

Du réveil à la montre à quartz

par André DEIBER
Lycée Fustel de Coulanges - 67000 Strasbourg
Olivier KEMPF
IUFM d'Alsace - Site de Strasbourg
et Laurent MARKIEWICZ
Lycée Fustel de Coulanges - 67000 Strasbourg
GRESEP Groupe de Recherches de l'IUFM
d'Alsace et de l'Université Louis Pasteur

RÉSUMÉ

Depuis la mise au point industrielle du premier résonateur à quartz pour une montre en 1967 à Neuchâtel, les oscillateurs à quartz se sont étendus à une multitude d'appareils tant scientifiques qu'industriels. Des quartz d'horlogers, composants électriques de prix modique, permettent de réaliser des expériences simples sur les résonateurs à cristal de quartz et les oscillateurs qui en découlent. Dans ce contexte, l'étude d'un réveil peut s'avérer fort fructueuse en remplaçant l'oscillateur dans un objet technologique. Ce point de départ n'est qu'une proposition, d'autres ordres de lecture sont évidemment possible. La liaison étroite entre la fréquence de l'oscillateur et la durée d'une seconde est explicitée via la réalisation d'une montre binaire à quartz.

1. ANALYSE DU FONCTIONNEMENT D'UN RÉVEIL À QUARTZ

La base de temps d'une montre qu'elle soit mécanique, électromécanique ou électronique doit toujours permettre de revenir à la seconde.

1.1. Étude des impulsions d'intensité dans un réveil à quartz

Un réveil électromécanique, à oscillateur à quartz (électro-) mais à affichage à aiguilles (-mécanique), de prix modéré, permet d'observer de manière simple la base de temps qui rythme l'avancement de l'aiguille.

Le montage figure 1 permet de visualiser l'évolution de l'intensité du courant débité par l'alimentation du réveil (ici un générateur de tension constante 3 V) au cours du temps.

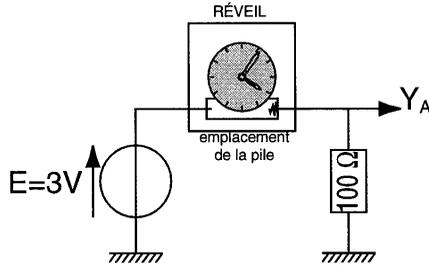


Figure 1 : Montage expérimental.

La pile est remplacée par une source de tension associée à la résistance : les liaisons se font au niveau du logement prévu pour la pile sans démontage du réveil.

On observe sur l'oscillographe des impulsions de tension aux bornes de la résistance, image de l'intensité qui circule dans le réveil. La durée qui sépare deux impulsions est de une seconde.

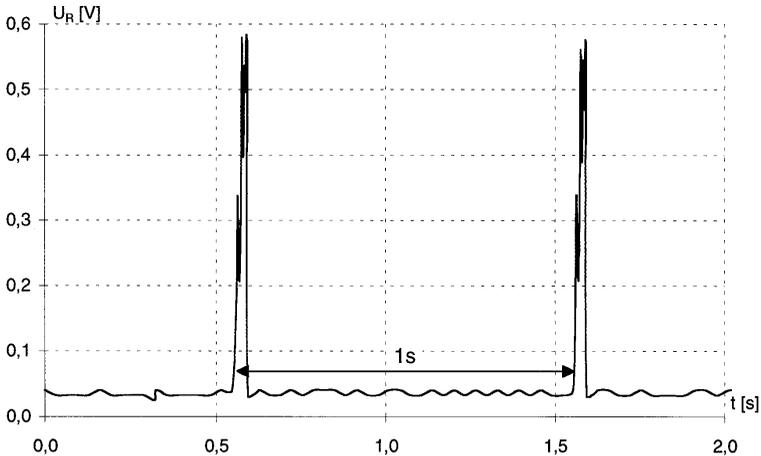


Figure 2 : Visualisation du courant débité par la pile.

Avec un périodemètre (fonction disponible en règle générale sur les fréquencemètres de table) ou un fréquencemètre on mesure directement une période ou une fréquence unité.

Si l'on fait un «zoom» sur 1/10 de seconde on observe des pics de tension aux bornes de R soit des pics d'intensité de courant de faible amplitude (0,6 V soit 6 mA pour l'intensité) mais de durée très brève (30 ms).

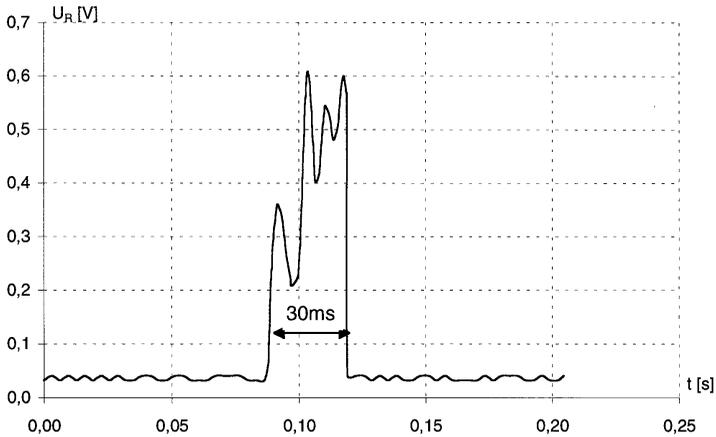


Figure 3 : Vue plus précise de l'impulsion.

Ceci permet, au passage, d'évaluer la consommation énergétique du réveil à $(0,3 \cdot 10^{-3} \times 0,97 \text{ J})$ au repos, additionnée de $(4 \cdot 10^{-3} \times 3 \cdot 10^{-2} \text{ J})$ par impulsion soit $411 \mu\text{J}$ par période. La puissance de $411 \mu\text{W}$ requise explique la longévité de la pile LR06 qui alimente le réveil.

Par ailleurs une observation simultanée du mouvement de l'aiguille des secondes et du signal obtenu à l'oscilloscope en prenant une durée de balayage de l'ordre de la dizaine de secondes (si possible) montre qu'il y a synchronisation entre l'avance de l'aiguille et l'existence de l'impulsion électrique.

1.2. Observons le réveil démonté

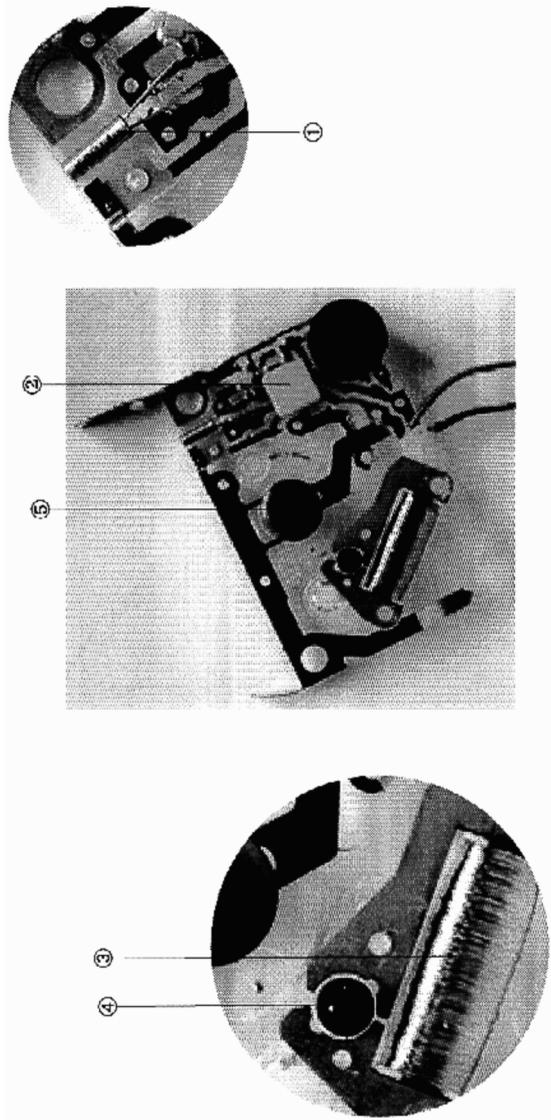


Figure 4 : Photographie du réveil démonté.

En démontant le réveil, on peut distinguer un petit cylindre ① (le quartz), une puce électronique ②, ainsi qu'une bobine ③ associée à la roue dentée ④ manœuvrant l'aiguille des secondes. La bobine, en tant que source de champ magnétique doit, a priori, jouer un rôle primordial en ce qui concerne la relation entre l'impulsion électrique et le mouvement saccadé de l'aiguille. La tête de la punaise ③ sert d'étalon de longueur.

1.3. L'affichage du temps : rôle de la bobine ③ ④

Le système d'engrenage que l'on observe possède une roue directement en contact avec l'aiguille des secondes et une roue dentée située dans l'entrefer d'un électroaimant. Si l'on démonte cette dernière et qu'on l'approche d'une boussole, la forte déviation de l'aiguille montre que cette roue est fortement aimantée, avec une répartition Nord-Sud comme le montre la figure 5.



Figure 5 : Roue dentée aimantée.

La mise en mouvement de cette roue dentée aimantée par une bobine nous conduit tout naturellement à visualiser la tension aux bornes de celle-ci, ce qui nécessite deux points de soudure. On observe à l'oscilloscope le signal ci-dessous (cf. figure 6).

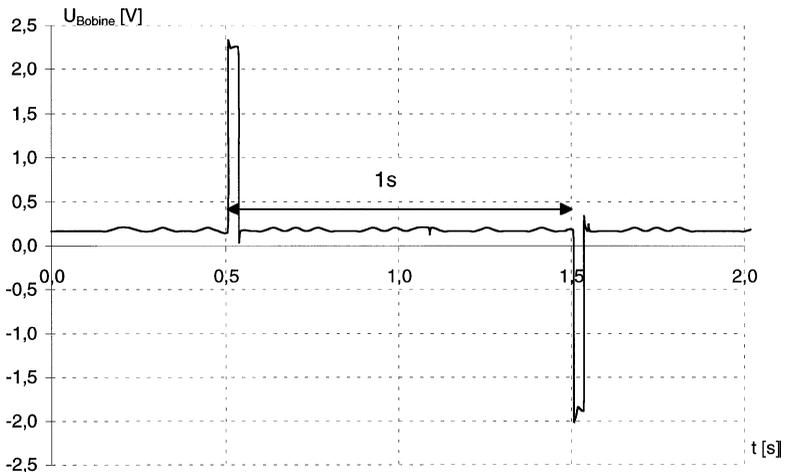


Figure 6 : Visualisation de la tension aux bornes de la bobine.

Ces impulsions de tension aux bornes de la bobine sont alternatives, de fréquence de 0,5 Hz. L'inversion de polarité provoque une inversion du champ magnétique dans l'entrefer de la bobine où est située la petite roue dentée, ce qui fait tourner cette dernière de 180° toutes les secondes. C'est la topographie de l'entrefer visible sur la

figure 4 légèrement dissymétrique qui provoque, malgré l'inversion du champ, non pas une inversion du sens de rotation de la roue dentée, mais un nouveau demi-tour dans le même sens. Toutes les secondes une impulsion électrique provoque un demi-tour de la roue dentée. Chaque demi-tour de roue dentée est ensuite transmis à un système d'engrenage approprié qui induit un déplacement d'une seconde sur le cadran. Le reste de l'affichage du temps est identique à la montre mécanique classique.

1.4. Le quartz ①

Visualisons la tension aux bornes du quartz du réveil en fonctionnement. On observe un signal sinusoïdal de fréquence 32 768 Hz !!! Cette valeur correspond à celle affichée sur le cylindre. Même si cette inscription était absente, un quartz horloger se distingue très facilement des autres quartz disponibles, par sa petite taille et sa forme cylindrique. L'association quartz / puce électronique ② alimentée par un générateur auxiliaire et qui génère un signal sinusoïdal de fréquence fixe est donc un oscillateur électrique entretenu.

On peut donc s'attendre au comportement classique d'un oscillateur de la part du quartz lui-même, en particulier à l'existence d'une fréquence de résonance.

2. ÉTUDE DE LA RÉSONANCE D'UN QUARTZ D'HORLOGER

Compte tenu de l'hypothèse formulée, nous allons mettre en évidence la résonance du quartz, en l'excitant dans un domaine de fréquence proche de la fréquence de l'oscillateur entretenu qu'il constitue lorsqu'il est associé à la puce électronique.

Nous proposons ci-dessous deux expériences avec du matériel relativement répandu, mais au § 8.2 vous trouverez un montage intégré qui permet de contourner, le cas échéant, l'absence de générateur de fonctions adapté.

2.1. Mise en évidence expérimentale

Cette expérience nécessite, en plus de la patience habituelle propre à tous les expérimentateurs, un générateur de fonctions que l'on peut balayer en fréquence (wobulation). Pour situer la difficulté, notons que la fréquence de résonance se situe a priori à 32 768 Hz et la bande passante est de l'ordre de 1 Hz.

Il faut choisir une fréquence du GBF voisine de 32 760 Hz et une excursion en fréquence faible, de l'ordre de 100 Hz. La durée de balayage doit être longue, au moins de l'ordre de la minute afin de laisser au cristal le temps de se mettre à vibrer. Il va sans dire qu'un bon fréquencemètre s'impose.

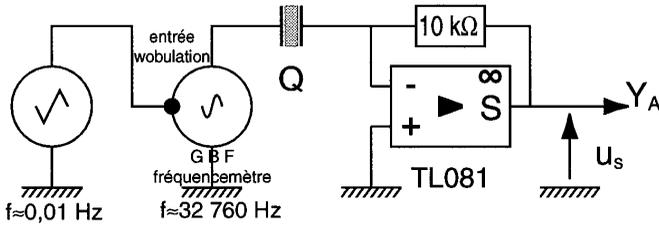


Figure 7 : Montage expérimental.

L'amplificateur opérationnel monté en convertisseur courant-tension permet de visualiser u_s , l'image de l'intensité qui traverse le quartz (Q). Compte tenu de la présence de l'amplificateur opérationnel, ce montage permet d'alimenter le quartz sous une tension sinusoïdale d'amplitude constante, même à la résonance, lorsque son impédance est faible.

L'expérience est spectaculaire : on obtient une tension d'amplitude élevée de 3 à 10 V uniquement pour des fréquences voisines de 32 768 Hz à 2 ou 3 Hz près. Le quartz est un composant électronique fragile, aussi faut-il veiller à régler la valeur de l'amplitude de la tension du GBF en-dessous de 1 V. (Lors d'une manipulation, la tension de sortie a atteint plus de vingt fois la valeur de la tension d'entrée à la résonance, le quartz ne s'en est pas remis.)

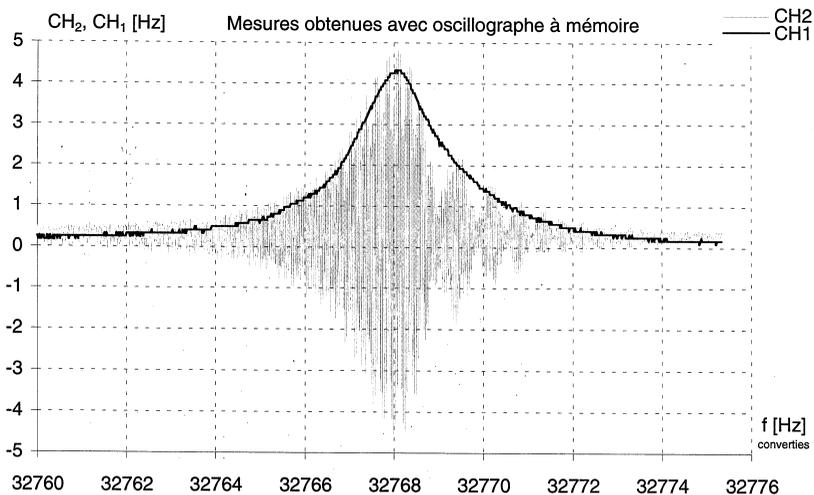


Figure 8 : Graphe de résonance.

Le document de travail (cf. à la fin de l'article) permet d'estimer la largeur de la bande passante et donc le facteur de qualité à environ 20 000.

Ce type de graphe est à rapprocher de celui correspondant à la résonance d'intensité dans un circuit RLC série. Cette analogie militerait pour une impédance à caractère purement résistif à la résonance.

2.2. Enregistrement de la courbe de résonance

On peut être tenté d'obtenir uniquement l'enveloppe supérieure de la courbe de la figure 8. Mais le tracé, à la main, de la courbe de résonance est quasi impossible compte tenu de sa très grande acuité. Nous proposons donc de visualiser en direct la courbe sur un oscilloscope à mémoire.

Le montage est le suivant :

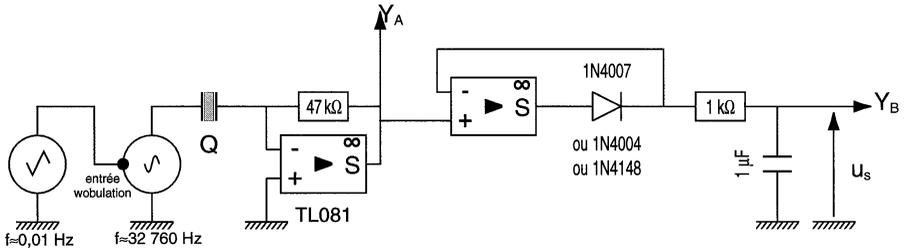


Figure 9 : Montage expérimental de visualisation de la courbe de résonance.

On balaye très lentement sur une durée de plusieurs dizaines de secondes. Et on enregistre sur un oscilloscope à mémoire, sur une base de temps longue, la tension de sortie de l'amplificateur opérationnel - diode - cellule RC (filtre passe-bas).

Le filtre diode - cellule RC (passe-bas, $f_c = 160$ Hz connu dans les systèmes de modulation d'amplitude) permet de visualiser l'enveloppe et donc la courbe de résonance.

Si on récupère les points expérimentaux de l'enveloppe on obtient la courbe suivante :

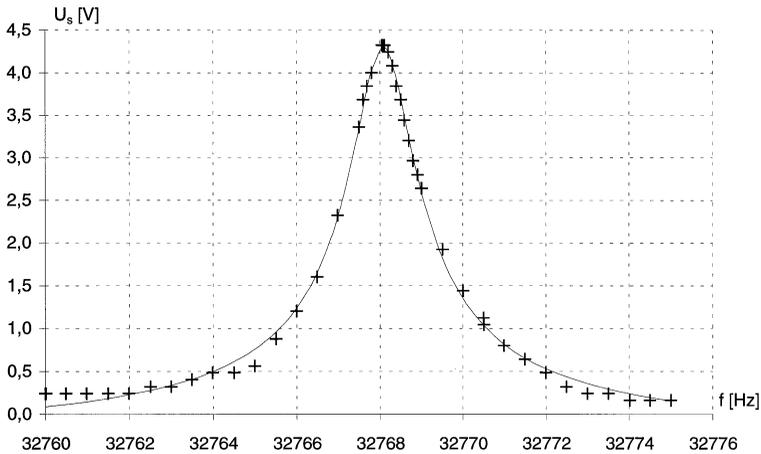


Figure 10 : Courbe de résonance d'un quartz.

La modélisation donne une erreur relative sur u_s de 3,5 %, avec un facteur de qualité de 22 000. Cet accord est inespéré pour deux raisons principales :

- la résonance est très aiguë, il est quasiment certain que le quartz n'a pas eu tout à fait le temps de s'exciter que déjà la fréquence excitatrice a changé ;
- par ailleurs, on ne se trouve pas tout à fait en régime sinusoïdal forcé, les battements (déjà visibles sur l'enregistrement plus haut) l'attestent.

Cette expérience de résonance met en évidence la signification physique du nombre inscrit sur le cylindre présent dans le réveil. Mais dans tout oscillateur il y a des phénomènes dissipatifs. Se pose donc la question de l'entretien des oscillations et le rôle de la puce associée au cylindre (cf. figure 4).

3. OSCILLATEURS À QUARTZ : EXEMPLES DE SYSTÈMES BOUCLÉS

Très souvent un oscillateur entretenu présente une structure en système bouclé. Nous allons donc proposer une illustration expérimentale de ce principe.

3.1. Oscillateur à amplificateur opérationnel

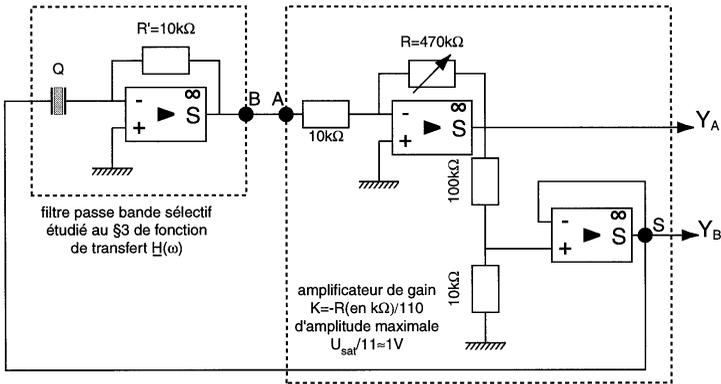


Figure 11 : Montage expérimental.

Cet oscillateur n'est pas très performant en ce qui concerne la stabilité de la fréquence, mais il présente l'avantage d'être peu onéreux et facile à monter.

En augmentant la résistance variable de 470 kΩ, on observe au-dessus d'une valeur $R_{min} \approx 250 \text{ k}\Omega$ des oscillations de fréquence 32 768 Hz d'amplitude U_{sat} en Y_A mais $\frac{U_{sat}}{11}$ en Y_B vu la présence du bloc pont diviseur / suiveur. N'oublions pas qu'il faut impérativement limiter l'amplitude de la tension aux bornes du quartz à 1 V (maximum).

D'une manière plus précise pour $R > 250 \text{ k}\Omega$, il y a croissance des oscillations (en Y_A ou Y_B). Si on diminue R en-dessous de la valeur charnière de 250 kΩ environ, les oscillations s'amortissent lentement. En pratique, on arrive à maintenir l'oscillateur hors saturation en se replaçant à la résistance limite.

Afin d'éclaircir qualitativement le mode de fonctionnement de ce système bouclé, schématisons les associations des deux fonctions principales amplificateur - filtre sélectif.

Par simple lecture de se schéma, on voit que la condition $K \underline{H}(\omega) = 1$ est suffisante pour l'obtention d'oscilla-

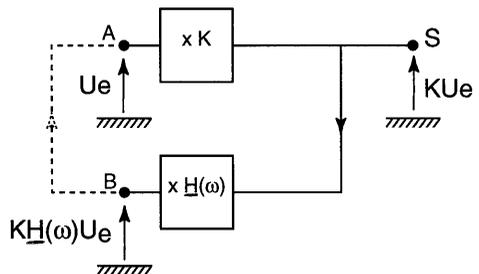


Figure 12 : Synoptique de bouclage.

tions dans la mesure où les deux points A et B sont au même potentiel.

D'une manière plus précise, lorsque l'on relie les deux points A et B, le système se met en auto-oscillation à deux conditions :

- l'une portant sur la phase : $\text{Arg} (K \times \underline{H}(\omega)) = 0$,
- l'autre portant sur l'amplitude : $K \times \underline{H}(\omega)$ est réel, positif et $K \times \underline{H}(\omega) \geq 1$.

En première approximation K est réel négatif, U_e et KU_e sont en opposition de phase. Comme à la résonance d'intensité le quartz est équivalent à une résistance R_S (cf. § 5.5.), on a $\underline{H}(\omega) = -\frac{R'}{R_S}$. On voit donc que le second déphasage de π ne peut être obtenu que pour la pulsation de résonance ω_0 . En pratique on se trouve au voisinage immédiat de celle-ci.

Mais naturellement il faut que le signal soit amplifié d'un facteur $K \times H(\omega_0)$ supérieur à 1 pour qu'il y ait croissance des oscillations. Ce qui donne :

$$\frac{R'}{R_S} \times \frac{R}{110} > 1 \Rightarrow R > 110 \frac{R_S}{R'}$$

La valeur expérimentale de R soit 250 k Ω environ donne pour R_S la valeur de 22 k Ω .

La fin de la croissance des oscillations provient d'une non-linéarité (saturation d'un ampli opérationnel) de la boucle qui maintiendra les conditions limites d'oscillations en stabilisant l'amplitude et la fréquence de sortie.

3.2. Oscillateur à porte logique

On obtient des oscillateurs bien plus performants par l'usage d'inverseur logique shunté par une résistance. Pour cette raison, c'est certainement ce type de système que l'on retrouve dans l'assemblage quartz-puce.

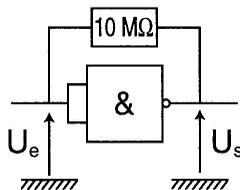


Figure 13 : Montage de principe.

La caractéristique $u_s = f(u_e)$ d'une porte logique idéale a l'allure suivante :

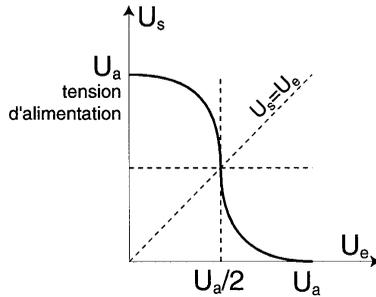


Figure 14 : Caractéristique.

En reliant la sortie à l'entrée *via* la résistance de $10\text{ M}\Omega$, on bloque la tension u_e à la valeur u_s vu la valeur nulle de l'intensité d'entrée. Le montage fonctionne dans une zone où $\frac{du_s}{du_e}$ est négative et relativement grande en valeur absolue (valeur typique - 50). Schématiquement on peut dire que chaque basculement de la porte :

$$(u_s = +U_a \Leftrightarrow -U_a)$$

se traduit par une forte variation de tension aux bornes du quartz. L'énergie fournie au cristal dans ce processus va entretenir l'oscillation. Entre deux basculements, le réseau cristallin se comporte comme un oscillateur propre de fréquence f_0 . On comprend donc intuitivement que la fréquence du système oscillant entretenu va se verrouiller à une fréquence très voisine de f_0 .

Rappelons qu'une porte logique NAND dont on relie les deux entrées constitue un inverseur logique. Il y a là une occasion de recycler les montages à portes logiques utilisés, il n'y a pas très longtemps de cela, pour les multivibrateurs astables en classe de terminale C, dont le principe de fonctionnement est très différent de l'oscillateur à quartz qui nous intéresse ici.

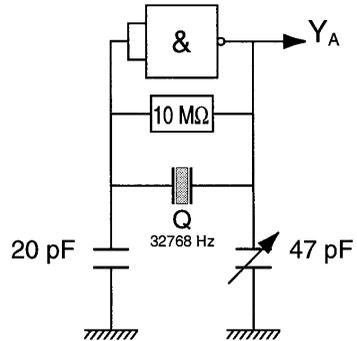


Figure 15 : Oscillateur à inverseur logique.

3.3. Mise en évidence de la précision du réglage

La capacité variable de 47 pF permet d'ajuster la fréquence de manière très précise. On peut mettre en évidence cette légendaire précision du quartz en montant deux oscillateurs à inverseur logique (cf. figure 15) dont on relie les sorties aux deux voies d'un oscilloscope.

Sans réglage particulier, l'une des traces défile lentement par rapport à l'autre, signe d'une très faible différence de fréquence. En ajoutant la capacité variable, on peut annuler ce défilement et donc accorder aisément les deux fréquences à mieux que 1/60 Hz (sur 32 768 Hz) près !

On peut proposer le montage de la figure 16 pour mettre en lumière ce réglage sensible, en exploitant l'inertie thermique du filament d'une lampe à incandescence.

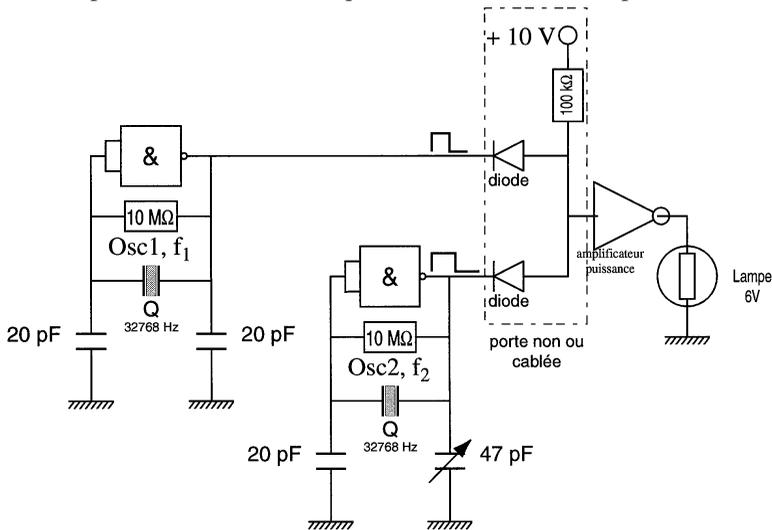


Figure 16

La lampe s'allume puis s'éteint avec une fréquence égale à la différence $|f_1 - f_2|$. L'expérience est très visuelle. En modifiant la valeur de la capacité réglable de 47 pF, on peut ralentir sensiblement le clignotement de la lampe.

Mais pour l'instant la liaison entre la base de temps de 32 768 Hz du quartz et la base de temps de l'aiguille des secondes n'est pas explicitée. Peut-être la puce joue-t-elle encore un autre rôle ?

5. POURQUOI DE TELLES VALEURS DE FRÉQUENCES ?

La fréquence d'un quartz d'horloge n'est pas fortuite, mais vaut exactement 2^{15} Hz. L'intérêt de cette valeur réside dans la possibilité de diviser aisément une fréquence par 2 pour un signal logique. En effet, un circuit logique, dit « bascule D » possède une propriété intéressante. La fréquence du signal de sortie est exactement la moitié de celle du signal d'entrée. D'une manière plus explicite, la sortie change d'état logique à chaque transition $1 \rightarrow 0$ du signal d'entrée.

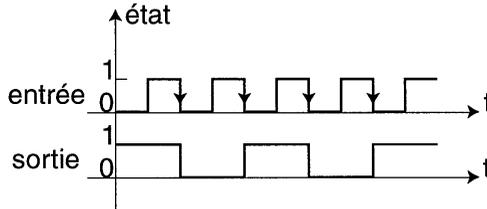


Figure 17

En associant quinze bascules de ce type en cascade, la fréquence du signal est divisée par 2^{15} . Pour un cristal de 32 768 Hz, on obtient un signal carré de période 1s.

Remarques

– D'autres choix de fréquences sont possibles. On peut citer pour l'horlogerie la fréquence 4,194 304 MHz ($= 2^{22}$ Hz), qui donne une fréquence unité après une cascade de vingt-deux bascules D, et la fréquence 3,276 800 MHz qui donne après division par 2^{15} un signal de fréquence de 100 Hz, qui rythme les chronomètres affichant le 1/100 de seconde.

– Pour le réveil, le signal de fréquence 1 Hz issu du bloc oscillateur / diviseur par 2^{15} (rôle assuré par une partie de la puce) est transformé en de brèves impulsions alternatives visibles aux bornes de la résistance (voir schéma de principe de l'expérience du réveil).

– Précisons que la température présente une influence qui peut a priori sembler négligeable dans la mesure où $\frac{\Delta f}{f} = \pm 30.10^{-6}$ entre -40°C et $+85^{\circ}\text{C}$ (valeurs typiques qui dépendent des angles de coupe).

Mais dans ces conditions extrêmes, ceci entraîne un décalage de 2 secondes par jour, d'où la nécessité d'un réglage fin.

Pour les utilisations spécifiques tels que les télécommunications, l'informatique, l'aéronautique ou les systèmes d'armements, des oscillateurs compensés en température (TCXO : Température Compensated Crystal Oscillator) ont été mis au point pour atteindre une stabilité meilleure que $0,5.10^{-6}$ dans la gamme de température $-40^{\circ}\text{C} / 85^{\circ}\text{C}$.

5. QU'EST-CE QU'UN RÉSONATEUR À QUARTZ ?

Afin d'expliciter notre analogie entre le quartz et un circuit RLC série, démontons un quartz.

5.1. Description

Démonter un quartz est délicat pour un quartz d'horloger (32 768 Hz) mais très aisé pour un quartz de fréquence plus élevée, à l'aide d'une scie à métaux assez fine.

Un résonateur à quartz se compose d'une lame de quartz partiellement métallisée sur deux faces en regard et montée dans un boîtier hermétiquement scellé doté de deux fils de connections. Le symbole du quartz rappelle d'ailleurs cette structure non polarisée.

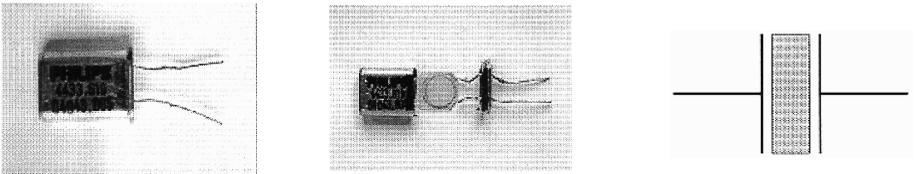


Figure 18 : Photos d'un quartz composant, en coupe et son symbole.

La lame de quartz est mince : 0,33 mm (mesurée au palmer) pour le quartz, visible sur la photo, de fréquence 4 433 619 Hz.

Pour comprendre la fonction de cette lame de quartz nous devons nous pencher sur les propriétés électriques, mécaniques et optiques du quartz.

5.2. Le cristal quartz

Le cristal quartz est une variété polymorphique très répandue de la silice (SiO_2). Sous la pression de référence 10^5 Pa et à 298 K la variété stable est le quartz α rhomboédrique. Le quartz α est le minéral constituant majeur de nombreuses roches, telles le granit et le sable. On le rencontre pur, incolore ou coloré par des impuretés (améthyste de couleur violette - cf. figure 19 -, citrine de couleur jaune, ...). L'une des propriétés intéressantes de ce cristal est la piézo-électricité.



Figure 19

5.3. L'effet piézo-électrique

5.3.1. Qu'est ce que l'effet piézo-électrique ?

Si on applique à un échantillon de corps piézo-électrique une contrainte, il se produit une polarisation électrique volumique et à sa surface apparaissent des charges électriques. Cet effet direct est engendré par toute action mécanique (flexion, torsion, traction, cisaillement).

Inversement si on soumet un échantillon piézo-électrique à un champ électrique, celui-ci se déforme sous l'action des forces internes qui résultent de l'action du champ.

Les effets piézo-électriques directs et inverses ne s'observent que pour des cristaux anisotropes, le quartz étant le plus connu.

5.3.2. Interprétation des propriétés piézo-électriques du quartz

Au niveau microscopique, on peut expliquer qualitativement le caractère piézo-électrique en partant de la structure du quartz. Dans un cristal de quartz chaque atome de silicium est entouré par quatre atomes d'oxygène disposés aux sommets d'un tétraèdre régulier. Si l'on admet que la charge portée par chaque atome de silicium est $+2\delta$, la charge partielle portée par un atome d'oxygène est de $-\delta$, le cristal étant globalement neutre.

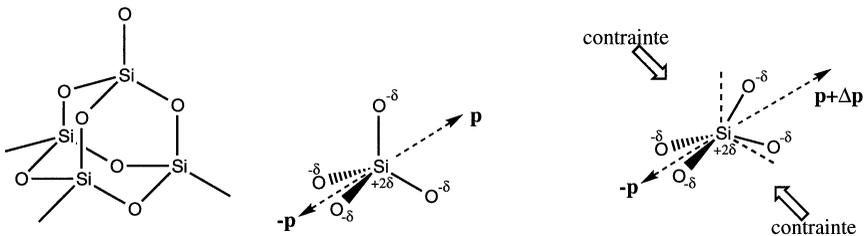


Figure 20

Lorsque le cristal est au repos, la différence de charge entre l'atome de silicium et d'oxygène engendre pour cette liaison un moment dipolaire élémentaire. Pour une structure SiO_2 le moment dipolaire, résultante vectorielle des moments élémentaires, est noté \mathbf{p} . Pour une structure tétraédrique, le moment dipolaire global est nul. Lors d'une contrainte dans la direction perpendiculaire au plan formé par l'un des assemblages SiO_2 , on constate que ce moment dipolaire n'est plus globalement nul, un différentiel $\Delta\mathbf{p}$ apparaît. Cela traduit donc une anisotropie cristalline. Le raisonnement est semblable si l'on raisonne en termes de barycentres de charges.

Le caractère piézo-électrique ne se manifeste pas dans toutes les directions du cristal rhomboédrique du quartz (anisotropie). En particulier l'axe optique zz' est dépourvu de propriétés piézo-électriques.

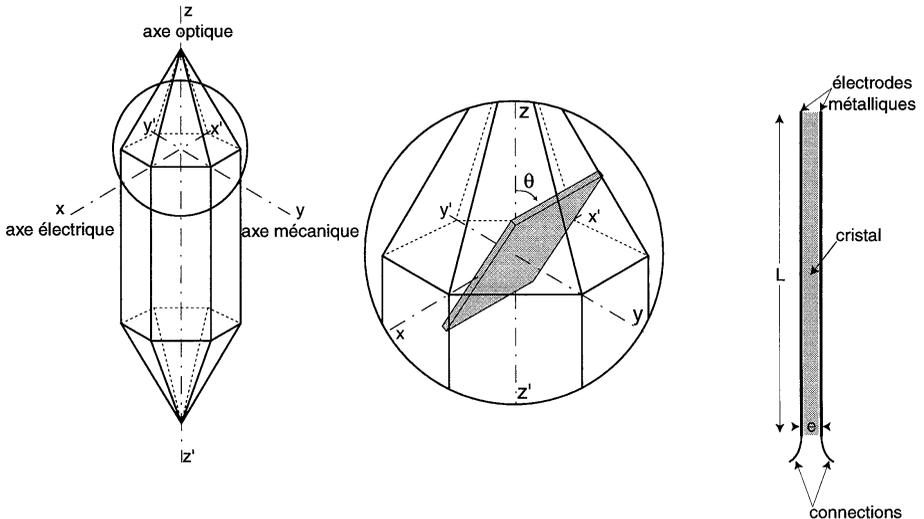


Figure 21

Quantitativement, l'effet peut sembler faible. Pour une lame de surface unité taillée perpendiculairement à l'axe mécanique xx' , une force de 1 N appliquée suivant cet axe fait apparaître sur les deux faces perpendiculaires à l'axe, une charge de $2,3 \cdot 10^{-12}$ C. Mais comme les capacités du composant «quartz» sont faibles, de l'ordre du pF, la tension résultante peut aisément s'élever à quelques volts. Inversement, l'application d'une tension de quelques volts engendrera des forces intenses au sein du réseau cristallin.

5.4. Qu'est ce qui détermine la «fréquence» du quartz ?

Les constructeurs indiquent souvent les fréquences des résonateurs à cinq ou six chiffres significatifs. Cela suppose une technique de fabrication de grande précision.

Bien que les cristaux existent sous forme naturelle, les techniques actuelles permettent de les synthétiser facilement. Depuis 1970, le quartz naturel n'est plus employé pour la fabrication des résonateurs. La synthèse hydrothermale du quartz exploite la

solubilité de SiO_2 dans des solutions aqueuses de carbonate de sodium à 350°C et sous 1200-1800 bar puis une cristallisation lente sur des germes naturels.

Les cristaux synthétiques sont d'abord découpés en lames suivant un plan placé à quelques secondes d'angle près par rapport aux axes xx' , yy' , zz' .

Après usinage, nettoyage et dégazage, les électrodes sont déposées sous vide par évaporation métallique (Au, Ag ou Al principalement).

L'emplacement de ces électrodes va sélectionner, parmi les modes propres possibles de la lame, celui qui va résonner électriquement. Le réglage précis de la fréquence se fait par apport ou retrait (selon la chaîne de fabrication) d'une faible partie de métal sur les électrodes à l'aide d'automates industriels.

Pour le quartz horloger classique qui nous intéresse, le mode de vibration sélectionné est en flexion. Ce mode ne peut être excité simplement en métallisant deux faces opposées. On doit recourir à une configuration antisymétrique des électrodes. Le cristal est le siège d'une onde stationnaire de type demi-onde de fréquence $f = \frac{v}{2L}$ avec v la vitesse de propagation du son dans ce mode. La fréquence étant proportionnelle au rapport $1/L$, on conçoit dès lors la nécessité d'un usinage extrêmement précis des dimensions des lames.

5.5. Modélisation de la lame vibrante

La déformation du quartz est élastique dans un domaine assez étendu et ses pertes mécaniques sous forme de chaleur sont faibles. Les lames vibrantes sont donc dotées d'un faible amortissement. Ces propriétés mécaniques couplées à des propriétés électriques *via* l'effet piézo-électrique peuvent être modélisées par un circuit électrique équivalent (cf. figure 22).

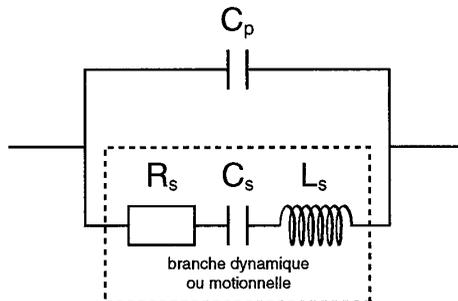


Figure 22

Notons d'office que l'on retrouve bien la branche RLC série à laquelle nous avons fait allusion plus haut. La capacité C_p (p pour parallèle) traduit les effets capacitifs cumulés entre les deux électrodes, le boîtier métallique et les fils de liaisons. On peut en estimer l'ordre de grandeur, pour les deux électrodes au moins, en évaluant la surface de métallisation S à 25 mm^2 et l'épaisseur e à $0,33 \text{ mm}$. La permittivité relative ϵ_r du quartz valant $4,52$ à 1 MHz , on obtient $C_p \approx \frac{\epsilon_0 \epsilon_r S}{e}$ soit environ $2,9 \text{ pF}$. Compte tenu des autres effets capacitifs, cette estimation est en bon accord avec les données du constructeur : $C_p \approx 5,5 \text{ pF}$ pour un quartz de fréquence $4\,433\,619 \text{ Hz}$.

La résistance R_s traduit la résistance de l'air et l'action des points de fixation de la lame sur son support. Une valeur typique est de 100Ω pour des quartz de fréquence élevée.

Les deux autres paramètres dynamiques sont la traduction électrique des oscillations mécaniques du réseau cristallin.

En l'absence de source de tension extérieure, le cristal s'étire sous l'action d'une force \vec{F} appliquée perpendiculairement à sa surface et des charges apparaissent sur les électrodes.

Dans le domaine de linéarité, la charge q est proportionnelle à la variation d'épaisseur (algébrique) de la lame.

En notant k la « constante de raideur du cristal », l'énergie potentielle élastique $\frac{1}{2} kx^2$ de la lame, devient équivalente à celle d'un condensateur fictif C_s tel que :

$$\frac{1}{2} \frac{1}{C_s} q^2 = \frac{1}{2} kx^2$$

La capacité fictive C_s est de l'ordre de 10 à 30 fF , donc négligeable devant C_p . La fréquence propre du réseau cristallin permet d'introduire une inductance fictive par la relation $\frac{1}{\sqrt{L_s C_s}} = 2\pi f$.

5.6. Résonance et antirésonance

On comprend ainsi pourquoi notre expérience de résonance a fonctionné. Elle s'analyse simplement en notant que l'impédance de la branche dynamique passe par

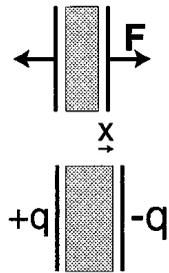
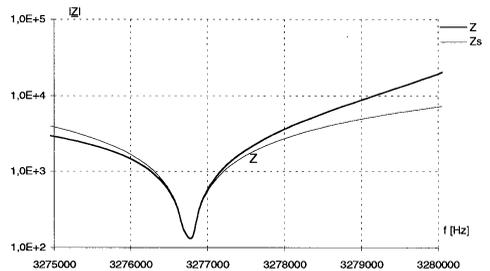
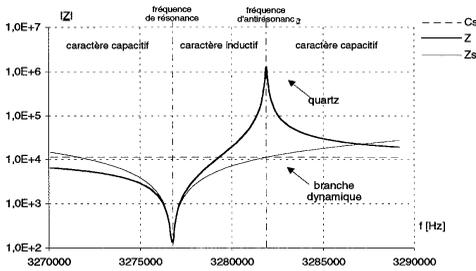


Figure 23

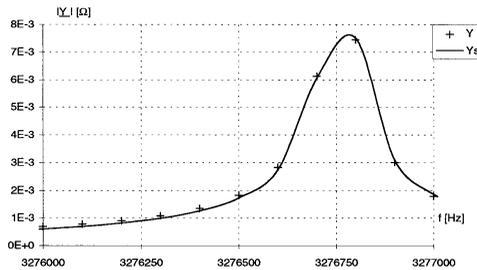
un minimum pour la fréquence de résonance série $\frac{1}{2\pi \sqrt{L_s C_s}}$. Il en résulte que le gain du montage à amplificateur opérationnel passe par un maximum pour la même fréquence. Comme le suggère les observations décrites plus haut, cette résonance est très aiguë.

Le graphe de la figure 24 est construit pour le quartz de fréquence $f = 3\,276\,800$ Hz dont les caractéristiques étaient disponibles dans les documents techniques (et non le quartz horloger 32 768 Hz), $C_0 = 4,3$ pF, $C_s = 13,5$ fF, $R_s = 100 \Omega$, et la valeur théorique calculée de l'inductance (compte tenu de la fréquence de résonance) de la bobine $L_s = 0,17$ mH.



Module de l'impédance en échelle semilogarithmique

Étude autour de la fréquence de résonance



Module de l'admittance : inverse de l'impédance

Figure 24

Les courbes d'impédance et d'admittance montrent que le modèle du circuit RLC série est un modèle largement suffisant tant que l'on reste autour de la fréquence de résonance.

En effet en ce qui concerne le quartz horloger la modélisation de la courbe de la figure 10 permet de déterminer les paramètres électriques équivalents.

L'amplitude de la tension $u_s(t)$ est $U_s = \frac{U_g * R}{R_s \sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f} \right)^2}}$, ou U_g est

l'amplitude de la tension du GBF ($U_g = 0,2 \text{ V}$) :

$$Q = 2\pi f_0 \frac{L_s}{R_s} = \frac{1}{2\pi f_0 C_s R_s}$$

et :

$$f_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}}$$

On trouve pour les paramètres de la modélisation $U_g \frac{R}{R_s} = (4,7 \pm 0,7) \text{ V}$, $f_0 = (32\,768,1 \pm 0,1) \text{ Hz}$ et $Q = (22\,000 \pm 1\,000)$. Avec ces paramètres on trouve $R_s = 20 \cdot 10^3 \, \Omega$, $L_s = 2 \cdot 10^3 \text{ H}$ et $C_s = 12 \text{ fF}$. Soulignons la valeur élevée de l'inductance L_s de la bobine fictive. En ce qui concerne la résistance R_s , on ne pouvait rêver d'un meilleur accord entre la valeur déduite de l'accrochage du système bouclé (cf. § 3.1.) et celle issue d'une modélisation de la courbe de résonance.

Par ailleurs, les courbes (figure 24) permettent de prévoir un comportement particulier lié à l'association en parallèle des deux branches.

Le quartz se comporte comme un circuit bouchon d'impédance infinie pour la fréquence d'antirésonance donnée par la relation $f_a = \frac{1}{2\pi \sqrt{\frac{LC_s C_p}{C_s + C_p}}}$ valable si $RC_p \omega \ll 1$.

Ces deux fréquences voisines au demeurant dans la mesure où $C_p \gg C_s$ induisent deux types d'oscillateurs entretenus à quartz suivant que l'on exploite la résonance ou l'antirésonance.

6. RÉALISATION D'UNE MONTRE DIDACTIQUE AVEC AFFICHAGE DES SECONDES EN BINAIRE

Avant de réaliser une montre didactique, on peut se poser la question de l'affichage du temps dans une montre électronique.

6.1. L'affichage digital

Le signal de fréquence unité est appliqué à l'entrée d'un compteur associé à un afficheur de nombre d'impulsions et à un dispositif de remise à zéro après soixante impulsions pour l'affichage des secondes. Explicitons davantage cette dernière procédure.

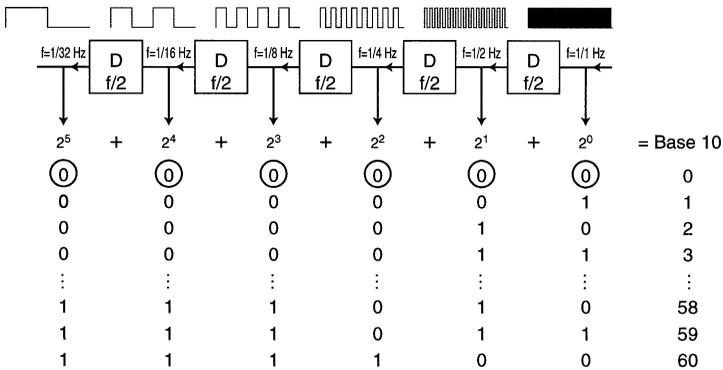


Figure 25

La remise à zéro doit donc être effectuée lorsque le nombre binaire 111 100 apparaît. Toutes les sorties des bascules situées en aval du signal 1 Hz sont alors placées à l'état logique bas. Le décompte reprend pour la minute suivante.

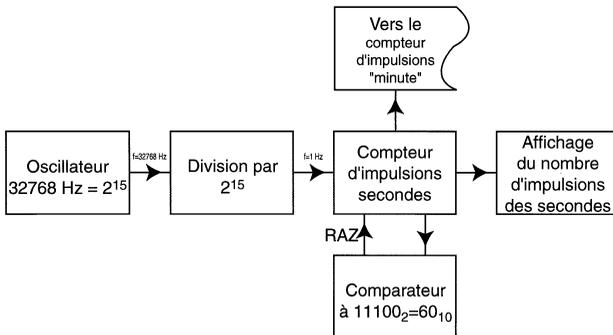


Figure 26

6.2. Schéma d'ensemble de la montre

L'ensemble des éléments décrits plus haut s'intègre dans une montre à oscillateur 32 768 Hz à affichage des secondes en binaire et remise à zéro après soixante secondes.

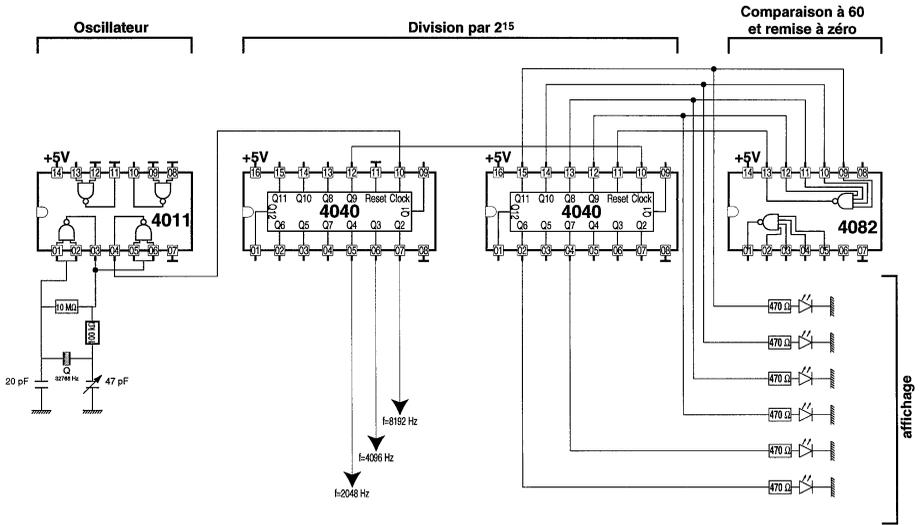


Figure 27

Carte imprimée : quartz.cip le 05/11/1996 23:45:41

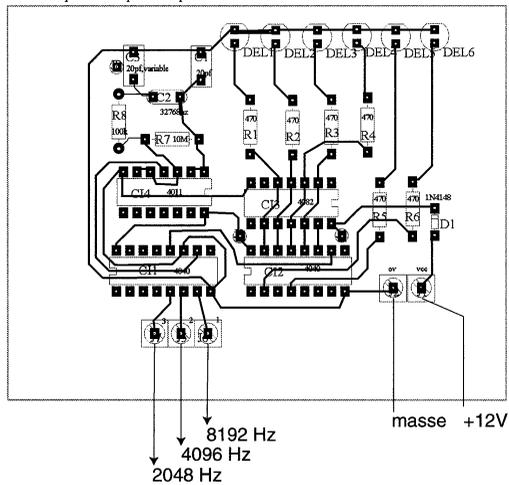


Figure 28

Trois sorties annexes sont prévues au niveau des bascules D afin de visualiser sur l'oscillographe le processus de division par deux. Nous avons retenu les fréquences 8192 Hz (2^{13}), 4096 Hz (2^{12}) et 2048 Hz (2^{11}). Le processus de RAZ est géré par une porte ET à 4 entrées, dont la sortie passe à 1 lorsque le nombre 1111 apparaît sur les sorties des bascules correspondantes.

Repère	Valeur	Attribut Complémentaire - Remarques
CI1	4040	(DIL-16.CMP)
CI2	4040	(DIL-16.CMP)
CI3	4082	(DIL-14.CMP)
CI4	4011	(DIL-14.CMP)
R1	470	(Résistance 1/4 Watt.CMP)
R2	470	(Résistance 1/4 Watt.CMP)
R3	470	(Résistance 1/4 Watt.CMP)
R4	470	(Résistance 1/4 Watt.CMP)
R5	470	(Résistance 1/4 Watt.CMP)
R6	470	(Résistance 1/4 Watt.CMP)
R7	10 M	(Résistance 1/4 Watt.CMP)
R8	100 k	(Résistance 1/4 Watt.CMP)
D1	1N4148	(Diode commutation.CMP)
C1	20 pF	(Condensateur non polarisé.CMP)
C2	32768 Hz	(Condensateurs drapeau.CMP) Support Quartz
C3	20 pF, variable	(Condensateur non polarisé.CMP)
J1	vcc	(Borne 5 mm.CMP)
J2	ov	(Borne 5 mm.CMP)
J3		Entrée / Sortie.CMP)
J4	???	(Entrée / Sortie.CMP)
J5	2	(Borne 5 mm.CMP)
J6	1	(Borne 5 mm.CMP)
J7	3	(Borne 5 mm.CMP)
J8	???	(Entrée / Sortie.CMP)
DEL1	???	(Diode DEL 5 mm.CMP)
DEL2	???	(Diode DEL 5 mm.CMP)
DEL3	???	(Diode DEL 5 mm.CMP)
DEL4	???	(Diode DEL 5 mm.CMP)
DEL5	???	(Diode DEL 5 mm.CMP)
DEL6	???	(Diode DEL 5 mm.CMP)

Figure 29 : Liste des composants du circuit QUARTZ.CIP le 05/11/1996 à 23:54:50.

7. CONCLUSION

Les oscillateurs électroniques stabilisés par un cristal de quartz ont permis une augmentation radicale de la précision, pour la réalisation d'échelles de temps extrêmement stables. Dès 1933, le Bureau International de l'Heure de Paris (BIH) confirmait l'existence de variations saisonnières et séculaires dans la rotation de la Terre, sur la base de ces prototypes d'horloges à quartz. Si le passage au grand public a demandé un demi-siècle, le quartz est devenu un élément indispensable dans la majorité des équipements électroniques tant analogiques que numériques. Sa mise en œuvre ne demandant pas de structures complexes, il mérite de figurer en bonne place dans l'étude expérimentale des oscillateurs.

Pour finir, nous tenons à remercier chaleureusement M. Albert HUBER, formateur en audiovisuel à l'IUFM d'Alsace, pour les clichés photographiques.

8. ANNEXES

8.1. Typon de l'horloge binaire

Carte imprimée : quartz.cip le 13/11/1996 13:38:09

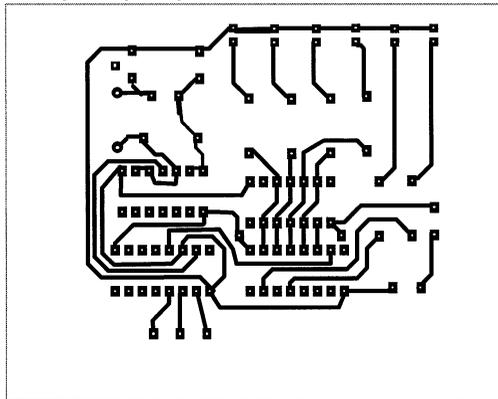


Figure 30 : Carte imprimée : quartz.cip le 13/11/1996 à 13:38:09 (typon à l'échelle 1 : 1).

8.2. Réalisation d'une alimentation VCO

8.2.1. Principe

Afin de créer une tension de fréquence stable et aisément ajustable, on exploite un VCO (Voltage Controlled Oscillator) dont la fréquence de la tension de sortie (VCO_{out}) dépend linéairement de la valeur d'une tension extérieure (VCO_{in}).

Un tel dispositif est intégré dans la puce CMOS 4046 qui est une boucle à verrouillage de phase (PLL).

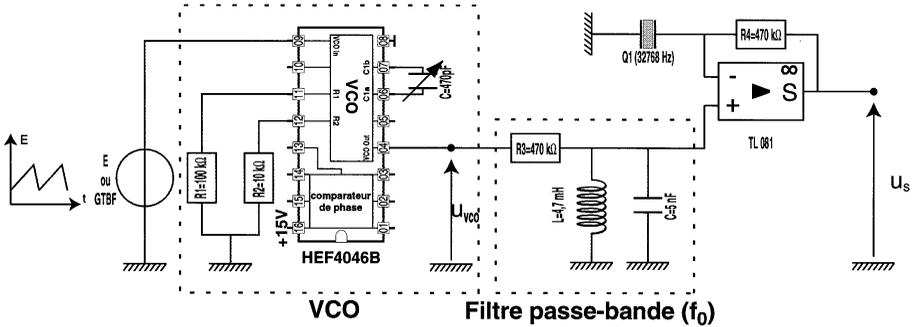


Figure 31

La fréquence minimale de cet oscillateur dépend de R_1 et C , tandis que l'excursion en fréquence (soit le rapport $\frac{f_{\max}}{f_{\min}}$) dépend du rapport $\frac{R_2}{R_1}$. On prendra $R_1 = 100 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 10 \text{ k}\Omega$ et C une capacité réglable de 470 pF . On ajuste la valeur du condensateur de telle sorte que la fréquence minimale (obtenue pour $VCO_{in} = 0 \text{ V}$) soit voisine de $32\,760 \text{ Hz}$.

Afin d'attaquer le quartz avec une tension sinusoïdale, on intercale un filtre passe bande centré au voisinage de $32\,768 \text{ Hz}$.

Il suffit alors d'attaquer le VCO (via VCO_{in}) par un générateur de tension triangulaire mais non alternative de très basse fréquence pour montrer l'existence de la résonance du quartz. En pratique, la tension appliqué à l'entrée du VCO peut être une rampe de tension comprise entre 0 et 15 V .

8.2.2. Schéma d'implantation - Typon - Listes composants

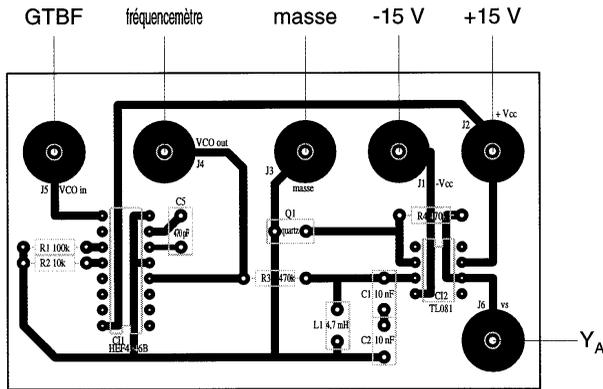


Figure 32 : Carte imprimée : quartz1.CIP le 14/11/1996 à 09:22:52.

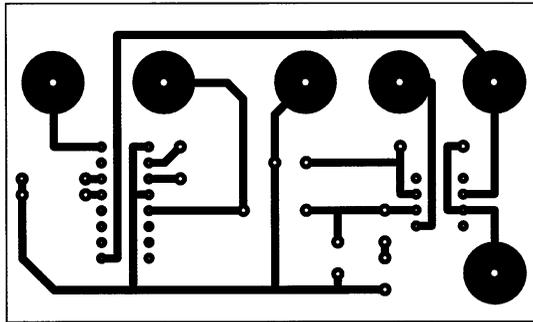


Figure 33 : Carte imprimée : quartz1.CIP le 14/11/1996 à 09:23:53.

Note de la rédaction

L'ensemble des images, graphiques, feuilles de calcul de cet article sera disponible sur la disquette UdP n° 12 (commande à Philippe BAFPERT - 3, rue Hector Berlioz - 94880 NOISEAU au prix de 50 F.) et sur le serveur UdP (voir annonce dans ce numéro).

Repère	Valeur	Attribut Complémentaire - Remarques
CI1	HEF4046B	(DIL-16.CMP)
CI2	TL081	(DIL-8.CMP)
R1	100 k	(Résistance 1/4 Watt.CMP)
R2	10 k	(Résistance 1/4 Watt.CMP)
R3	470 k	(Résistance 1/4 Watt.CMP)
R4	470 k	(Résistance 1/4 Watt.CMP)
C1	10 nF	(Condensateur non polarisé.CMP)
C2	10 nF	(Condensateur non polarisé.CMP)
C5	470 pF	(Condensateur non polarisé.CMP) - Ajustable
Q1	32768 Hz	(Condensateurs drapeau.CMP) - Support quartz
L1	4,7 mH	(Condensateurs drapeau.CMP) - Support bobine
J1	- Vcc	(Entrée / Sortie.CMP)
J2	+ Vcc	(Entrée / Sortie.CMP)
J3	masse	(Entrée / Sortie.CMP)
J4	VCO _{out}	(Entrée / Sortie.CMP)
J5	VCO _{in}	(Entrée / Sortie.CMP)
J6	V _s	(Entrée / Sortie.CMP)

Liste des composants du circuit QUARTZ1.CIP le 05/11/1996 à 23:54:50

DOCUMENT DE TRAVAIL : Détermination graphique du facteur de qualité

