

m(g)	P(N)	Γ_r (m.Nm)	I(A)	U(V)
0	0	0	$I_0 = 0{,}30$	0,9
50	0,49	1,7	0,50	1,1
100	1,0	3,5	0,70	1,3
150	1,5	5,2	0,90	1,5
200	2,0	7,0	1,1	1,7

Ce tableau nous permet de tracer le graphe de la fonction $\Gamma_r = f(I)$.

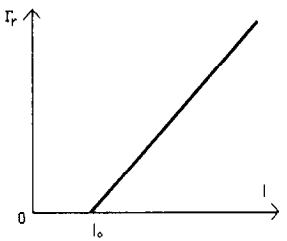


Figure 4

On trouve que la relation entre Γ_r et I est de la forme :

$$\Gamma_r = k\,(I - I_0)$$

3. INTERPRÉTATION

Lorsque la vitesse ascensionnelle est constante, la tension T du fil équilibre le poids P. Le moment résistant Γ_r de T par rapport à l'axe du moteur, est tel que $\Gamma_r = P\,r$.

Γ_r est équilibré par le moment Γ_u du couple utile du moteur :

$$\Gamma_u = \Gamma_r = P\,r$$

Notre manipulation nous a donc permis d'établir la relation :

$$\Gamma_u = K\,(I - I_0) = KI - K\,I_0$$

D'où provient ce couple utile de moment Γ_u ?

De l'action des forces électromagnétiques de Laplace (f = Bil) : dans les conducteurs du bobinage induit du moteur circule en effet un courant d'intensité i proportionnelle à I (en général i = I/2). Ces conducteurs sont placés dans un champ magnétique quasiment invariable, produit par un aimant permanent (B de la formule) ; la géométrie des conducteurs est constante (l de la formule). Le moment Γ_e des forces électromagnétiques est donc proportionnel à I : $\Gamma_e = KI$: c'est le premier terme de l'expression de Γ_u. En effet, le moment Γ_u du couple utile n'est pas tout à fait égal à Γ_e car il existe dans le moteur des frottements (essentiellement des frottements solides), et d'autres phénomènes dissipatifs (pertes dans le fer par hystérésis magnétique et par courants de Foucault) qui provoquent l'apparition d'un couple résistant interne (couple de pertes) de moment Γ_p sensiblement constant, si bien que l'on a :

$$\Gamma_u = \Gamma_e - \Gamma_p$$

En identifiant, on trouve $\Gamma_p = K\ I_o$: c'est le deuxième terme de l'expression de Γ_u (on remarque que lorsque le moteur tourne sans soulever de poids, on a à la fois $I = I_o$ et $\Gamma_u = 0$, donc $\Gamma_e = K\ I_o$ et $\Gamma_e = \Gamma_p$, ce qui est parfaitement cohérent avec l'identification de Γ_p à $K\ I_o$ à que nous venons d'effectuer).

La courbe de la figure 4, représentant $\Gamma_r = f(I)$, assimilable à une droite, est donc également la courbe représentative de la fonction $\Gamma_u(I)$. Pour remonter au moment du couple électromagnétique Γ_e, il suffit, puisque $\Gamma_e = \Gamma_u + \Gamma_p$, d'ajouter la quantité $K\ I_o$ à Γ_u (figure 5a). D'ailleurs, pour certains moteurs de confection très soignée, pourvus de roulements à billes, comme le moteur W 01 733 ditribué par Electrome (photographie ci-après ; pour Electrome, voir la publicité dans le B.U.P.), I_o est si faible (10 mA) que la correction est pratiquement négligeable (figure 5b).

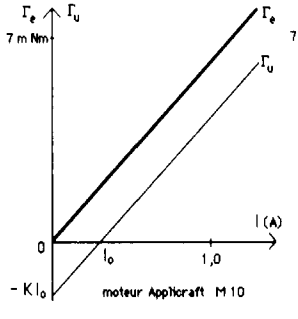


Figure 5a

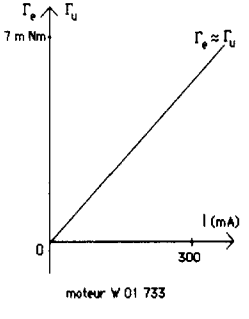
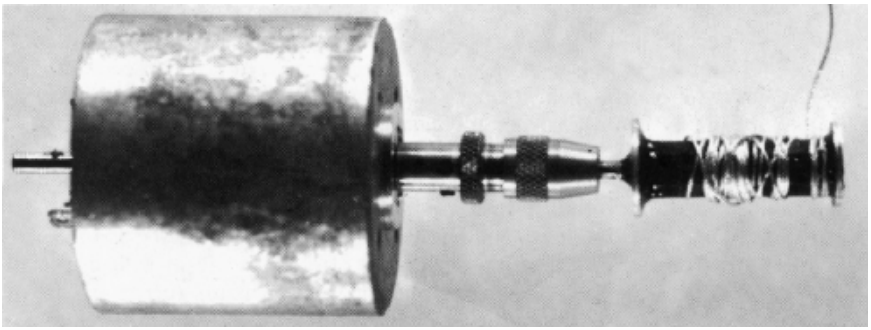


Figure 5b



Photographie du moteur W 01 733 équipé d'un cylindre

Cette courbe rectiligne traduit la loi de Laplace : le courant appelé par un moteur est proportionnel au couple électromagnétique qu'il doit fournir pour entraîner sa charge.

4. QUELQUES REMARQUES SUPPLÉMENTAIRES

4.1. Le champ magnétique B régnant dans l'entrefer des petits moteurs à courant continu actuels est produit par des aimants permanents de grande qualité (ferrites durs) dont le cycle d'hystérésis est proche d'un rectangle. Cette particularité rend très faible la modification du champ magnétique que pourrait provoquer le courant induit parcourant le bobinage du moteur (réaction d'induit). En tout point de l'entrefer on a pratiquement $B \approx C^{ste}$. C'est pour cela que la courbe $\Gamma_u(I)$ est une droite.

4.2. D'une manière générale, le moment Γ_p du couple de pertes d'un moteur dépend de sa fréquence de rotation (frottements fluides, pertes de ventilation, courants de Foucault) ; mais pour de petites machines, la contribution de ces phénomènes à Γ_p est très faible ; on la rend négligeable en se limitant à des faibles vitesses, et, dans notre expérience, pour avoir le temps de faire des lectures, il faut que la vitesse d'ascension soit lente.

4.3. Si E est la force électromotrice du moteur (ou, pour reprendre une ancienne terminologie, sa force «contre-électromotrice»), et R sa résistance interne, on a :

$$U = E + RI$$

Nous avons vu que l'intensité I est imposée par le moment résistant Γ_r. Si l'on note Ω la vitesse angulaire du rotor, on a par ailleurs $E = K\,\Omega$ (c'est la même constante K que celle qui traduit la loi de Laplace $\Gamma_e = K\,I$, et ceci est dû à la conservation de la puissance $\Gamma_e\,\Omega = EI$).

Par conséquent :

$$\Omega = \frac{U - RI}{K}$$

Revenons sur notre expérience initiale où nous imposons un moment résistant $\Gamma_r = mgr$ nécessitant l'appel d'un courant d'intensité I :

Lorsque, en faisant croître très lentement la tension U, le moteur commence à tourner, c'est que l'on a réalisé l'égalité $U_{seuil} = RI$. Si l'on augmente alors U, on permet simplement au moteur de tourner plus vite, car la différence $E = U - U_{seuil}$ est proportionnelle à Ω.

Dans l'expérience que nous avons décrite, la résistance interne du moteur utilisé vaut sensiblement 1,0 Ω ; dans chaque cas, la tension U appliquée au moteur a été réglée de manière à obtenir $E = C^{ste} = 0{,}60$ V, ce qui assure la même vitesse de montée quelle que soit la charge. Le tableau permet de déterminer la valeur de K : $K = 8{,}7.10^{-3}$ Vs. On en déduit que la fréquence de rotation du moteur est chaque fois égale à 11 tr/s, ce qui, étant donné qu'on a pris un cylindre de 3,5 mm de rayon, correspond à ue vitesse de montée de 24 cm/s.

Avec les moteurs W 01 733, aux frottements plus réduits, on peut diminuer considérablement cette vitesse, et comme I_o est beaucoup plus faible, l'erreur susceptible d'être introduite par une variation de Γ_p avec la vitesse est absolument négligeable.