

## Quelques paradoxes en Relativité \*

---

### I. LA NOTION DE PARADOXE.

Le dictionnaire indique que le mot paradoxe a pour origine les mots grecs : para (à côté de) et doxa (opinion). De cette étymologie découle la définition usuelle du paradoxe :

« énoncé qui heurte l'opinion courante, qui est en discordance avec les idées habituellement reçues ».

En bouleversant les concepts fondamentaux qui semblaient hors de cause, d'espace et de temps, la théorie de la Relativité restreinte a été largement génératrice de paradoxes. De façon plus générale, tout changement de modèle (de paradigme pour employer le jargon philosophique à la mode) favorise la naissance de paradoxes basés sur des confusions entre ancien et nouveau modèles. Ces confusions se traduisent très souvent au niveau du langage, un même mot ou une même expression ayant des significations différentes dans chacun des modèles. Un langage ambigu, imprécis ou elliptique peut ainsi camoufler des erreurs de raisonnement en favorisant une analyse insuffisante et conduire à des affirmations contradictoires (paradoxes logiques). Pris dans ce sens strict, il n'y a donc pas, à proprement parler de paradoxes, puisque ceux-ci traduisent des fautes logiques parfaitement évitables. En fait, la situation est un peu plus complexe. Si on écarte les énoncés paradoxaux dus à des erreurs quasi évidentes, d'autres paradoxes plus élaborés peuvent avoir une influence bénéfique (\*\*) quant à l'approfondissement des concepts de base d'un modèle théorique pouvant mettre en lumière parfois, des insuffisances du modèle. Le rôle des paradoxes dans l'examen critique des modèles théoriques est donc loin d'être négatif.

L'histoire de la théorie, de la Relativité met très bien en évidence ces divers aspects. Les incompréhensions de BERGSON, par exemple, sont liées pour l'essentiel à une méconnaissance des concepts de base et à l'utilisation d'un langage inadéquat, le langage philosophique et le langage scientifique spécifique de la théorie de la Relativité restreinte étant discordants. Toutefois,

---

(\*) Conférence faite à Bruxelles le 28 août 1979 au Congrès de l'Association Belge des Professeurs de Physique et Chimie (A.B.P.P.C.) publiée dans le Bulletin de l'A.B.P.P.C. en décembre 1979.

(\*\*) Par exemple, le paradoxe d'EINSTEIN - PODOLSKY - ROSEN (paradoxe E.P.R.). [cf. « La Recherche », mai 1980].

la plupart des paradoxes relativistes ont été le fait de physiciens essayant de mettre à l'épreuve la nouvelle théorie en recherchant d'éventuelles contradictions internes de cette théorie. En effet, les idées d'EINSTEIN ne furent pas spontanément admises par tous les physiciens, il s'en faut ! Ainsi, MACH fut un adversaire farouche de cette théorie bien que paradoxalement les écrits de MACH eurent une influence sur la pensée d'EINSTEIN. Citons aussi le cas de MICHELSON qui n'a pas craint d'affirmer que le regret de sa vie était d'avoir réalisé la célèbre expérience qui fut, en partie, initiatrice de la théorie de la Relativité restreinte ! Il faut dire un mot aussi des ouvrages de vulgarisation sur la Relativité destinés au grand public et qui sont parfois générateurs d'incompréhensions favorables aux paradoxes (souvent d'ailleurs avec une certaine complaisance cultivant à loisir le paradoxe). En fait, une vulgarisation, même sérieuse, se heurte en premier chef au problème du langage dont le sens risque de n'être pas pleinement compris par des lecteurs non initiés.

Le modeste exposé qui suit se propose d'illustrer sur quelques exemples précis le contenu de cette introduction.

## II. INTERVALLES DE TEMPS.

a) Considérons une règle rigide AB, de longueur  $l_0$ . Devant cette règle, défile un observateur O à la vitesse constante  $\vec{v}$  relativement au référentiel (R) lié à la règle (fig. 1 a). Les dates de passage en B et A sont respectivement  $t_B$  et  $t_A$ , mesurées par les horloges identiques  $H_A$  et  $H_B$  dûment synchronisées placées en A et B et fixes dans (R). La durée de l'intervalle de temps  $\Delta t = t_A - t_B$  est telle que :

$$l_0 = v \Delta t. \quad (1)$$

L'idée essentielle à noter ici, est que la mesure de la durée  $\Delta t$  fait intervenir *deux horloges* placées en des lieux distincts A et B. Pour la commodité, nous appellerons la situation ainsi décrite « situation de type I ».

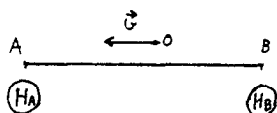


Fig. 1 a.

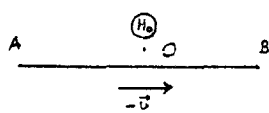


Fig. 1 b.

b) Considérons maintenant le point de vue de l'observateur O dont le référentiel sera appelé (R'). La vitesse de la règle par rapport à (R') est  $-\vec{v}$  (la Relativité conserve ce résultat classique). L'observateur O note à son horloge  $H_O$  située en O, fixe

dans (R') et supposée identique aux horloges  $H_A$  et  $H_B$ , les dates de passages respectivement de B et de A, soit  $\tau_B$  et  $\tau_A$ . La durée du temps de passage de la règle devant O mesurée dans (R') est :

$$\Delta\tau = \tau_A - \tau_B.$$

Nous appellerons la situation décrite ici situation de type II. La théorie de la Relativité restreinte indique que :

$$\Delta\tau < \Delta t. \quad (2)$$

Ce résultat paraît surprenant si l'on a en tête l'idée du temps absolu de GALILÉE-NEWTON, temps existant en dehors des phénomènes et des procédés de mesure, s'écoulant de la même façon pour tous les observateurs. Comme l'on sait, la théorie de la Relativité restreinte rejette le concept de temps absolu.

Mais à y regarder de plus près, les situations de types I et II ne sont pas vraiment équivalentes. Les intervalles de temps  $\Delta t$  et  $\Delta\tau$  n'ont pas le même statut du point de vue de leur mesure. En effet, la mesure de  $\Delta\tau$  ne fait intervenir qu'une seule horloge  $H_O$  alors que la mesure de  $\Delta t$  nécessite deux horloges  $H_A$  et  $H_B$  localisées en des points *distincts*.

D'un point de vue opérationnel,  $\Delta t$  et  $\Delta\tau$  ne sont donc pas équivalents.  $\Delta\tau$  mesure le « temps propre » de l'observateur O : c'est le temps mesuré par l'horloge  $H_O$  liée à O. Au contraire,  $\Delta t$  n'a pas valeur de temps propre dans le référentiel (R).

La théorie montre plus précisément que l'on a la relation :

$$\Delta t = \gamma \Delta\tau \quad (3)$$

$$\text{avec } \gamma = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} \geq 1.$$

L'observateur O définira très naturellement la longueur  $l$  de la règle AB qu'il voit en mouvement par :

$$l = v \Delta\tau. \quad (4)$$

On a ainsi, compte tenu de cette définition :

$$v = \frac{l}{\Delta\tau} = \frac{l_0}{\Delta t} \Rightarrow l < l_0. \quad (5)$$

On notera que  $\Delta t$  et  $\Delta\tau$  mesurent respectivement les durées dans (R) et (R') séparant les événements (OB) coïncidence de O et B et (OA) coïncidence de O et A.

c) On traduit souvent l'inégalité (2) par l'expression « dilatation du temps », l'intervalle de temps  $\Delta t$  étant toujours supérieur

à l'intervalle de temps propre  $\Delta\tau$ . En fait, ce langage peut être dangereux, car ainsi que nous l'avons souligné  $\Delta t$  n'a pas valeur de temps propre dans le référentiel (R).

De même, l'inégalité  $l < l_0$  traduit ce qu'on appelle la « contraction des longueurs ». Il faut de même faire une réserve sur cette expression, car  $l$  n'est pas la longueur propre de la règle. La grandeur  $l$  est définie opérationnellement par (4) et il ne s'agit évidemment pas d'une véritable contraction de la règle avec conséquences physiques.

Un ressort sans compression ni traction dans (R') n'apparaît pas comprimé dans (R)!

Dans le même ordre d'idées, il faut souligner que la relation  $\Delta t = \gamma \Delta\tau$  ne s'applique que si  $\Delta\tau$  est un intervalle de temps propre. Le paradoxe suivant illustre ce point. Considérons trois référentiels (R), (R<sub>1</sub>), (R<sub>2</sub>). Le référentiel (R<sub>1</sub>) a la vitesse  $\vec{v}_1$  par rapport à (R) :

$$(\beta_1 = v_1/c, \quad \gamma_1 = \left(1 - \frac{v_1^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}}).$$

Le référentiel (R<sub>2</sub>) a la vitesse  $\vec{v}_2$  par rapport à (R<sub>1</sub>) :

$$(\beta_2 = v_2/c, \quad \gamma_2 = \left(1 - \frac{v_2^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}}).$$

Observons dans (R<sub>2</sub>) un phénomène se produisant en un point fixe M de (R<sub>2</sub>). A l'horloge locale de M dans (R<sub>2</sub>), ce phénomène a la durée  $\Delta\tau_2$  (intervalle de temps propre). Pour calculer la durée du phénomène dans (R), on pourrait penser procéder de la manière suivante :

- dans (R<sub>1</sub>) la durée du phénomène est :  $\Delta t_1 = \gamma_2 \Delta\tau_2$ ,
- dans (R) en considérant maintenant le passage de (R<sub>1</sub>) et (R), la durée du phénomène est :

$$\Delta t = \gamma_1 \Delta t_1 = \gamma_1 \gamma_2 \Delta\tau_2.$$

Or, un calcul direct, utilisant la transformation de LORENTZ montre que :  $\Delta t = \gamma \Delta\tau_2$  où  $\gamma$  associé au mouvement de (R<sub>2</sub>) par rapport à (R) a pour expression :  $\gamma = \gamma_1 \gamma_2 (1 + \beta_1 \beta_2)$  (voir note complémentaire 1).

Il y a donc contradiction mais c'est évidemment le dernier résultat qui est exact. L'erreur est dans l'expression  $\Delta t = \gamma_1 \Delta t_1$  qui est fausse, car dans (R<sub>1</sub>)  $\Delta t_1$  n'a pas valeur de temps propre.

Il est en effet facile de constater que les événements qui définissent le début et la fin du phénomène étudié ne sont pas localisés en un même point du référentiel ( $R_1$ ). On ose à peine parler de paradoxe à propos de cet exemple, car il s'agit d'une erreur grossière due à une utilisation abusive de la « dilatation du temps ». Il serait intéressant aussi de rechercher comment on peut comparer entre eux deux intervalles de temps propre. Cette question sera examinée au paragraphe IV à propos du paradoxe des horloges (ou paradoxe des jumeaux).

### III. ORDRE TEMPOREL. SIMULTANÉITÉ.

#### a) Ordre temporel.

Considérons deux règles rigides identiques  $AB$  et  $A'B'$  de longueur  $l_0$ . ( $R$ ) et ( $R'$ ) sont respectivement les référentiels liés à  $AB$  et  $A'B'$ . La règle  $A'B'$  défile relativement à  $AB$  à la vitesse  $\vec{v}(\parallel AB)$  (fig. 2). Il s'agit d'ordonner dans les référentiels ( $R$ ) et ( $R'$ ) les dates des événements ( $AB'$ ), ( $AA'$ ), ( $BB'$ ), ( $BA'$ ) correspondant aux coïncidences des extrémités des deux règles.

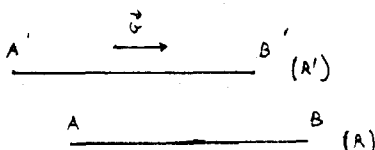


Fig. 2

• Dans ( $R$ ) : Le résultat est donné sur la fig. 3 a. L'intervalle de temps séparant les dates des événements ( $AB'$ ) et ( $AA'$ ) est  $\Delta\tau$  car dans ( $R$ ), il s'agit d'une situation de type II : A fixe voit défiler la règle  $A'B'$ . Il en est de même des événements ( $BB'$ ) et ( $BA'$ ). Les événements ( $AB'$ ) et ( $BB'$ ) ont des dates séparées de  $\Delta t > \Delta\tau$ , car il s'agit d'une situation de type I :  $B'$  défile devant  $AB$ . Il en est de même pour les événements ( $AA'$ ) et ( $BA'$ ) d'où l'ordre temporel (classement des dates) dans ( $R$ ) : ( $AB'$ ), ( $AA'$ ), ( $BB'$ ), ( $BA'$ ) (\*). La mécanique de GALILÉE-NEWTON prévoit, elle, l'égalité des dates de ( $AA'$ ) et ( $BB'$ ).

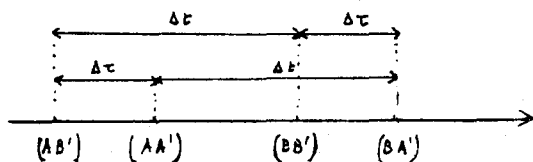


Fig. 3 a. — Ordre temporel dans ( $R$ ).

(\*) On retrouve rapidement ce résultat en faisant défiler devant  $AB$  la règle  $A'B'$  « contractée », ce qui traduit tout simplement le fait que cette pseudo contraction n'est que le résultat de la multiplication de  $v$  par  $\Delta\tau$ . Mais cette démarche rapide, non suffisamment explicitée, peut conduire à des idées fausses.

• Dans ( $R'$ ) : On procède de même (fig. 3 b). On trouve l'ordre temporel ( $AB'$ ), ( $BB'$ ), ( $AA'$ ), ( $BA'$ ) (\*). On note que les couples d'événements concernant un même point A ou B ont le même ordre temporel dans ( $R$ ) et dans ( $R'$ ). Par contre, on observe que les événements ( $AA'$ ) et ( $BB'$ ) ont des ordres temporels inversés dans ( $R$ ) et dans ( $R'$ ), mais il faut remarquer que ces événements ne concernent pas un même point (c'est une condition nécessaire mais non suffisante, pour qu'on puisse observer un renversement de l'ordre temporel).

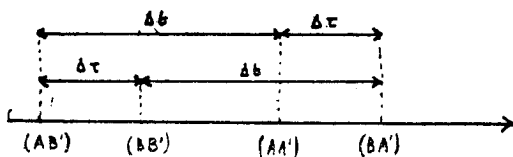


Fig. 3 b. — Ordre temporel dans ( $R'$ ).

Un tel renversement de l'ordre temporel de deux événements quand on change le repère d'observation peut paraître, *a priori*, très paradoxal, car cela semble mettre en défaut le principe de causalité. En fait, il n'en est rien, car les événements ( $AA'$ ) et ( $BB'$ ) ne peuvent être mis en relation causale. Pour le montrer, raisonnons dans ( $R$ ) par exemple. La distance des événements ( $AA'$ ) et ( $BB'$ ) est  $l_0$  puisque l'un se produit en A et l'autre en B ( $AB = l_0$ ). Dans ( $R$ ), l'intervalle de temps séparant ces deux événements est  $\Delta t - \Delta \tau$  (\*\*). On a :

$$\frac{l_0}{\Delta t - \Delta \tau} = \frac{l_0}{\Delta t \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right)} = \frac{v \gamma}{\gamma - 1} = c \sqrt{\frac{\gamma + 1}{\gamma - 1}} \quad (6)$$

On vérifie ainsi que ce rapport est toujours supérieur à  $c$ . Aucun signal physique (transport d'énergie) ne peut donc relier ces deux événements, ce qui interdit toute relation causale entre eux.

#### b) Simultanéité.

Supposons maintenant que la longueur de la règle  $A'B'$  soit  $2 l_0$ , la longueur de la règle  $AB$  étant toujours  $l_0$  et choisissons la valeur  $\gamma = 2$ . Dans ces conditions, pour ( $R$ ) lié à  $AB$ , les événements ( $AA'$ ) et ( $BB'$ ) ont la même date [simultanéité de

(\*) On remarquera que l'ordre temporel dans ( $R'$ ) est une conséquence logique de l'ordre temporel dans ( $R$ ) du moins si on admet la réciprocité des situations.

(\*\*) Le raisonnement est identique dans ( $R'$ ).

ces deux événements pour (R)], alors que pour (R'), (BB') précède (AA') (fig. 4). La simultanéité ou non de deux événements se produisant en des lieux distincts dépend donc de l'observateur. Evidemment et cela tombe sous le sens, la simultanéité de deux événements se produisant en un même lieu, comme par exemple, le choc de deux particules est indépendante de l'observateur !

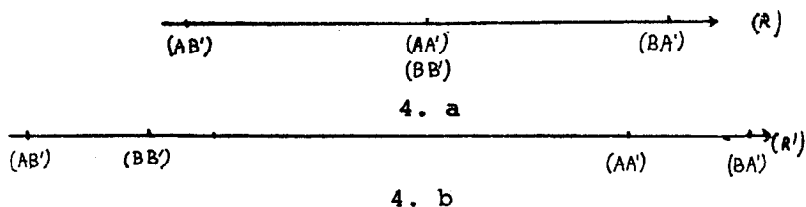


Fig. 4

### c) Paradoxe de la guerre spatiale.

Ce paradoxe met bien en évidence la nécessité d'un langage précis.

Deux fusées AB ( $AB = l_0$ ) et A'B' ( $A'B' = 2 l_0$ ) se croisent à la vitesse relative  $v$ ; on prend  $\gamma = 2$ . La fusée AB est munie à l'arrière en B d'un dispositif de tir. L'observateur de la fusée AB déclenche le tir lorsque l'avant A de sa fusée coïncide avec l'arrière A' de l'autre fusée.

La fig. 5 a. donne la représentation du tir dans le référentiel de la fusée AB, le point d'impact du tir étant juste à l'avant B' de la fusée A'B'.

La fig. 5 b. donne une représentation à laquelle on pourrait penser pour l'observateur A'B', le point d'impact se situant au premier quart arrière de la fusée A'B' !

Ces deux figures sont contradictoires car il ne saurait y avoir de points d'impact localisés différemment sur la fusée A'B'.

La contradiction est due à une mauvaise utilisation de la notion de simultanéité. Soit E l'événement qui consiste à tirer (ce sera aussi l'événement impact sur la fusée A'B' si on néglige le temps de parcours du projectile). L'énoncé suppose la simultanéité des événements (AA') et E pour l'observateur (R) de la fusée AB.

Par ailleurs, dans le cas considéré où  $A'B' = 2 AB$  et  $\gamma = 2$ , il y a dans (R) simultanéité des événements (AA'), (BB'), (voir paragraphe III. b). Donc dans (R), les trois événements (AA'), (BB'), E sont simultanés, ce que représente la fig. 5 a.

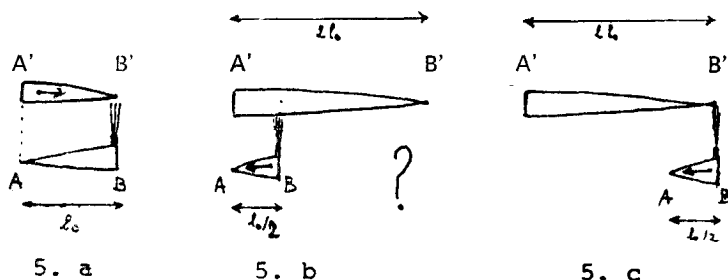


Fig. 5. — Paradoxe de la guerre spatiale.

Par contre, dans (R'), E et (BB') sont toujours simultanés, puisque ces deux événements concernent un même lieu (on néglige le parcours du projectile) mais comme on l'a vu, E et (AA') ne sont plus simultanés comme le suppose la fig. 5 b car dans (R'), (BB') précède (AA'). La représentation correcte est donnée par la fig. 5 c. Le paradoxe a pour origine d'avoir supposé que les événements (AA') et E non localisés en un même lieu et simultanés dans (R) l'étaient encore dans (R').

L'énoncé, assez elliptique, favorisait cette confusion...

#### IV. COMPARAISON DES TEMPS PROPRES. PARADOXES DES HORLOGES (OU DES JUMEAUX).

A propos de l'inégalité (2)  $\Delta\tau < \Delta t$ , on parle souvent de « ralentissement des horloges ». Une telle affirmation mérite examen. On sous-entend ainsi qu'une horloge voyageuse (R') retarde par rapport aux horloges de (R) (fig. 6). Un tel point de vue doit être nuancé. La raison en est, et nous avons déjà souligné ce point, que  $\Delta t$  n'a pas valeur de temps propre et que les comparaisons temporelles ainsi faites n'ont pas une signification évidente. Il y a, en fait, parfaite réciprocité de (R) et de (R') et une horloge de (R) est voyageuse avec la même vitesse  $v$  par rapport à (R'). Lorsque l'horloge  $H_{A'}$  (fig. 6), mesure l'intervalle de temps  $\Delta\tau$  entre son passage en coïncidence avec les horloges  $H_A$  et  $H_B$  de (R) distantes de  $l_0$ , réciproquement l'horloge  $H_A$  mesure le même intervalle de temps  $\Delta\tau$  entre son passage en coïncidence avec les horloges  $H_{B'}$  et  $H_{A'}$ , de (R') distantes de  $l_0$ . Un tel résultat est, *a priori*, évident. Il n'est donc pas adéquat de parler de ralentissement des horloges dans le cas où on se limite à considérer uniquement deux repères galiléens, c'est-à-dire des mouvements rectilignes et uniformes. La symétrie des situations est alors totale et on peut dire que les horloges de (R) et de (R') mesurent le même temps propre.

Imaginons maintenant une autre situation. Soit en O une horloge  $H_0$  du repère galiléen (R). Un observateur V, muni de



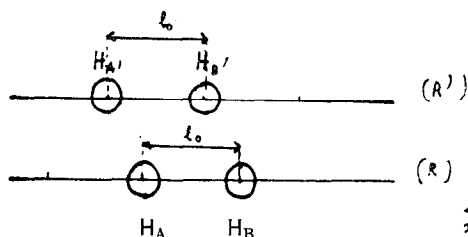


Fig. 6

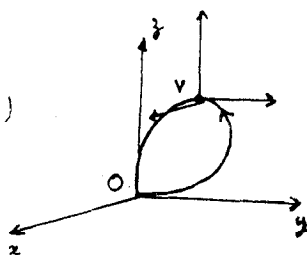


Fig. 7

son horloge  $H_V$  identique à  $H_0$  quitte  $O$ , effectue un voyage et revient en  $O$ . Il s'agit de comparer les intervalles de temps propre  $\Delta\tau_0$  et  $\Delta\tau_V$  mesurés respectivement par  $H_0$  et  $H_V$  lors de ce voyage. La théorie et des expériences récentes très précises effectuées sur satellite terrestre indiquent sans ambiguïté que  $\Delta\tau_V < \Delta\tau_0$ .

On peut donc parler ici du ralentissement de l'horloge voyageuse  $H_V$ . Ce résultat constitue le « paradoxe de LANGEVIN » ou encore des « deux jumeaux » si on suppose que les deux observateurs sont de parfaits jumeaux, mais cela n'ajoute strictement rien au problème physique. Ce paradoxe revêt les deux aspects soulignés dans l'introduction :

1. Le résultat choque l'opinion courante car il est, *a priori*, difficile d'admettre que le voyageur « vieillisse » moins que le sédentaire !

2. Le résultat semble comporter une contradiction (paradoxe logique), car un argument de réciprocité, comme celui utilisé précédemment, conduirait à  $\Delta\tau_0 < \Delta\tau_V$  en considérant que relativement à  $V$  c'est  $O$  qui voyage (relativité du mouvement).

A propos du vieillissement, disons simplement ici qu'il s'agit d'une notion biologique et que sa connexion avec le ralentissement des horloges n'est pas, *a priori*, évidente (voir note complémentaire 2).

Analysons le second point. Il faut montrer que l'argument invoqué de réciprocité des deux observateurs n'est pas valable.

• Tout d'abord, notons que  $O$  est galiléen alors que  $V$  ne l'est pas, car l'obligation de retour fait que son mouvement par rapport au repère  $(R)$  de  $O$  comporte nécessairement au moins une phase accélérée. Le mouvement de  $V$  nécessite l'emploi d'un moteur fournissant l'accélération nécessaire, alors que pour  $O$  il n'y a, bien sûr, rien de tel.

Dans le repère galiléen (R), le voyageur V est en M à la date  $t$  indiquée par l'horloge  $H_M$  liée à (R) en M, et il est en M' à la date  $t + dt$  indiquée par l'horloge  $H_M$ , liée à (R) en M'.

L'intervalle de temps propre  $d\tau_V$  mesuré par l'horloge  $H_V$  entre les passages en M et M' vaut, d'après (3) :

$$d\tau_V = \frac{dt}{\gamma} = \sqrt{1 - \frac{v^2(t)}{c^2}} dt \quad (7)$$

où  $\vec{v}(t)$  est la vitesse de V en M relativement à (R). Pour le voyage entier, on obtient par intégration sur la variable  $t$  variant entre 0 et  $\Delta\tau_0$  le temps propre du voyage pour V, soit :

$$\Delta\tau_V = \int_0^{\Delta\tau_0} \sqrt{1 - \frac{v^2(t)}{c^2}} dt < \Delta\tau_0 \quad (8)$$

(voir note complémentaire 3). On remarquera que la relation (8) ne fait pas intervenir explicitement l'accélération  $\vec{a}(t)$  de V mais seulement la vitesse  $\vec{v}(t)$ . Toutefois, c'est bien parce que le mouvement de V est accéléré que l'on observe une discordance dans les intervalles de temps propre mesurés.

Si maintenant on se place dans le référentiel de V, pour observer le mouvement de O, le calcul précédent devient, *a priori*, inapplicable, sinon on démontrerait de la même façon que  $\Delta\tau_0 < \Delta\tau_V$  est en contradiction avec (8). La raison est que le calcul précédent suppose que le référentiel dans lequel on observe le mouvement est galiléen, ce qui n'est pas le cas du référentiel lié à V. Il est facile de montrer qu'une relation de la forme (3) ou (8) est nécessairement fautive si le référentiel d'observation n'est pas galiléen. Considérons, par exemple (fig. 8), le cas de

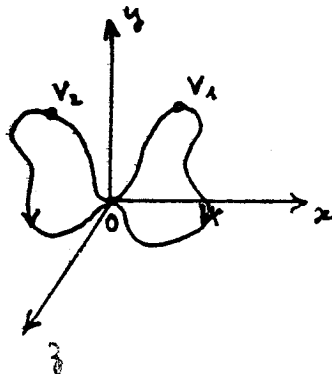


Fig. 8

deux voyageurs  $V_1$  et  $V_2$  dont les mouvements sont symétriques dans le référentiel (R) lié à O par rapport au plan Oyz. De manière évidente, on a, *a priori*, dans ce cas  $\Delta\tau_{V_1} = \Delta\tau_{V_2}$ , ce qui est d'ailleurs, une conséquence directe de (8) (la vitesse  $v_x$  étant changée en  $-v_x$  quand on passe de  $V_1$  à  $V_2$ ). Si la relation (8) était valable dans le référentiel lié à  $V_1$ , on établirait que  $\Delta\tau_{V_1} < \Delta\tau_{V_2}$  et de même, en considérant le référentiel lié à  $V_2$ ,  $\Delta\tau_{V_2} < \Delta\tau_{V_1}$  ce qui est incompatible. On remarquera sur cet exemple, que bien que  $V_1$  et  $V_2$  soient en mouvement relatif l'un par rapport à l'autre, leurs horloges respectives mesurent une même durée de voyage ; elles retardent de la même manière par rapport à l'horloge galiléenne  $H_0$  (et ceci peut très bien être ignoré de  $V_1$  et  $V_2$ ). Ce n'est donc pas le mouvement d'une horloge par rapport à une autre qui est nécessairement la cause d'un retard de l'horloge « voyageuse » comme on l'affirme parfois sans précaution. Pour  $V_1$  et  $V_2$  en mouvements quelconques partant de O et y revenant, l'un des voyageurs peut observer par rapport au temps mesuré par l'autre voyageur, selon les cas, soit un retard, soit une avance, soit une égalité des durées. Le phénomène de retard concerne la comparaison entre une horloge galiléenne  $H_0$  et une horloge partant de O et y revenant, donc en mouvement accéléré relativement à un référentiel galiléen.

• On peut aussi mettre en évidence la dissymétrie des observateurs O et V de la manière suivante. Plaçons-nous dans le cas particulier simple représenté sur la fig. 9 : V effectue à la

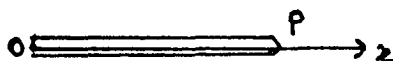


Fig. 9

vitesse constante  $v$  un aller et retour sur Ox en s'éloignant jusqu'en P, puis revient en O. L'accélération se manifeste seulement en P, et on supposera que cette accélération bien que brutale n'a pas d'effet direct sur la marche de l'horloge  $H_V$  (voir note 3). Prenons  $OP = d_0 = 6$  années-lumière et  $v = 0,6 c$  ( $\beta = 0,6$ ,

$$\frac{1}{\gamma} = 0,8) \text{ dans le référentiel lié à O.}$$

Pour O, la durée du voyage est  $\Delta\tau_0 = 2 \times 10 = 20$  ans, alors que pour V, elle n'est que  $\Delta\tau_V = 0,8 \times 20 = 16$  ans.

Supposons que O et V disposent chacun d'un émetteur électromagnétique de même nature émettant des tops très brefs à des intervalles de temps égaux. Chaque observateur reçoit ainsi les signaux émis par l'autre. Par suite de l'effet DOPPLER, les intervalles de temps séparant deux signaux successifs reçus par l'un

ou l'autre des deux observateurs ne sont pas égaux à l'intervalle de temps  $T_0$  mesuré dans le référentiel de l'émetteur.

Considérons tout d'abord le voyageur V. Pendant la phase où il s'éloigne, soit 8 années de son temps propre, il reçoit des signaux dont la période d'arrivée est dilatée par effet DOPPLER. Dès qu'il rétrograde, il reçoit des signaux dont la période d'arrivée est contractée et ceci pendant les 8 autres années du voyage.

Pour l'observateur O non voyageur, la description est différente. Il n'est pas immédiatement informé par les signaux qu'il reçoit de la rétrogradation du voyageur et il lui faut attendre 6 années pour recevoir un signal émis depuis le point de rétrogradation P (c'est le temps mesuré par O que met la lumière pour parcourir la distance  $d_0 = 6$  années-lumière). Pour O, la durée de réception des signaux pour lesquels la période de réception est dilatée n'est donc pas égale à 10 ans comme le laisserait croire une analyse insuffisante mais à  $10 + 6 = 16$  ans. On en déduit que O reçoit les signaux de période de réception contractée pendant les  $20 - 16 = 4$  années restantes du voyage. La dissymétrie est ainsi bien mise en évidence : pour V il y a égalité de durée des deux phases de réception ( $8 + 8$ ) tandis que pour O ces durées sont inégales ( $16 + 4$ ).

Les exemples précédents montrent la nécessité d'un langage très précis traduisant une analyse minutieuse des phénomènes ; en particulier, il ne faut pas tomber dans le piège d'un langage trop directement imprégné des concepts classiques d'espace et de temps.

### Notes complémentaires.

1. Si  $v$  désigne la vitesse de  $(R_2)$  par rapport à  $(R)$

$$\left( \beta = \frac{v}{c}, \gamma = (1 - \beta^2)^{-\frac{1}{2}} \right),$$

on a :

$$\gamma \begin{pmatrix} 1 & -\beta \\ -\beta & 1 \end{pmatrix} = \gamma_1 \begin{pmatrix} 1 & -\beta_1 \\ -\beta_1 & 1 \end{pmatrix} \gamma_2 \begin{pmatrix} 1 & -\beta_2 \\ -\beta_2 & 1 \end{pmatrix}$$

passage de                      passage de                      passage de  
( $R_2$ ) à ( $R$ )                      ( $R_1$ ) à ( $R$ )                      ( $R_2$ ) à ( $R_1$ )

d'où par identification :

$$\gamma = \gamma_1 \gamma_2 (1 + \beta_1 \beta_2).$$

2. On ne manque jamais de poser la question de savoir, à propos du paradoxe des jumeaux, si effectivement le voyageur « vieillit » moins que le sédentaire. Là encore il faut préciser ce que l'on entend par le mot « vieillir ». Des horloges atomiques

(qui mesurent le temps des physiciens) ne vieillissent pas au sens biologique du terme. Le problème est donc de savoir si le ralentissement des horloges voyageuses s'accompagne aussi d'un moindre vieillissement biologique. S'il en était ainsi, le malheureux observateur galiléen serait particulièrement pénalisé!

Pour résoudre ce problème, il faudrait disposer d'une relation reliant le temps biologique au temps propre des physiciens.

Diverses tentatives ont été faites, en particulier par PRIGOGINE, mais la question paraît ouverte. On pourrait, par exemple, relier le temps biologique à l'accroissement entropique d'irréversibilité et noter que la fonction entropie  $S$  est un invariant relativiste ( $S = k_B \log W$  où  $W$  nombre de complexions du système est nécessairement invariant). Dans une telle hypothèse, le temps biologique semblerait être lui-même un invariant relativiste.

3. L'utilisation de la relation (3) pour établir la relation (8) revient à confondre entre les instants  $t$  et  $t + dt$  [dans (R)] le référentiel lié à  $V$  et qui n'est pas galiléen avec le référentiel galiléen ( $R_t$ ) qui a la vitesse  $\vec{v}$  à l'instant  $t$  (référentiel galiléen tangent). Cette substitution de référentiel revient à admettre que l'accélération de  $V$  par rapport à ( $R_t$ ) n'affecte pas la marche de l'horloge  $H_V$ . Une telle hypothèse est exacte, nous l'admettons pour des accélérations suffisamment faibles.

Pour de très fortes accélérations, un effet du champ de forces d'inertie pourrait intervenir pour modifier cette marche.

H. GIÉ (Paris).

---

#### INDICATIONS BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] M.-A. TONNELAT. — *Histoire du principe de Relativité*. Flammarion.
  - [2] E.-F. TAYLOR, J.-A. WHEELER. — *A la découverte de l'espace-temps et de la Physique relativiste*. Dunod.
  - [3] A. PACAULT et C. VIDAL. — *A chacun son temps*. Flammarion.
  - [4] G.-D. SCOTT. — *On solutions of the Clock Paradox*. Am. J. Physics, 580, 1959.
-