

## PROPAGATION DE LA LUMIERE DANS LES FIBRES OPTIQUES

par P. BOUSQUET et G. VIOSSAT,

Ecole Nationale Supérieure de Physique  
de Marseille.

---

Les fibres optiques sont des guides d'ondes cylindriques dans lesquels la lumière, convenablement injectée à une extrémité, reste confinée au cours de sa propagation. On peut se faire une première idée de la façon dont s'effectue cette propagation en considérant qu'elle a lieu par réflexions totales successives sur la paroi du guide, suivant le principe bien connu des fontaines lumineuses.

Ceci implique que le matériau constituant le guide de lumière ait un indice de réfraction supérieur à celui du milieu qui l'entoure. Ce dernier ne saurait en aucun cas être le milieu ambiant, car il doit avoir lui aussi un indice de réfraction bien défini et la surface du guide doit être à l'abri de toute souillure et de toute altération qui seraient la source d'importantes déperditions de lumière.

Sous sa forme la plus simple, la structure d'une fibre optique découle facilement des considérations précédentes. Elle est constituée d'un *cœur* cylindrique formé d'un matériau très transparent d'indice de réfraction  $n_1$ , entouré d'une *gaine* concentrique au cœur, également transparente, d'indice de réfraction  $n_2$ , avec toujours  $n_1 > n_2$ . Le champ électromagnétique est alors pratiquement nul sur la surface externe de la gaine, ce qui évite toute perte de lumière à ce niveau. Un revêtement plastique protège l'ensemble.

Pour qu'il y ait guidage de la lumière, il faut aussi que l'angle  $i$  (fig. 1) soit supérieur à l'angle limite de réflexion totale, ce qui impose une condition lors de l'injection de la lumière dans la fibre.

$a$  est le rayon du cœur,  $b$  le rayon extérieur de la gaine optique.

**Acceptance - Ouverture numérique.**

Le guidage de la lumière étant assuré par réflexion totale sur le dioptré limitant le cœur, la condition  $i > i_2$  avec  $\sin i_2 = n_2/n_1$  doit être évidemment respectée.

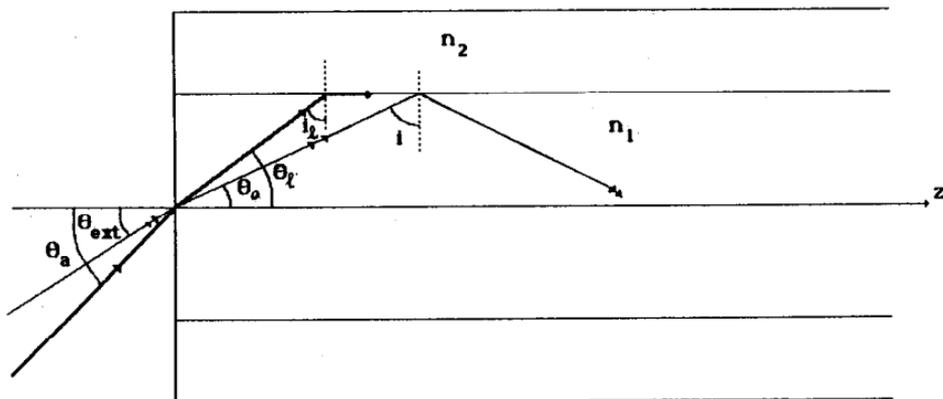


Fig. 1. — Géométrie et profil d'indice d'une fibre optique à échelon d'indice.

Considérons seulement le cas des rayons situés dans un plan méridien (fig. 1),  $\vartheta_{ext}$  désignant l'angle d'incidence sur la face d'entrée de la fibre et  $\vartheta_0$  l'angle de la réfraction correspondant, la condition de réflexion totale devient :

$$\cos \vartheta_0 > \frac{n_2}{n_1} \quad \text{ou} \quad \vartheta_0 < \vartheta_l \quad \text{avec} \quad \cos \vartheta_l = \frac{n_2}{n_1},$$

ce qui peut encore s'écrire :

$$n_1 \sin \vartheta_0 = \sin \vartheta_{ext} < n_1 \sin \vartheta_2$$

soit :

$$\sin \vartheta_{ext} < \sqrt{n_1^2 - n_2^2}.$$

La condition de réflexion totale est donc :

$$\vartheta_{ext} < \vartheta_a \quad \text{avec} \quad \sin \vartheta_a = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}. \quad (1.1)$$

$\vartheta_a$  est l'angle d'acceptance de la fibre.

Pour qu'il y ait guidage, le rayon incident sur la face d'entrée de la fibre doit se trouver à l'intérieur du cône d'acceptance dont l'axe est celui de la fibre et le demi-angle au sommet égal à  $\vartheta_a$ .

Par définition, l'ouverture numérique de la fibre (O.N.) est égale au sinus de l'angle d'acceptance :

$$\text{O.N.} = \sin \vartheta_a = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}. \quad (1.2)$$

### 1. DIFFERENTS TYPES DE FIBRES

Nous avons considéré jusqu'ici qu'une fibre optique était formée d'un cœur et d'une gaine d'indices respectifs  $n_1$  et  $n_2$ , séparés par un dioptre cylindrique. Il s'agit alors de *fibres à saut ou à échelon d'indice*.

Pour des raisons que nous rencontrerons plus loin on a été amené à réaliser également des fibres dans lesquelles l'indice de réfraction du cœur varie de façon continue depuis la valeur  $n_1$  sur l'axe jusqu'à  $n_2$ , indice de la gaine. Ce sont les *fibres à gradient d'indice*, dans lesquelles le dioptre cœur-gaine n'existe plus. Naturellement, l'indice doit toujours être plus élevé dans le cœur que dans la gaine et l'on peut se faire une première image de la propagation de la lumière dans de telles fibres en pensant à la réflexion par effet de mirage.

Enfin, le diamètre du cœur intervient au premier chef pour définir les *modes de propagation* de la lumière et l'on distingue de ce point de vue les *fibres multimodales (ou multimodes)*, lorsque le diamètre du cœur est grand devant la longueur d'onde de la lumière et les *fibres unimodales (ou monomodes)*, lorsque ce diamètre est inférieur à une certaine valeur, que nous précisons, qui est de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde.

Remarquons tout de suite que dans les fibres unimodales, il ne sera pas possible de décrire la propagation de la lumière par une approche géométrique. On sait en effet que l'approximation de l'optique géométrique n'est jamais valable lorsque les dimensions en jeu sont de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde.

Revenons maintenant sur les différents types de fibres que nous venons d'évoquer.

#### 1.1. Les fibres multimodales à échelon d'indice (F.M.E.I.).

En fonction de la distance  $r$  à l'axe de la fibre, l'indice a pour valeur (fig. 2) :

$$\begin{aligned} n(r) &= n_1 & \text{si} & \quad r < a \\ n(r) &= n_2 & \text{si} & \quad a < r < b \end{aligned}$$

avec :

$$n_1 > n_2.$$

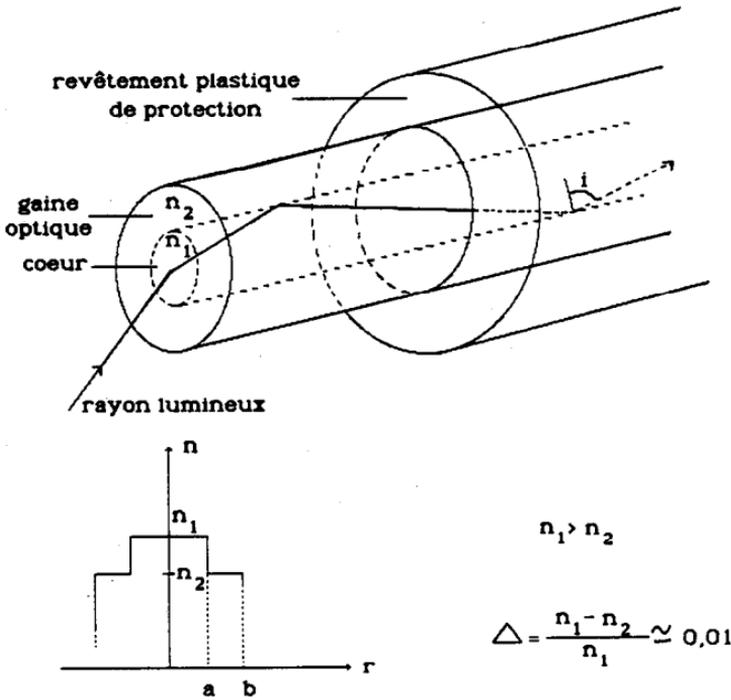


Fig. 2. — Conditions d'injection de la lumière dans une fibre multimodale à échelon d'indice (cas d'un rayon méridien).

La variation relative d'indice  $\Delta$  entre le cœur et la gaine est toujours faible, de l'ordre de  $10^{-2}$ . On pose en général :

$$\Delta = \frac{n_1^2 - n_2^2}{2n_1^2} \approx \frac{n_1 - n_2}{n_1} \ll 1$$

et :

$$n_2 \approx n_1(1 - \Delta) \quad \text{ou} \quad n_1 \approx n_2(1 + \Delta)$$

$$\sin \theta_a \approx n_1 \sqrt{2\Delta}.$$

*Ordre de grandeur de l'angle d'acceptance.*

Avec :  $n_1 = 1,46$  ,  $\Delta = 0,01$

O.N. = 0,21  $\theta_a \approx 12^\circ$ .

La puissance lumineuse qui peut être injectée dans une fibre croît avec son ouverture numérique.

Nous verrons ultérieurement que les relations (1.1) et (1.2) restent vraies avec des rayons non méridiens.

### 1.2. Les fibres multimodales à gradient d'indice (F.M.G.I.).

Dans les fibres à gradient d'indice, l'indice  $n$  du cœur varie avec la distance à l'axe. On représente souvent la loi de variation  $n(r)$  par l'expression :

$$\left\{ \begin{array}{ll} n = n_1 \left[ 1 - \frac{n_1 - n_2}{n_1} \left( \frac{r}{a} \right)^\alpha \right] & \text{si } 0 \leq r < a \\ n = n_2 & \text{si } a < r < b \end{array} \right. \quad (1.3)$$

avec toujours :  $\Delta = \frac{n_1 - n_2}{n_1} \ll 1.$

$\alpha$  est le paramètre du profil d'indice. Le profil est linéaire si  $\alpha = 1$ , parabolique si  $\alpha = 2$ . Pour  $\alpha \rightarrow \infty$ , on retrouve la fibre à échelon d'indice. Le choix convenable de  $\alpha$  au cours de la fabrication de la fibre permet d'en optimiser les propriétés (fig. 3).

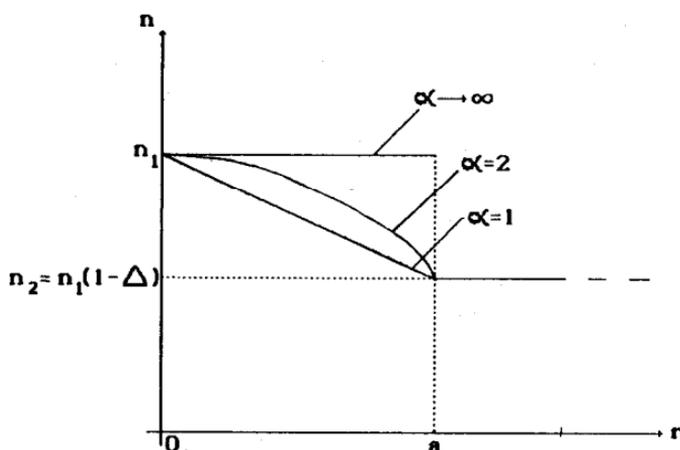


Fig. 3. — Variation de l'indice du cœur d'une fibre optique en fonction de la distance à l'axe pour différentes valeurs du paramètre de profil  $\alpha$ .

Nous avons déjà remarqué que dans de telles fibres, la réflexion totale se produisait par effet de « mirage », le rayon lumineux s'incurvant vers la région d'indice élevé, sans discontinuité de la direction de propagation (fig. 4).

Pour les fibres à gradient d'indice utilisées en télécommunications, les dimensions normalisées sont :  $2a = 50 \mu\text{m}$ ,  $2b = 125 \mu\text{m}$ .

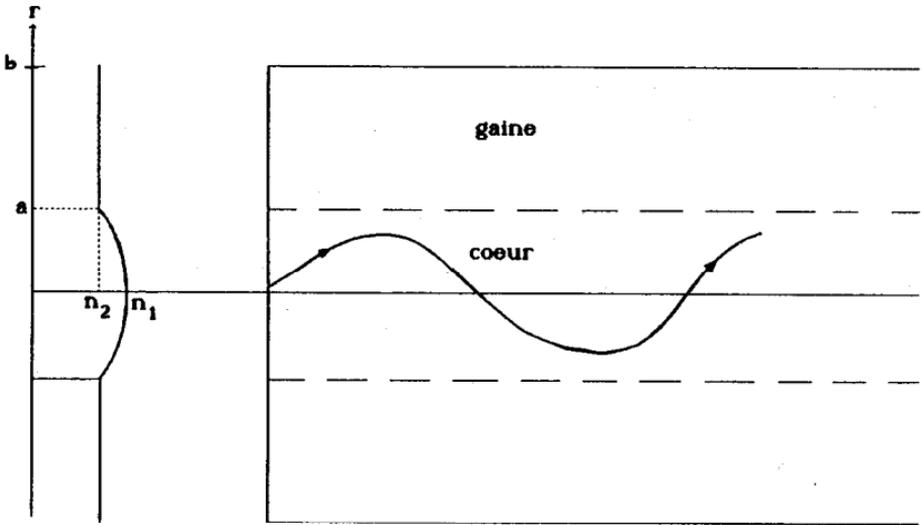


Fig. 4. — Profil d'indice et rayon lumineux dans une fibre multimodale à gradient d'indice.

Par analogie avec les fibres à saut d'indice, on appelle ouverture numérique locale de la fibre, au point de distance radiale  $r_0$ , l'expression suivante :

$$(\text{O.N.})_{\text{locale}} = \sin \vartheta_a(r_0) = \sqrt{n^2(r_0) - n_2^2}.$$

Nous verrons que, pour qu'un rayon incident en  $r_0$  soit guidé dans la fibre, il faut qu'il soit à l'intérieur d'un cône de demi-angle au sommet égal à  $\vartheta_a(r_0)$ .

### 1.3. Les fibres unimodales (ou monomodes).

Comme son nom l'indique, une fibre multimodale peut transmettre plusieurs « modes » de vibration, ce qui se traduit dans la représentation géométrique par le fait qu'il y a plusieurs trajets possibles pour les rayons lumineux. Nous verrons que la vitesse de propagation de ces différents modes n'est pas exactement la même — on dit qu'il y a dispersion intermodale. Il s'ensuit que, sur une longue distance, la largeur temporelle des impulsions transmises est augmentée. Ce phénomène limite la capacité de transmission de la fibre, c'est-à-dire le nombre d'impulsions qu'elle peut transmettre par seconde sur une distance donnée. Pour les télécommunications à longue distance et à haut débit, on a donc intérêt à utiliser des fibres unimodales, c'est-à-dire qui ne sont susceptibles de transmettre qu'un seul mode vibratoire.

Comme nous l'avons déjà remarqué, il n'est absolument pas question de faire appel à l'optique géométrique pour étudier la propagation dans les fibres unimodales. Seule la théorie électromagnétique est utilisable. Elle permet en particulier de montrer que la condition pour qu'une fibre ne transmette qu'un seul mode s'écrit :

$$v = \frac{2\pi}{\lambda} a \sqrt{n_1^2 - n_2^2} < 2,405.$$

$V$  est appelée « fréquence normalisée ».

Avec, par exemple,  $n_1 = 1,46$   $\Delta = 0,01$ .

$$v \simeq \frac{2\pi}{\lambda} a n_1 \sqrt{2\Delta} \simeq 1,30 a/\lambda$$

la condition précédente devient :  $a < 1,85 \lambda$ , ce qui conduit à un diamètre de cœur de quelques longueurs d'onde, donc de quelques micromètres puisque les radiations utilisées en télécommunications optiques appartiennent au proche infrarouge (entre  $0,8 \mu\text{m}$  et  $1,5 \mu\text{m}$  actuellement).

L'étude de la propagation dans les fibres unimodales est trop complexe pour que nous l'abordions dans le cadre limité de cet article. En revanche, nous allons considérer avec quelques détails le cas des fibres multimodales, qu'elles soient à échelon d'indice ou à gradient d'indice, puisque leurs caractéristiques permettent d'aborder le problème par le formalisme de l'optique géométrique.

## 2. ETUDE DE LA MARCHÉ DES RAYONS DANS UNE FIBRE MULTIMODALE

### 2.1. Equation des rayons.

Dans un milieu transparent inhomogène du point de vue optique, c'est-à-dire dont l'indice de réfraction varie d'un point à l'autre, l'équation différentielle qui décrit la marche des rayons s'écrit [1] :

$$\frac{d}{ds} \left( n \frac{d\vec{q}}{ds} \right) = \overrightarrow{\text{grad}} n. \quad (2.1)$$

$M$  étant un point du milieu,  $O$  l'origine,  $\vec{q}$  représente le vecteur  $\vec{OM}$  et  $ds$  un élément du rayon lumineux.

L'équation (2.1) suppose que les variations relatives d'indice restent très petites sur une distance de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde, ce qui est toujours le cas dans les fibres optiques. On utilisera un système de coordonnées cylindriques  $(r, \psi, z)$ ,  $Oz$  étant l'axe de la fibre, ainsi que le repère orthonormé  $(\vec{u}_r, \vec{u}_\psi, \vec{u}_z)$  (fig. 5).

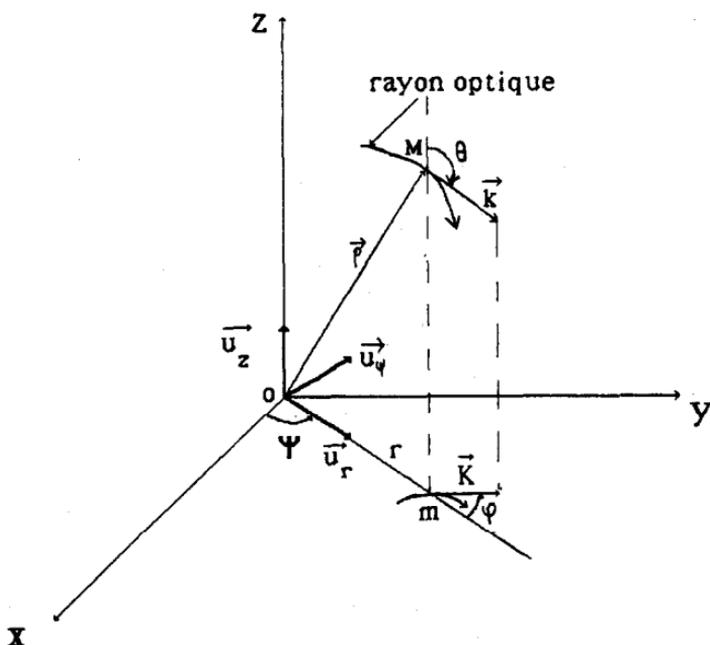


Fig. 5. — Système de coordonnées utilisé pour l'étude de la marche des rayons dans une fibre optique.

$\vec{T} = \frac{d\vec{q}}{ds}$  est le vecteur unitaire tangent en M au rayon lumineux.

On a :

$$\vec{q} = r \vec{u}_r + z \vec{u}_z.$$

$$\frac{d\vec{q}}{ds} = \frac{dr}{ds} \vec{u}_r + r \frac{d\vec{u}_r}{ds} + \frac{dz}{ds} \vec{u}_z$$

$\vec{u}_r$  étant le vecteur unitaire d'angle polaire  $\psi$ ,

$$\frac{d\vec{u}_r}{ds} = \frac{d\psi}{ds} \vec{u}_\psi.$$

Donc, dans le repère utilisé,

$$\frac{\overrightarrow{dQ}}{ds} = \frac{dr}{ds} \vec{u}_r + r \frac{d\psi}{ds} \vec{u}_\psi + \frac{dz}{ds} \vec{u}_z \quad (2.2)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{ds} \left( n \frac{\overrightarrow{dQ}}{ds} \right) &= \frac{d}{ds} \left( n \frac{dr}{ds} \right) \vec{u}_r + n \frac{dr}{ds} \frac{\overrightarrow{du}_r}{ds} \\ &+ \frac{d}{ds} \left( n r \frac{d\psi}{ds} \right) \vec{u}_\psi + n r \frac{d\psi}{ds} \frac{\overrightarrow{du}_\psi}{ds} \\ &+ \frac{d}{ds} \left( n \frac{dz}{ds} \right) \vec{u}_z. \end{aligned}$$

Evidemment,  $\frac{\overrightarrow{du}_\psi}{ds} = -\frac{d\psi}{ds} \vec{u}_r$  et donc,

$$\begin{aligned} \frac{d}{ds} \left( n \frac{\overrightarrow{dQ}}{ds} \right) &= \left[ \frac{d}{ds} \left( n \frac{dr}{ds} \right) - n r \left( \frac{d\psi}{ds} \right)^2 \right] \vec{u}_r \\ &+ \left[ n \frac{dr}{ds} \frac{d\psi}{ds} + \frac{d}{ds} \left( n r \frac{d\psi}{ds} \right) \right] \vec{u}_\psi \\ &+ \frac{d}{ds} \left( n \frac{dz}{ds} \right) \vec{u}_z. \end{aligned} \quad (2.3)$$

La fibre ayant la symétrie de révolution, le vecteur  $\overrightarrow{\text{grad}} n$  est radial :

$$\overrightarrow{\text{grad}} n = \frac{dn}{dr} \vec{u}_r. \quad (2.4)$$

Donc, en projection sur les trois axes, l'équation (2.1) devient, d'après (2.3) et (2.4) :

$$\begin{cases} \frac{d}{ds} \left( n \frac{dr}{ds} \right) - n r \left( \frac{d\psi}{ds} \right)^2 = \frac{dn}{dr} \\ n \frac{dr}{ds} \frac{d\psi}{ds} + \frac{d}{ds} \left( n r \frac{d\psi}{ds} \right) = \frac{1}{r} \frac{d}{ds} \left( n r^2 \frac{d\psi}{ds} \right) = 0 \\ \frac{d}{ds} \left( n \frac{dz}{ds} \right) = 0. \end{cases}$$

La deuxième et la troisième des équations précédentes s'intègrent immédiatement. On introduit par raison de commodité les deux constantes  $\nu$  et  $\beta$  telles que :

$$n r^2 \frac{d\psi}{ds} = \frac{\nu}{k_0}$$

$$n \frac{dz}{ds} = \frac{\beta}{k_0} \quad \left( k_0 = \frac{2\pi}{\lambda} \right).$$

Considérons maintenant le vecteur d'onde  $\vec{k}$  au point M. On sait que :

$$\vec{k} = k_0 n(r) \vec{T} = k_0 n(r) \frac{d\vec{Q}}{ds}.$$

Ses composantes sur  $\vec{u}_r$ ,  $\vec{u}_\psi$  et  $\vec{u}_z$  sont d'après (2.2) :

$$\left\{ \begin{array}{l} k_r = k_0 n \frac{dr}{ds} \\ k_\psi = k_0 n r \frac{d\psi}{ds} \\ k_z = k_0 n \frac{dz}{ds} \end{array} \right. \quad (2.5)$$

Donc,

$$k_\psi = \frac{\nu}{r} \quad \text{et} \quad k_z = \beta. \quad (2.6)$$

La détermination de  $k_r$  suppose la connaissance de la loi de variation de l'indice  $n(r)$ .

Alors,

$$k_r^2 = k_0^2 n^2(r) - \beta^2 - \frac{\nu^2}{r^2} \quad (2.7)$$

puisque :  $k^2 = k_0^2 n^2(r)$ .

Les valeurs des deux constantes d'intégration  $\beta$  et  $\nu$  sont fixées par les conditions d'injection du rayon sur la face d'entrée de la fibre.

La connaissance de  $\beta$  et  $\nu$ , ainsi que du profil d'indice  $n(r)$ , permet de connaître  $\vec{k}$  en tout point M dans la fibre. L'évolution

du rayon est en particulier caractérisée par la composante radiale  $k_r(r)$ . Nous devons notamment rechercher les conditions

dans lesquelles la quantité  $k_0^2 n^2(r) - \beta^2 - \frac{v^2}{r^2}$  est positive, ce

qui est nécessaire pour que le rayon existe. Lorsque cette quantité est négative, la propagation ne peut pas être décrite par l'optique géométrique. On sait que la théorie ondulatoire montre alors l'existence d'une onde évanescente (\*).

On peut également écrire :

$$\begin{cases} k_z = k_0 n(r) \cos \vartheta = \beta \\ k_\psi = k_0 n(r) \sin \vartheta \sin \varphi = v/r \\ k_r = k_0 n(r) \sin \vartheta \cos \varphi. \end{cases} \quad (2.8)$$

$\vartheta$  désignant l'angle  $(\vec{u}_z, \vec{k})$  et  $\varphi$  l'angle  $(\vec{u}_r, \vec{K})$ ,  $\vec{K}$  étant la projection de  $\vec{k}$  sur le plan de section droite de la fibre (fig. 5). L'intervalle de définition de  $\vartheta$  est évidemment  $[0, \pi]$ . Celui de  $\varphi$  est  $[-\pi, \pi]$ , mais on pourra le limiter dans ce qui suit à  $[0, \pi]$ , ce qui revient à ne considérer que les valeurs de  $v$  positives, en se souvenant que le changement de  $v$  en  $-v$  revient à une symétrie par rapport au plan  $(\vec{u}_r, \vec{u}_z)$  (plan méridien contenant le point M).

$\beta$  et  $v$  sont alors déterminés par les valeurs initiales  $r_0$ ,  $\varphi_0$  et  $\vartheta_0$  au point d'impact du rayon sur la face d'entrée de la fibre (fig. 6). Il vient :

$$\begin{cases} \beta = k_0 n(r_0) \cos \vartheta_0 = k_0 \sqrt{n^2(r_0) - \sin^2 \vartheta_{ext}} \\ v = k_0 r_0 \sin \vartheta_{ext} \sin \varphi_0. \end{cases} \quad (2.9)$$

Ces deux relations permettent de déterminer facilement les composantes  $k_z$  et  $k_\psi$  en tout point de la fibre. En particulier,  $k_z$  est constant le long d'un rayon donné, c'est-à-dire que  $\cos \vartheta$  varie en raison inverse de l'indice  $n$ . On retrouve le fait que les rayons sont d'autant plus inclinés sur l'axe que l'indice  $n$  est

(\*) Une onde évanescente existe en particulier lors de la réflexion totale sur un dioptre. Elle est localisée dans le milieu de bas indice, au voisinage immédiat du dioptre. C'est une onde *inhomogène* car, contrairement aux ondes habituelles, les plans d'égale amplitude et les plans d'égale phase ne coïncident pas, mais sont orthogonaux. Les plans d'égale amplitude sont parallèles au dioptre; l'amplitude décroît exponentiellement lorsqu'on s'éloigne de celui-ci et devient négligeable à une distance de quelques longueurs d'onde.

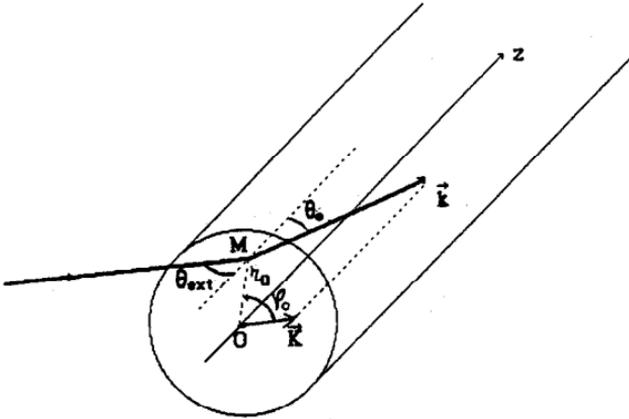


Fig. 6. — Rayon à son entrée dans la fibre.

élevé (fig. 4).  $\beta$  est appelée « constante de propagation » de l'onde dans la fibre.

Il reste à étudier l'évolution avec  $r$  de la composante radiale  $k_r$  du vecteur d'onde.

## 2.2. Discussion - Différents types de rayons.

### 2.2.1. Rayons guidés.

La composante radiale  $k_r$  du vecteur d'onde est donnée par (2.7) :

$$k_r^2 = k_0^2 n^2(r) - \beta^2 - \frac{\nu^2}{r^2} = K^2(r) - \frac{\nu^2}{r^2},$$

$K(r)$  représentant le module de la composante  $\vec{K}$  de ce vecteur sur le plan de section droite de la fibre (composante transverse).

Considérons les deux graphes  $(r, K^2)$  et  $r, \frac{\nu^2}{r^2}$ .

Sur la fig. 7, on a représenté les deux cas d'une fibre à échelon d'indice (F.M.E.I.) et d'une fibre à gradient d'indice (F.M.G.I.).

Pour que la lumière soit guidée, il faut que les rayons soient confinés dans le cœur de la fibre. Dans la gaine n'existent alors que des ondes évanescentes. Ceci se traduit par la condition :

$$k_r^2 = K^2(r) - \frac{\nu^2}{r^2} < 0 \quad \forall r > a. \quad (2.10)$$

Dans la gaine,  $K^2(r)$  a la valeur constante  $k_0^2 n_2^2 - \beta^2$ . La condition (2.10) implique donc :

$$k_0^2 n_2^2 - \beta^2 \leq 0, \quad \beta \geq \beta_c = k_0 n_2. \quad (2.11)$$

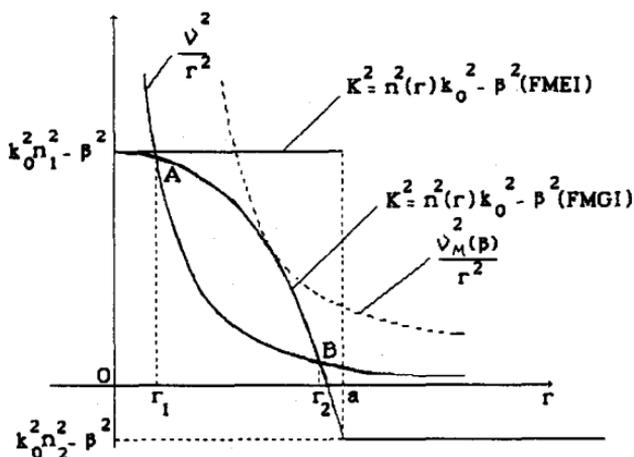


Fig. 7. — Positions respectives des courbes représentatives de  $K^2$  et  $v^2/r^2$  dans le cas d'un rayon guidé.

La fig. 7 a été tracée dans ce cas. Les courbes représentatives de  $K^2(r)$  et  $v^2/r^2$  ont deux points communs d'abscisses  $r_1$  et  $r_2$ . Les rayons lumineux n'existent que pour  $r \in [r_1, r_2]$ , c'est-à-dire qu'ils sont confinés entre deux cylindres à l'intérieur du cœur. Il y a bien guidage. La fig. 8 représente la projection d'un rayon sur le plan de section droite d'une fibre à gradient d'indice et d'une fibre à échelon d'indice. Dans ce dernier cas,  $r_2 = a$

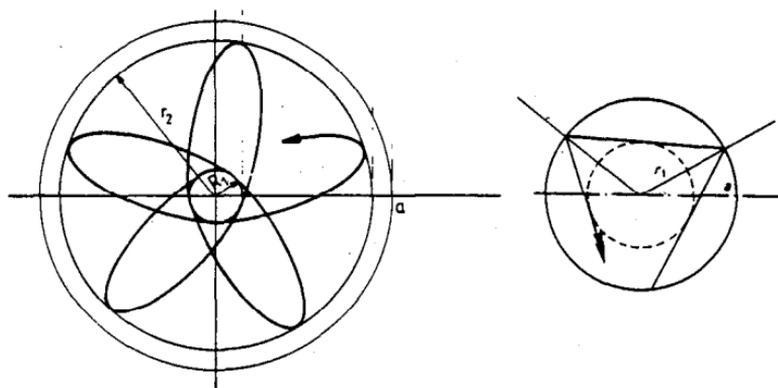


Fig. 8. — Projection d'un rayon guidé sur le plan de section droite d'une F.M.G.I. et d'une F.M.E.I.

puisque la réflexion totale a toujours lieu sur le dioptré cœur-gaine.

D'après (2.9), (2.11) s'écrit aussi :

$$n_z^2 - n^2(r_0) + \sin^2 \vartheta_{ext} \leq 0 \quad (2.12)$$

$$\sin \vartheta_{ext} \leq \sqrt{n^2(r_0) - n_z^2}$$

ou encore :

$$\vartheta_{ext} \leq \vartheta_a(r_0).$$

C'est la généralisation de la condition de réflexion totale (1.1) établie précédemment dans le cas particulier des F.M.E.I. et des rayons méridiens.

Pour une fibre à gradient d'indice, l'angle d'acceptance  $\vartheta_a$  dépend du point d'impact du rayon sur la face d'entrée de la fibre.

Un rayon est caractérisé par les deux paramètres  $\beta$  et  $\nu$ . D'après (2.8),

$$\frac{\nu^2}{r^2} = k_\psi^2 = K^2(r) \sin^2 \varphi.$$

Donc, pour  $r = r_1$  et  $r = r_2$ ,  $\varphi = \pi/2$ , ce qui correspond au fait que les rayons lumineux sont tangents aux deux cylindres de rayons  $r_1$  et  $r_2$ .

Par ailleurs, si  $\beta$  est donné, la valeur maximale  $\nu_M$  que peut prendre  $\nu$  est celle qui correspond au cas où les deux courbes représentatives de  $K(r)$  et  $\nu^2/r^2$  sont tangentes (fig. 7).

### 2.2.2. Rayons réfractés.

Lorsque les conditions d'injection du rayon considéré sont telles que  $k_0^2 n_z^2 - \beta^2 > 0$ , les courbes représentatives de  $K^2(r)$  et de  $\nu^2/r^2$  peuvent avoir un ou trois points communs (fig. 9.1 et 9.2).

Lorsqu'elles n'ont qu'un point commun, d'abscisse  $r_1$ ,

$$K^2(r) - \frac{\nu^2}{r^2} < 0 \quad \text{si} \quad r < r_1$$

$$K^2(r) - \frac{\nu^2}{r^2} > 0 \quad \text{si} \quad r > r_1.$$

Le rayon existe donc dans une partie du cœur et dans la gaine. Il y a réfraction, le rayon n'est pas guidé. On se trouve dans ce cas lorsque les deux conditions suivantes sont réalisées :

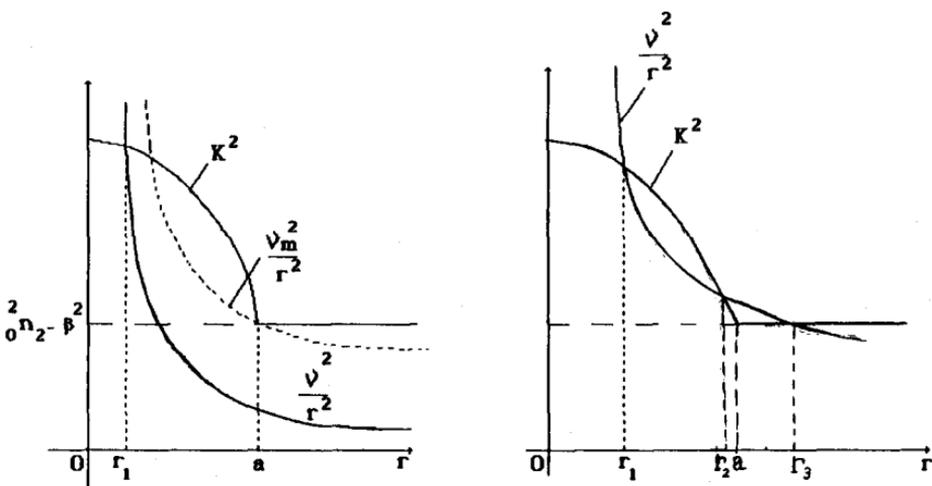


Fig. 9. — Courbes représentatives de  $K^2$  et  $v^2/r^2$  dans le cas  
 1) d'un rayon réfracté,  
 2) d'un rayon guidé à fuites.

$$k_0^2 n_2^2 - \beta^2 > 0, \text{ c'est-à-dire } \beta < \beta_c$$

ou encore :

$$\vartheta_{ext} > \vartheta_a(r_0)$$

et :

$v < v_m$ , la valeur  $v_m$  étant définie par :

$$\frac{v_m^2}{a^2} = k_0^2 n_2^2 - \beta^2 \text{ (fig. 9.1), soit :}$$

$$v_m = a \sqrt{k_0^2 n_2^2 - \beta^2} = k_0 a \sqrt{\sin^2 \vartheta_{ext} - \sin^2 \vartheta_a} \quad (2.13)$$

**2.2.3. Rayons guidés à fuites.**

Lorsque  $\beta < \beta_c$  et  $v > v_m$ , on se trouve dans le cas de la fig. 9.2, c'est-à-dire que les courbes représentatives de  $K^2(r)$  et  $v^2/r^2$  ont trois points communs.

$$K^2(r) - \frac{v^2}{r^2} > 0 \quad \text{si} \quad r_1 < r < r_2$$

$$\text{ou } r > r_3$$

$$K^2(r) - \frac{v^2}{r^2} < 0 \quad \text{si} \quad r < r_1$$

$$\text{si} \quad \text{ou } r_2 < r < r_3.$$

Un rayon se propage dans le cœur ; c'est un rayon guidé, puisqu'il est confiné entre les cylindres de rayons  $r_1$  et  $r_2$ . Pour  $r \in [r_2, r_3]$ , on a une onde évanescente, puis de nouveau un rayon dans la gaine lorsque  $r > r_3$ .

Le rayon dans le cœur est dit « rayon guidé à fuites ». Il y a en effet échange d'énergie entre l'onde correspondante et celle qui se propage dans la gaine pour  $r > r_3$ , le couplage se faisant par l'intermédiaire de l'onde évanescente.

Donc lorsqu'un rayon est incident sur la face d'entrée de la fibre en dehors du cône d'acceptance, il peut donner naissance soit à un rayon réfracté, soit à un rayon guidé à fuites, suivant que le paramètre  $\nu$  est inférieur ou supérieur à la valeur  $\nu_m$  (2.13).

Le rayon est guidé à fuites si  $\nu > \nu_m$ , c'est-à-dire si :

$$r_0^2 \sin^2 \varphi_0 > a^2 \left( 1 - \frac{\sin^2 \vartheta_a}{\sin^2 \vartheta_{ext}} \right). \quad (2.14)$$

#### 2.2.4. Récapitulation.

Un rayon incident sur la face d'entrée d'une fibre peut donner naissance à trois types de rayons suivant les valeurs des paramètres d'entrée  $r_0$ ,  $\vartheta_{ext}$ ,  $\varphi_0$ .

a) Le cône d'acceptance étant défini par l'angle :

$\vartheta_a(r_0) = \arcsin(\sqrt{n^2(r_0) - n_2^2})$ , tout rayon incident situé à l'intérieur de ce cône peut donner naissance à un *rayon guidé*, quelle que soit la valeur de l'angle  $\varphi_0$ .

b) Les rayons incidents situés à l'extérieur du cône d'acceptance donnent naissance à :

— des rayons guidés à fuites si  $r_0 \sin \varphi_0 > r_m$  avec :

$$r_m = a \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \vartheta_a(r_0)}{\sin^2 \vartheta_{ext}}},$$

— des rayons réfractés si  $r_0 \sin \varphi_0 < r_m$ .

Evidemment, les rayons à fuites n'existent que si  $r_0 > r_m$ .

### 3. MODES DE PROPAGATION

#### 3.1. Définition.

Une fibre optique est un guide d'ondes. On sait que, du fait des conditions aux limites imposées par les parois, n'importe

quelle vibration ne peut pas se propager dans un guide. Les vibrations particulières qui satisfont les conditions aux limites sont les modes de propagation du guide.

La description géométrique du chapitre précédent nous a indiqué la forme générale des rayons lumineux et les conditions d'injection donnant naissance à des rayons guidés. Mais en réalité, seuls certains de ces rayons peuvent exister, ceux qui correspondent à des modes de la fibre, modes qui sont en nombre fini.

Dans un guide d'ondes, l'énergie ne peut s'écouler que dans la direction de l'axe. La vibration est nécessairement stationnaire dans toute section droite.

En notation complexe, le champ électrique dans une fibre optique est de la forme :

$$\vec{E} = \vec{E}_0(x, y) e^{j(\beta z - \omega t)}. \quad (3.1)$$

Par ailleurs, dans l'approximation de l'optique géométrique, l'onde au voisinage d'un point  $M(\vec{Q})$  est considérée comme localement plane. Il s'en suit qu'à un déplacement élémentaire  $d\vec{Q}$  correspond une variation  $\vec{k} \cdot d\vec{Q}$  de la phase de la vibration lumineuse et qu'entre deux points quelconques  $M_1$  et  $M_2$  cette phase diffère de :

$$\Phi_2 - \Phi_1 = \int_{M_1}^{M_2} \vec{k} \cdot d\vec{Q}. \quad (3.2)$$

La condition de stationnarité du champ sur une section droite (3.1) implique alors :

$$\int_0^{2\pi} k_\psi r d\psi = 2m\pi \quad (m \text{ entier})$$

$$2 \int_{r_1}^{r_2} k_r dr + \varphi_1 + \varphi_2 = 2\mu\pi \quad (\mu \text{ entier}).$$

Dans cette dernière relation,  $\varphi_1$  et  $\varphi_2$  représentent les déphasages de l'onde lors de sa réflexion totale sur les surfaces limites de rayons  $r_1$  et  $r_2$  (fig. 8). Le facteur 2 devant l'intégrale traduit le fait qu'une période de  $k_r$  correspond à une variation de  $r$  égale à  $2(r_2 - r_1)$ .

Avec :

$$k_\psi = \frac{\nu}{r} \quad \text{et} \quad |k_r| = \left[ k_0^2 n^2(r) - \beta^2 - \frac{\nu^2}{r^2} \right]^{1/2} \quad (2.7)$$

il vient :

$$\int_0^{2\pi} v d\psi = 2m\pi, \quad \text{donc } v = m \quad (3.3)$$

et :

$$\int_{r_1}^{r_2} \left[ k_0^2 n^2(r) - \beta^2 - \frac{m^2}{r^2} \right]^{1/2} dr = \mu\pi \quad (3.4)$$

(les déphasages  $\varphi_1$  et  $\varphi_2$  sont négligeables lorsque  $\mu$  est suffisamment grand).

Les relations précédentes indiquent que les paramètres  $\beta$  et  $v$  sont quantifiés ; ils ne peuvent prendre que les valeurs pour lesquelles  $m$  et  $\mu$  sont entiers. Or  $\beta$  et  $v$  dépendent des conditions d'injection du rayon ; seules certaines valeurs des angles  $\vartheta_{ext}$  et  $\varphi_0$  correspondent à des rayons pouvant effectivement se propager dans la fibre.

### 3.2. Nombre de modes d'une fibre.

Pour déterminer le nombre  $N$  de modes que peut transporter une fibre, il faut connaître l'ensemble des couples  $(\mu, v)$  possibles.  $N$  sera égal à 2 fois leur nombre, le coefficient 2 tenant compte de la « dégénérescence » des modes due au fait que chacun d'eux peut exister avec deux états de polarisation indépendants.

Considérons un couple  $(\beta_i, v_i)$  particulier. D'après (3.4), le paramètre  $\mu$  a alors la valeur :

$$\mu_i = \frac{1}{\pi} \int_{r_1}^{r_2} \left[ k_0^2 n^2(r) - \beta_i^2 - \frac{v_i^2}{r^2} \right]^{1/2} dr. \quad (3.5)$$

En nous reportant à la fig. 7, nous vérifions que si  $v$  est constant,  $\mu$  décroît lorsque  $\beta$  augmente et s'annule lorsque  $\beta$  a la valeur maximale compatible avec la valeur de  $v$  choisie, c'est-à-dire lorsque les deux courbes représentatives de  $K^2(r)$  et  $v^2/r^2$  sont tangentes.

L'entier  $\mu_i$  représente donc le nombre de valeurs de  $\mu$  associées à la valeur  $v_i$  et à l'ensemble des valeurs de  $\beta$  supérieures à  $\beta_i$ . Le nombre correspondant de modes est  $2\mu_i$ . Quel que soit  $v$ , la valeur minimale de  $\beta$  est  $\beta_c = k_0 n_2$  (§ 2.2.1). On obtiendra donc le nombre  $N_v$  de modes associés à une valeur donnée de  $v$  et une valeur quelconque de  $\beta$  en remplaçant  $\beta_i$  par  $\beta_c$  dans (3.5), soit :

$$N_v = \frac{2}{\pi} \int_{r_1}^{r_2} \left[ k_0^2 n^2(r) - k_0^2 n_2^2 - \frac{v^2}{r^2} \right]^{1/2} dr. \quad (3.6)$$

Reste à faire la somme des nombres  $N_\nu$  associés à toutes les valeurs possibles de  $\nu$ .

La valeur minimale de  $\nu$  est toujours zéro (rayons méridiens); sa valeur maximale dépend de  $\beta$  (fig. 7). On devra donc prendre ici la valeur correspondant à  $\beta = \beta_c$  (fig. 10).

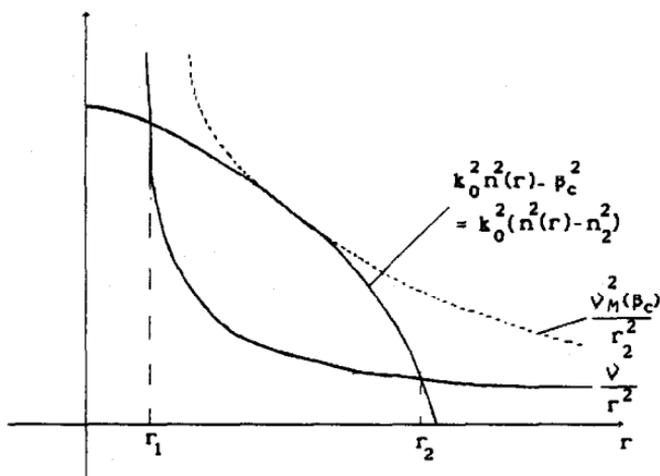


Fig. 10. — Courbes représentatives de  $K^2$  et de  $\nu^2/r^2$  dans le cas où  $\beta = \beta_c$ .

En limitant la sommation aux valeurs positives de  $\nu$  (voir considérations de symétrie § 2.1) :

$$N = 2 \sum_{\nu=0}^{\nu_M(\beta_c)} N_\nu. \tag{3.7}$$

En supposant la fibre fortement multimodale, on traitera le paramètre  $\nu$  comme une variable continue et on écrira :

$$N = \frac{4}{\pi} \int_{\nu=0}^{\nu=\nu_M} d\nu \int_{r_1(\nu)}^{r_2(\nu)} \left[ k_0^2 (n^2(r) - n_2^2) - \frac{\nu^2}{r^2} \right]^{1/2} dr \tag{3.8}$$

En inversant l'ordre des intégrations, on calcule d'abord :

$$I(r) = \int_{\nu=0}^{\nu=k_0 r (n^2 - n_2^2)^{1/2}} \left[ k_0^2 n^2(r) - k_0^2 n_2^2 - \frac{\nu^2}{r^2} \right]^{1/2} d\nu$$

$$= \left[ \frac{r}{2} k_0^2 (n^2 - n_2^2) \arcsin \left( \frac{\nu}{k_0 r \sqrt{n^2 - n_2^2}} \right) \right]$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{v}{2} \left\{ k_0^2 (n^2 - n_2^2) - \frac{v^2}{r^2} \right\}^{1/2} \Bigg]_{v=0}^{v = k_0 r \sqrt{n^2 - n_2^2}} \\
 & = \frac{\pi}{4} k_0^2 [n^2(r) - n_2^2] r.
 \end{aligned}$$

Puis ensuite :

$$\begin{aligned}
 N &= \frac{4}{\pi} \int_0^a I(r) dr = \int_0^a k_0^2 [n^2(r) - n_2^2] r dr \\
 &= \int_0^a [k_0^2 n^2(r) - \beta_c^2] r dr. \tag{3.9}
 \end{aligned}$$

N est donc le nombre total de modes que peut transporter une fibre donnée. Avec un profil d'indice de la forme (1.3), qui peut s'écrire :

$$\begin{aligned}
 n^2(r) &= n_1^2 \left[ 1 - 2 \left( \frac{r}{a} \right)^\alpha \Delta \right] \quad r \in [0, a] \\
 \Delta &\simeq \frac{n_1^2 - n_2^2}{2 n_1^2}
 \end{aligned}$$

il vient :

$$N = k_0^2 a^2 n_1^2 \Delta \frac{\alpha}{\alpha + 2}. \tag{3.10}$$

*Exemple :*

Les fibres multimodales utilisées en télécommunications ont généralement un rayon de cœur  $a = 25 \mu\text{m}$ . Avec  $n_1 = 1,45$ ,  $\Delta = 0,01$ ,  $\alpha = 2$  (profil parabolique), on trouve :

$$N = 376 \quad \text{pour} \quad \lambda = 0,83 \mu\text{m}$$

$$N = 153 \quad \text{pour} \quad \lambda = 1,3 \mu\text{m}.$$

Avec une fibre à échelon d'indice ( $\alpha \rightarrow \infty$ ) les valeurs de N sont deux fois plus élevées.

Ce sont donc effectivement des fibres fortement multimodales. Ceci a, en particulier, pour conséquence l'existence d'une dispersion intermodale qui peut être très élevée et que l'on doit réduire par un choix convenable du profil d'indice, c'est-à-dire du coefficient  $\alpha$ .

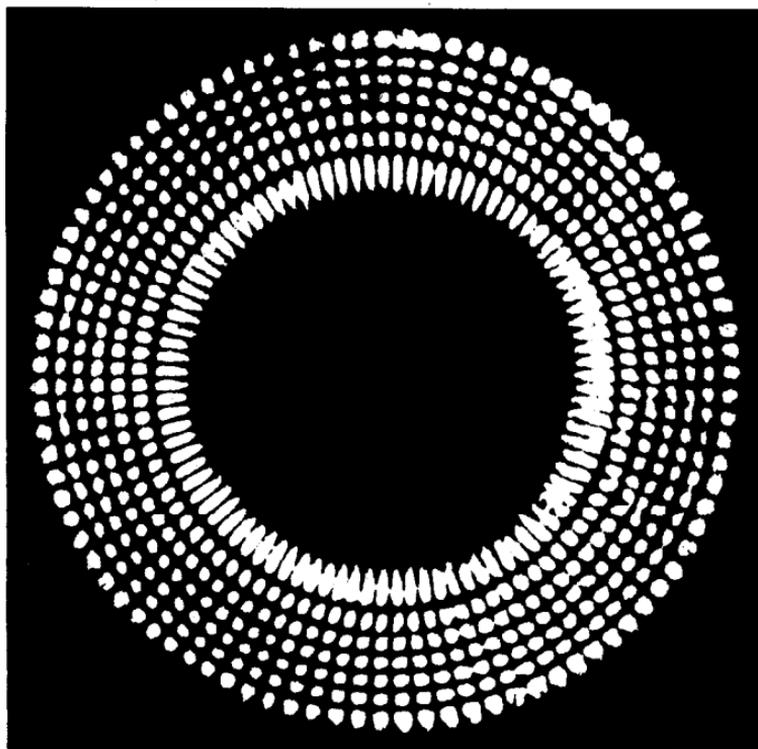


Fig. 11. — Microphotographie de l'extrémité d'une fibre de 85  $\mu\text{m}$  de diamètre montrant la configuration du mode  $\text{HE}_{47,7}$   
(extrait de Optical Fibre Communication, Technical Staff of CSELT, Mc Graw-Hill 1980).

#### 4. DISPERSION DANS LES FIBRES OPTIQUES

Un des principaux attraits des fibres optiques est leur aptitude potentielle à véhiculer de très grands débits d'informations grâce à la fréquence, elle-même très élevée, de l'onde lumineuse porteuse.

Bien des problèmes restent cependant à résoudre avant que l'on sache exploiter complètement ces possibilités. En ce qui concerne la fibre elle-même, il faut en particulier y réduire la dispersion de la vitesse de propagation des signaux. Dans la fibre, cette vitesse n'a pas, en effet, une valeur unique, mais peut prendre un ensemble plus ou moins étendu de valeurs différentes.

A l'entrée dans la fibre, les signaux à transmettre sont presque toujours codés sous forme numérique, c'est-à-dire sont constitués

de trains d'impulsions. Celles-ci sont évidemment d'autant plus étroites que le débit d'information est plus élevé. La dispersion de la vitesse de propagation  $v_g$  (ou vitesse de groupe) se traduit par un élargissement des impulsions au cours de leur propagation, donc par une limitation du débit d'information — ou de la bande passante — de la fibre.

Cette dispersion de  $v_g$  a plusieurs causes qui sont :

- la *dispersion intermodale*, qui est le fait que  $v_g$  dépend du mode de propagation considéré ;
- la *dispersion chromatique*, due à la variation de la constante de propagation  $\beta$  avec la longueur d'onde.

Cette variation de  $\beta$  avec  $\lambda$  a elle-même deux causes :

- la dispersion chromatique de l'indice de réfraction du matériau constituant la fibre ;
- la dispersion propre au guide d'onde, liée au principe même du guidage et qui existe aussi, par exemple, en hyperfréquences lorsque le milieu de propagation (l'air en général) n'est pas dispersif. On parle dans ce cas de *dispersion intramodale*.

Dans le cas des fibres fortement multimodales, la dispersion intermodale est largement prépondérante devant la dispersion chromatique.

#### 4.1. Dispersion intermodale.

Dans la description géométrique de la propagation que nous avons utilisée ici, à chaque mode correspond un trajet différent pour les rayons et, par suite, un temps de transit  $\tau$  différent pour les impulsions lumineuses.

On montre que dans une F.M.G.I. dont le profil d'indice est de la forme (1.3) (« loi en  $\alpha$  »), l'expression classique de la vitesse de groupe [1] :

$$v_g = \left( \frac{d\beta}{d\omega} \right)^{-1} \quad (4.1)$$

( $\omega$  : pulsation ou fréquence angulaire de la vibration lumineuse) conduit à la valeur suivante du temps de transit sur une longueur  $L$  de fibre [2] :

$$\tau = \frac{LN_1}{c} \frac{k_0 n_1}{\beta} \left[ 1 - \frac{2-P}{\alpha+2} \left( 1 - \frac{\beta^2}{k_0^2 n_1^2} \right) \right] \quad (4.2)$$

avec :

$$N_1 = n_1 - \lambda \frac{dn_1}{d\lambda}$$

$$P = \frac{n_1}{N_1} \frac{\lambda}{\Delta} \frac{d\Delta}{d\lambda}$$

$c$  : vitesse de la lumière dans le vide.

D'après (2.9),  $\beta = k_0 n(r_0) \cos \vartheta_0 = k_0 n_1 \cos \vartheta_1$  en désignant par  $\vartheta_1$  l'angle que fait avec l'axe un rayon méridien de même constante de propagation que le rayon considéré.

En posant  $\tau_0 = L N_1/c$ , (4.2) devient :

$$\tau = \frac{\tau_0}{\cos \vartheta_1} \left( 1 - \frac{2-P}{\alpha+2} \sin^2 \vartheta_1 \right). \quad (4.3)$$

Avec une fibre à échelon d'indice ( $\alpha \rightarrow \infty$ ), on a simplement :

$$\tau = \frac{\tau_0}{\cos \vartheta_1} \quad (4.4)$$

expression dont l'interprétation géométrique est immédiate puisqu'elle signifie simplement que pour un rayon méridien, dans une F.M.E.I., le temps  $\tau$  est proportionnel à la longueur de ce rayon.

L'écart relatif du temps de transit entre les modes extrêmes est alors :

$$\frac{\delta\tau}{\tau} = \frac{\delta(\cos \vartheta_1)}{\cos \vartheta_1} = \frac{\delta\beta}{\beta}$$

$\beta$  variant entre  $k_0 n_1$  et  $k_0 n_2$ ,  $\frac{\delta\tau}{\tau} = \Delta$ , c'est-à-dire une variation

relative de l'ordre de 1 %, ce qui est très important. En effet, avec  $n_1 \simeq 1,5$ , le temps de transit  $\tau_0$  est de 5  $\mu$ s par kilomètre de longueur, soit une dispersion  $\Delta\tau \simeq 50$  ns/km. Ceci signifie que sur une distance de 1 km, la fibre ne pourrait pas transporter un débit d'information supérieur à environ 10 mégabits par seconde. On fait beaucoup mieux avec un câble coaxial.

Les fibres multimodales utilisées en télécommunications sont donc toujours des fibres à gradient d'indice, car un choix convenable du coefficient  $\alpha$  permet de diminuer considérablement la dispersion intermodale. Ceci peut s'expliquer très simplement en

remarquant que les rayons dont le trajet est le plus long traversent des régions éloignées de l'axe de la fibre, donc d'indice plus faible. Il y a ainsi une certaine compensation des temps de transit. On trouve que la valeur optimale de  $\alpha$  est voisine de 2. On peut théoriquement diviser la dispersion intermodale par un facteur voisin de 1 000 en choisissant le meilleur profil d'indice. Mais en fait, la dispersion varie extrêmement vite avec  $\alpha$  autour de la valeur optimale, un écart de quelques  $10^{-4}$  ayant déjà des répercussions sévères sur  $\Delta\tau$ . On devra donc assurer un contrôle très strict du gradient d'indice au cours de la fabrication de la fibre. La dispersion sera ainsi beaucoup plus faible que dans les F.M.E.I., mais jamais dans des proportions aussi importantes que le laisse prévoir le calcul. D'autant qu'il faut aussi tenir compte de la dispersion chromatique.

#### 4.2. Dispersion chromatique.

Sous ces deux formes, dispersion due au matériau et dispersion intramodale (dite encore : dispersion du guide d'onde), la dispersion chromatique intervient seule, évidemment, dans les fibres unimodales. Elle peut être rendue extrêmement faible et c'est là l'intérêt des fibres unimodales qui peuvent transmettre des signaux de bande passante très élevée.

En effet, les deux termes correspondant respectivement à la dispersion de l'indice de réfraction du matériau et à la dispersion du guide pouvant être de signes différents, en ajustant convenablement les paramètres de la fibre (diamètre du cœur, différence des indices), on peut en principe faire en sorte qu'ils soient opposés, d'où une dispersion globale nulle.

Naturellement, d'autres considérations entrent en jeu. Tout d'abord s'agissant d'un effet chromatique, la dispersion du temps de propagation croît ici avec la largeur spectrale du rayonnement émis par la source. Alors qu'avec les fibres multimodales on utilise encore souvent des diodes électroluminescentes, les fibres unimodales exigent des lasers. La dispersion du temps de transit doit donc être indiquée pour une longueur de fibre  $L$  et une largeur spectrale  $\Delta\lambda$  du rayonnement données. On l'exprime habituellement en picosecondes pour  $L = 1$  km et  $\Delta\lambda = 1$  nm (ps/nm·km). Par ailleurs, le minimum de dispersion doit se trouver dans une région spectrale pour laquelle les pertes par absorption de la silice sont aussi faibles que possible. On obtient actuellement, en réalisation industrielle, vers  $\lambda = 1,3$   $\mu\text{m}$ , des dispersions inférieures à 6 ps/nm·km, avec des atténuations de l'ordre de 0,5 dB/km.

---

### BIBLIOGRAPHIE

---

- [1] BORN and WOLF, *Principles of Optics*, Pergamon Press.
- [2] A. COZANNET, J. FLEURET, H. MAÎTRE et M. ROUSSEAU, *Optique et Télécommunications*, Eyrolles 1981.

On pourra consulter également les ouvrages suivants :

*Télécommunications optiques*, par un groupe d'ingénieurs de Thomson-C.S.F., Masson 1982.

*Optical Fibre Communication*, Technical Staff of CSELT (Turin), McGraw-Hill 1981.

*Beam and Fiber Optics*, J.-A. ARNAUD, Academic Press, 1976.

---