

Modélisation électrique de phénomènes acoustiques

par D. SCACHE
Rectorat de Lille - 59000 Lille
C. DUPRET
Université de Lille I - 59650 Villeneuve-d'Ascq
et J.-M. BAUDE
Lycée technique Labbé - 59500 Douai

INTRODUCTION

Le haut-parleur électrodynamique est encore le transducteur sonore le plus largement utilisé de nos jours ; le premier brevet décrivant ce type d'appareil fut pourtant déposé dès 1887 par E. Wermer et sa fabrication industrielle, due à Rice et Kellog, date de 1925 [1]. Sa réalisation simple, ses performances, son faible coût et son utilisation aisée en basses fréquences ont certainement contribué à cette pérennité.

Pour ce transducteur, dans le domaine des basses fréquences, on peut considérer que l'équipage mobile (bobine, membrane, une partie du spider et de la suspension) se déplace en bloc tel un solide : c'est la zone de fonctionnement dite «en piston». Au-delà de cette gamme de fréquences, le transfert de l'énergie acoustique se fait essentiellement par vibration de la membrane sous ses divers modes propres. Cette zone est le lieu du savoir-faire du fabricant de haut-parleur ; il doit, en effet, maîtriser empiriquement de nombreuses résonances au niveau de la membrane, en «jouant» sur la nature des matériaux qui la constituent. D'une manière générale, la frontière entre ces deux modes de fonctionnement est d'autant plus basse en fréquence que le diamètre du haut-parleur est important ; on admet, par exemple, pour un haut-parleur de 30 cm un fonctionnement en piston jusque vers 700 Hz et pour un haut-parleur de 21 cm jusque 2 kHz [2].

L'étude entreprise sera limitée au domaine de fonctionnement en piston du haut-parleur et pour une configuration de celui-ci n'autorisant pas le «court-circuit» acoustique entre la face avant et la face arrière de ce dernier. Avec ces hypothèses, les analogies (formelles) électrique, mécanique et acoustique [3] permettent la définition

et l'emploi des notions d'impédances correspondantes ; on peut alors concevoir le transducteur comme un circuit électrique :

- les **résistances** représentent les **frottements**, les **rayonnements acoustiques** et les **amortissements électriques**,
- les **inductances** simulent les **masses mécaniques et acoustiques**,
- les **capacités** rendent compte des **élasticités mécaniques et acoustiques** de certains éléments du haut-parleur.

Les paramètres mécaniques et acoustiques de l'émetteur sonore et leur association sont alors convertibles en des **schémas électriques type RLC**, faciles à étudier théoriquement et à transférer en «blocs» dans des situations plus complexes [4] ce qui permet des prévisions fiables sur le plan pratique, tant au niveau de la conception du haut-parleur que de son environnement acoustique.

1. RAPPELS

1.1. Analogies (formelles) entre les grandeurs électrique, mécanique et acoustique

Électricité	Mécanique	Acoustique
Quantité d'électricité	Déplacement	Variation de volume
Intensité	Vitesse	Débit volumique
Tension (f.é.m.)	Force	Pression acoustique
Résistance	Frottement	Frottement de viscosité
Inductance	Masse	Masse
Capacité	Élasticité	Élasticité

1.2. Notions d'impédances acoustique (Z_{ac}) et mécanique (Z_m)

Impédance acoustique : $Z_{ac} = \frac{\text{pression}}{\text{débit volumique}} = \frac{p}{Q_v}$ avec $Q_v = S v$ où S est la surface d'un conduit, d'une ouverture ou d'une membrane de haut-parleur.

Relation entre impédance acoustique et impédance mécanique :

$$Z_{ac} = \frac{p}{Q_v} = \frac{F}{S} \times \frac{1}{S v} = \frac{F}{v} \times \frac{1}{S^2} = \frac{Z_m}{S^2}$$

$$Z_{ac} = \frac{Z_m}{S^2} \quad \text{avec} \quad Z_m = \frac{F}{v}$$

Ce qui implique que si M désigne la **masse mécanique** du système envisagé, $M_{ac} = \frac{M}{S^2}$ représente la **masse acoustique** correspondante. De même si C est une **élasticité mécanique**, $C_{ac} = S^2 C$ représente l'**élasticité acoustique** correspondante.

2. ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES MÉCANIQUE ET ÉLECTRIQUE À BASSES FRÉQUENCES

2.1. Équation différentielle mécanique

Le système considéré est l'ensemble (membrane, bobine, dôme anti-poussières, ainsi qu'une partie du spider* et de la suspension constituant l'équipage mobile) de masse (mécanique) M .

Ce système est susceptible d'entrer en vibrations forcées.

Dans le cas du haut-parleur considéré, on peut ramener ce système complexe à une représentation équivalente constituée d'une plaque indéformable pouvant se déplacer parallèlement à elle-même, suivant une direction x' x , normale à son plan de figure (figure 1).

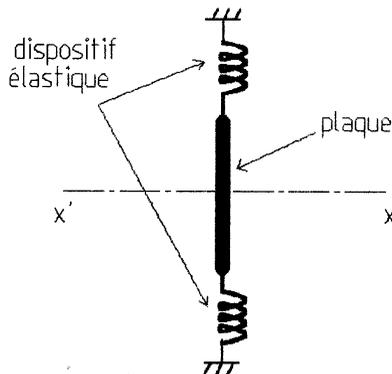


Figure 1

* Le spider est une bague de centrage liée, d'une part à la bobine et, d'autre part, au «saldier» du haut-parleur ; il sert à guider le déplacement de la bobine dans l'entrefer de l'aimant permanent ; une fraction non identifiable de cette bague est susceptible aussi d'entrer en vibrations forcées.

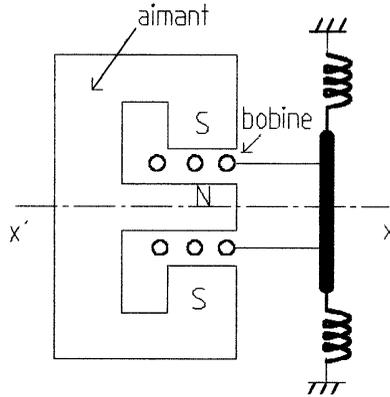


Figure 2

Dans le cadre de l'étude proposée, ce système est soumis à un ensemble de forces réductibles à :

- \vec{F}_M est la force d'inertie de l'équipage mobile $F_M = M \frac{d^2x}{dt^2}$,
- \vec{F}_r , **force de rappel élastique** vers la position d'équilibre ($x = 0$) par un dispositif de suspension tel que, pour maintenir la plaque immobile à une distance x de sa position d'équilibre, il faille lui appliquer une force de module $F_r = K x = \frac{1}{C} x$ (K est la raideur de la suspension et C son l'élasticité) ;
- \vec{F}_a , **force de résistance de l'air**, due aux frottements fluides, dirigée en sens inverse du mouvement et proportionnelle (dans ce cas) à la vitesse de déplacement \vec{v} de la plaque ; son module est $F_a = r \frac{dx}{dt} = r v$;
- \vec{F}_{em} , **force d'origine électromagnétique**, périodique, assurant le régime forcé ; cette force est dirigée suivant $x' x$ et est produite par l'action d'un champ magnétique uniforme B dans l'entrefer sur une bobine solidaire de la plaque et parcourue par un courant d'intensité i variable. Son module est :
 $F_{em} = B i l$ pour un champ radial où l représente la longueur du fil enroulé (voir figure 2).

Le bilan des forces extérieures agissant sur le système ainsi isolé est donc (figure 3) :

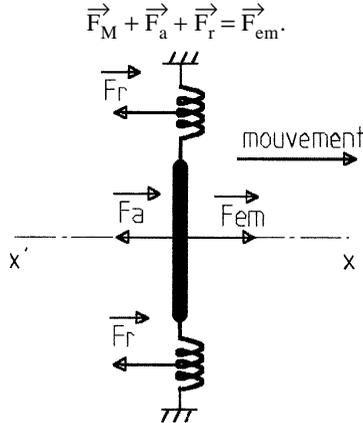


Figure 3

Après projection sur $x'x$, on peut écrire, à tout instant, l'équation :

$$M \frac{d^2x}{dt^2} + r \frac{dx}{dt} + \frac{1}{C} x = B i l \quad [a]$$

Nous supposons que, dans les limites de fonctionnement imposé au haut-parleur, cette équation différentielle est linéaire et à coefficients constants par rapport à la fonction $x(t)$ et ses dérivées, déterminant la position x du système.

2.2. Équation différentielle électrique

Le «schéma» du circuit électrique est représenté figure 4.

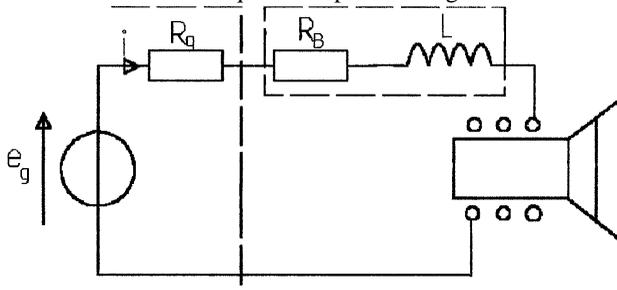


Figure 4

La bobine $\{R_B + L\}$ étant déplacée dans l'entrefer de l'aimant permanent, le flux Φ à travers celle-ci varie : il y apparaît une f.é.m. induite e définie, avec les conventions classiques d'orientation, par :

$$e = - \frac{d\Phi}{dt} = - B l \frac{dx}{dt}$$

d'où
$$e_g = L \frac{di}{dt} + (R_B + R_g) i + B l \frac{dx}{dt}$$

Cette relation ne tient pas compte de la capacité parasite interspire de la bobine.

Pour un haut-parleur fonctionnant en piston et à basses fréquences (seul cas envisagé), on peut négliger en première approximation le terme en $L \frac{di}{dt}$ puisque l'effet inductif est faible aux fréquences considérées :

$$e_g = (R_B + R_g) i + B l \frac{dx}{dt} \quad [b]$$

3. EXPRESSIONS DES IMPÉDANCES MÉCANIQUE TOTALE Z_{mt} , ACOUSTIQUE Z_{ac} et ÉLECTRIQUE Z_{el} D'UN HAUT-PARLEUR ; RECHERCHE D'UN CIRCUIT ÉLECTRIQUE ÉQUIVALENT

3.1. Nouvelles expressions des deux équations différentielles

On pose :
$$R = R_g + R_B$$

Les deux équations différentielles [a] et [b] deviennent :

$$M \frac{d^2x}{dt^2} + r \frac{dx}{dt} + \frac{1}{C} x - B l i = 0 \quad [a']$$

$$B l \frac{dx}{dt} + R i = e_g \quad [b']$$

En *régime sinusoïdal*, et en adoptant la notation complexe, elles deviennent :

$$M (j\omega)^2 \underline{X} + r j\omega \underline{X} + \frac{1}{C} \underline{X} - B l \underline{I} = 0 \quad [a'']$$

$$B l j\omega \underline{X} + R \underline{I} = \underline{E}_g \quad [b'']$$

3.2. Expressions des impédances mécanique totale et acoustique

En éliminant \underline{I} entre [a''] et [b''], on obtient :

$$\left[j M \omega + \left(r + \frac{(B l)^2}{R} \right) + \frac{1}{j C \omega} \right] j \omega \underline{X} = \frac{B l}{R} \underline{E}_g$$

Comme $\underline{V} = j \omega \underline{X}$ et en posant $\underline{F} = \underline{E}_g \times \frac{B l}{R}$, l'impédance mécanique totale complexe \underline{Z}_{mt} du haut-parleur, qui tient compte de «l'amortissement électrique», s'écrit :

$$\underline{Z}_{mt} = \frac{\underline{F}}{\underline{V}} = j M \omega + \left(r + \frac{(B l)^2}{R} \right) + \frac{1}{j C \omega}$$

Elle est formellement «équivalente» à celle d'un circuit {R ; L ; C} série (figure 5).

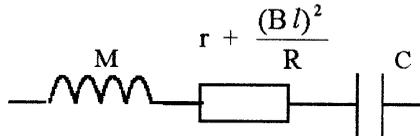


Figure 5

On en déduit l'impédance acoustique $\underline{Z}_{ac} = \frac{\underline{Z}_{mt}}{S^2}$, équivalente aussi à celle d'un circuit série :

$$\underline{Z}_{ac} = j M_{ac} \omega + R_{ac} + \frac{1}{j C_{ac} \omega}$$

où $M_{ac} = \frac{M}{S^2}$; $R_{ac} = \frac{1}{S^2} \left(r + \frac{(B l)^2}{R} \right)$; $C_{ac} = S^2 C$

avec S surface émissive du haut-parleur.

Le circuit acoustique peut donc être ramené à un un circuit électrique équivalent (figure 6).

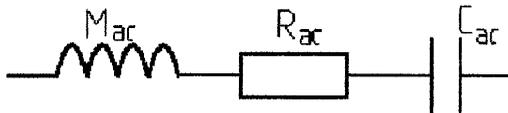


Figure 6

Remarque : Afin de mettre en évidence l'élément émettant la puissance acoustique, la partie réelle de \underline{Z}_{ac} doit être augmentée de la résistance de rayonnement [3 et 4] :

$$R_{ar} = \frac{\rho_0 \omega^2}{2\pi c} \text{ où } \rho_0 \text{ est la masse volumique de l'air en kg.m}^{-3} \text{ et } c \text{ la célérité du son en m.s}^{-1}.$$

3.3. Expression de l'impédance électrique \underline{Z}_{el}

En éliminant \underline{X} entre [a''] et [b''], on obtient :

$$\underline{E}_g = R \underline{I} + \frac{(B l)^2}{jM\omega + r + \frac{1}{jC\omega}} \underline{I}$$

Soit :

$$\underline{Z}_{el} = \frac{\underline{E}_g}{\underline{I}} = R + \frac{1}{j \frac{M}{(B l)^2} \omega + \frac{r}{(B l)^2} + \frac{1}{j \omega C (B l)^2}}$$

L'impédance électrique \underline{Z}_{el} est équivalente à la mise en série d'une résistance R et d'une impédance \underline{Z}_e (figure 7) :

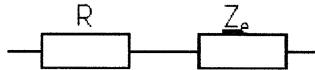


Figure 7

avec :

$$\underline{Y}_e = \frac{1}{\underline{Z}_e} = j\omega \frac{M}{(B l)^2} + \frac{r}{(B l)^2} + \frac{1}{j\omega C (B l)^2}$$

En posant :

$$C_e = \frac{M}{(B l)^2} ; R_e = \frac{(B l)^2}{r} ; L_e = C (B l)^2$$

on obtient le schéma électrique parallèle équivalent représenté figure 8, accompagné de la courbe de variation de Z_{el} avec la fréquence f dans la gamme étudiée (figure 9).

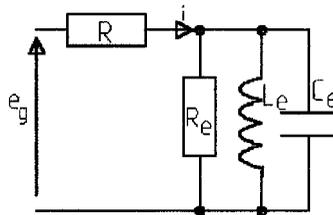


Figure 8

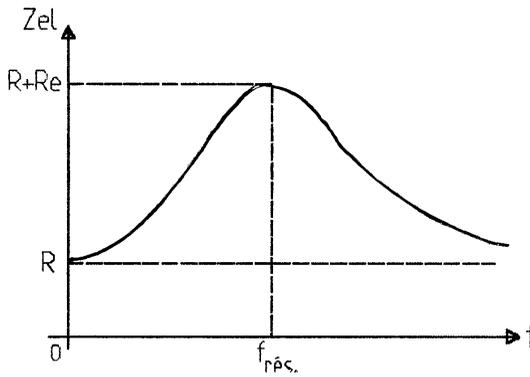


Figure 9

Si l'on tient compte de l'inductance L de la bobine mobile, le schéma et la courbe précédente deviennent ceux des figures 10 et 11 :

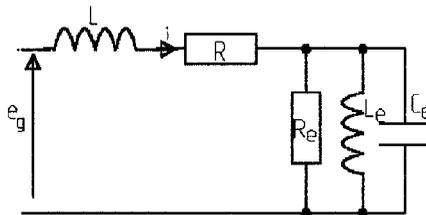


Figure 10

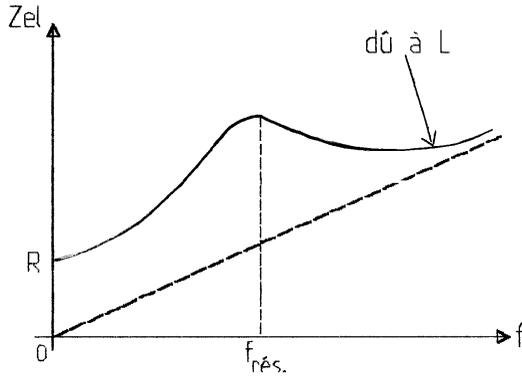


Figure 11

Exemples de valeurs numériques :

Type	Données							
AUDAX HM 130 GO (130 mm)	M [kg]	S [m ²]	R_B [Ω]	L [H]	r [kg.s ⁻¹]	C [m.N ⁻¹]	B l [N.A ⁻¹]	
	6,6.10 ⁻³	0,85.10 ⁻²	6,2	0,39.10 ⁻³	0,52	2,28.10 ⁻³	6,47	
	Mécanique		Acoustique			Électrique		
	r + (B l)² / R_B [kg.s ⁻¹]	M_{ac} [kg.m ⁻⁴]	R_{ac} [kg.s ⁻¹ .m ⁻⁴]	C_{ac} [m ⁵ .N ⁻¹]	L_e [H]	R_e [Ω]	C_e [F]	f_r [Hz]
7,3	91,4	100.10 ³	1,7.10 ⁻⁷	0,095	80	158.10 ⁻⁶	41	

Type	Données							
AUDAX HM 210 GO (210 mm)	M [kg]	S [m ²]	R_B [Ω]	L [H]	r [kg.s ⁻¹]	C [m.N ⁻¹]	B l [N.A ⁻¹]	
	18.10 ⁻³	2,32.10 ⁻²	6,4	0,58.10 ⁻³	1,26	1,54.10 ⁻³	7,75	
	Mécanique		Acoustique			Électrique		
	r + $\frac{(B l)^2}{R_B}$ [kg.s ⁻¹]	M_{ac} [kg.m ⁻⁴]	R_{ac} [kg.s ⁻¹ .m ⁻⁴]	C_{ac} [m ⁵ .N ⁻¹]	L_e [H]	R_e [Ω]	C_e [F]	f_r [Hz]
10,6	33,4	19,7.10 ³	8,3.10 ⁻⁷	0,092	48	300.10 ⁻⁶	30	

3.4. Schéma de synthèse utilisant un gyrateur

Le système d'équation [a''] et [b''] établi en 3.1. et dont sont issus les dipôles représentés précédemment, peut encore s'écrire:

$$\underline{Z}_m \underline{V} = B l \underline{I} = \underline{F}_{em} \quad [a''']$$

$$\underline{E}_g - R \underline{I} = B l \underline{V} \quad [b''']$$

avec $\underline{V} = j \omega \underline{X}$ et $\underline{Z}_m = r + j\omega M + \frac{1}{j\omega C}$ (impédance mécanique complexe ne tenant pas compte de l'amortissement électrique $\frac{(B l)^2}{R}$).

Considérons le gyrateur linéaire idéal représenté figure 12 [5]. Il est régi par les deux équations :

$$\underline{E}_1 = R_{gy} \underline{I}_2$$

$$\underline{E}_2 = R_{gy} \underline{I}_1$$

où R_{gy} est la résistance de gyration.

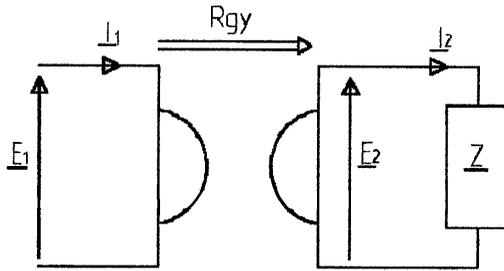


Figure 12

Ce gyrateur est équivalent à un *inverseur d'impédance* puisque : $\frac{\underline{E}_1}{\underline{I}_1} = \frac{R_{gy}^2}{\underline{Z}}$.

Il devient donc aisé de rendre compte des fonctionnements électrique et mécanique du haut-parleur grâce au gyrateur représenté figure 13, puisque les équations de fonctionnement sont les relations [a'''] et [b'''].

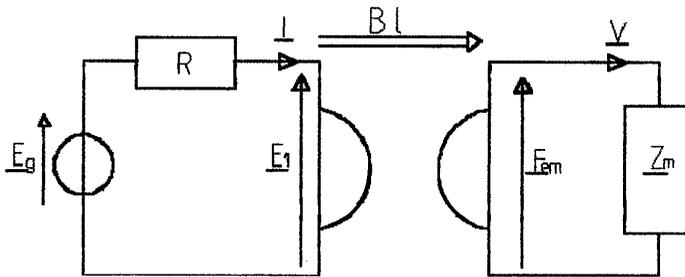


Figure 13

$$R_{gy} = B l$$

$$\underline{E}_1 = B l \underline{V} = \underline{E}_g - R \underline{I} \quad [b''']$$

$$\underline{F}_{em} = B l \underline{I} = \underline{Z}_m \underline{V} \quad [a''']$$

Le transfert de l'impédance mécanique \underline{Z}_m de la «maille mécanique» vers la «maille électrique» conduit à l'impédance électrique \underline{Z}_{el} :

$$\frac{\underline{E}_g}{\underline{I}} = R + \frac{\underline{E}_l}{\underline{I}} = R + \frac{(B l)^2}{\underline{Z}_m} = R + \frac{1}{\frac{\underline{Z}_m}{(B l)^2}} = \underline{Z}_{el}$$

De même, le «transfert» de la résistance R de la «maille électrique» vers la «maille mécanique» (cf. 3.2.) permet d'obtenir l'impédance mécanique totale :

$$\underline{Z}_{mt} = \underline{Z}_m + \frac{(B l)^2}{R}$$

3.5. Applications

Le modèle du haut-parleur exposé ci-dessus n'est valable que pour des *signaux de basses fréquences* (fonctionnement en «piston»), de *faible amplitude* (domaine linéaire) et en présence d'un baffle *plan infini* (ou pseudo-infini), c'est-à-dire un baffle pour lequel la longueur L est grande devant la longueur d'onde de la plus petite des fréquences à émettre (figure 14).

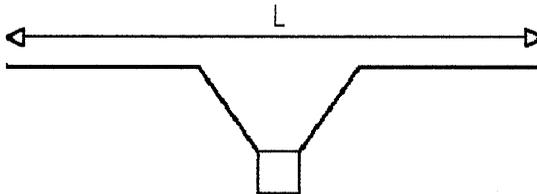


Figure 14

Utilisations du haut-parleur électrodynamique

Aux basses fréquences et en l'absence de baffle, il existe un court-circuit acoustique entre les deux faces du haut-parleur. Pour pallier cet inconvénient, on peut utiliser :

– **l'enceinte close** [6] donnée figure 15, où l'arrière du haut-parleur rayonne dans un volume fini V_B ce qui élimine le court-circuit acoustique. Ce volume, équivalent à un condensateur C_B , est généralement rempli d'un absorbant acoustique qui dissipe l'onde arrière et limite les résonances des modes propres de la boîte. Pour tenir compte de cet absorbant, capable de transformer l'énergie acoustique en chaleur, le modèle électrique devrait être complété par une résistance de frottement r_{FA} ;

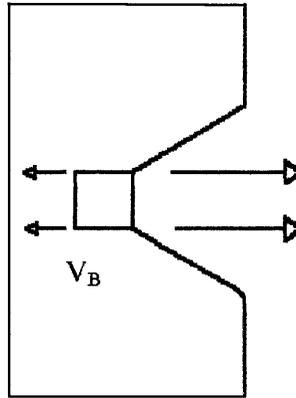


Figure 15

- l'**enceinte Bass-Reflex** [7] donnée figure 16, où l'onde arrière du haut-parleur excite un résonateur d'Helmholtz constitué d'un volume V_B et d'un tube T de masse acoustique M_{TA} . Pour un accord judicieusement réalisé, la résonance de l'enceinte vient renforcer le rayonnement avant du haut-parleur aux très basses fréquences ;
- l'enceinte « dite » à haut-parleur passif [8], les enceintes à multiples résonateurs, les enceintes à labyrinthe... ;
- l'**enceinte à pavillon** (figure 17) ; le rendement de conversion électrique-acoustique étant faible dans un haut-parleur électrodynamique (quelques pour-cent), l'utilisation d'un pavillon agissant comme un transformateur adaptateur d'impédance acoustique, permet d'augmenter notablement ce rendement. L'arrière du haut-parleur rayonne comme pour l'enceinte close dans un volume fini V_B .

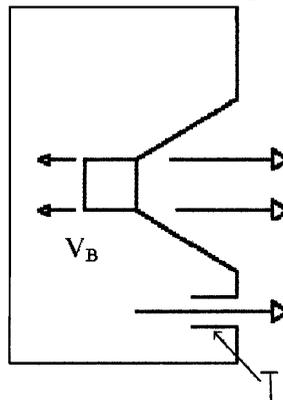


Figure 16

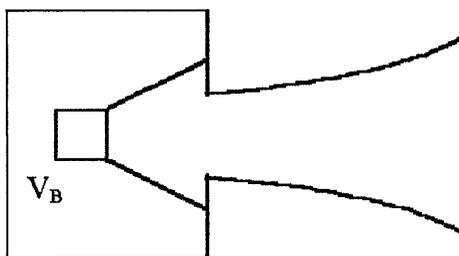


Figure 17

CONCLUSION

L'étude entreprise a permis de montrer qu'il était possible de ramener les différentes impédances d'un haut-parleur électrodynamique à des schémas électriques équivalents qui traduisent le comportement de celui-ci dans l'hypothèse d'un fonctionnement à basses fréquences, en régime linéaire et en l'absence de court-circuit acoustique entre les faces avant et arrière de l'émetteur sonore.

Le modèle du gyrateur, comme transducteur, rend compte dynamiquement des analogies formelles qui régissent les équations différentielles relatives à chaque domaine, en mettant en relation les caractéristiques électrique, mécanique et acoustique du haut-parleur.

Sur le plan pratique, suivant les paramètres du haut-parleur d'une part et ceux de la boîte (C_B, M_{TA}, r_{FA}) d'autre part, il est possible, grâce à l'étude du réseau électrique équivalent total, de déterminer la courbe de réponse optimale dans le grave. Le fonctionnement «en piston» est donc le lieu de prédilection d'études fondamentales en bonnes corrélations avec l'expérience. Pour les fréquences supérieures, tout est dans le savoir faire du constructeur, mais il faut remarquer que les enceintes ont généralement deux ou trois voies avec des haut-parleurs dédiés au grave, au médium et à l'aigu. On essaye ainsi, en jouant sur le diamètre du transducteur, d'être au maximum dans la plage de fonctionnement «en piston» et ainsi maîtriser les problèmes de vibrations ou de directivité de la membrane.

Enfin, bien sûr, le haut-parleur électrodynamique n'est pas la seule source sonore ; il existe des haut-parleurs électrostatiques, magnétodynamiques, piézo-électriques et ioniques mais, sauf exception, le registre grave est très souvent confié à un haut-parleur électrodynamique.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] G.A. BRIGGS : «*Haut-parleurs*», Éditions Radio, Paris, 1961.
- [2] J. RIETHMULLER : «*Pratique de la haute fidélité*», Éditions Radio, Paris, 1962.
- [3] M. ROSSI : «*Électro-acoustique*», Presses polytechniques romandes, Lausanne, 1986.
J. JOUHANEAU : «*Notions élémentaires d'acoustiques*», Collection CNAM Tech & Doc Lavoisier, Paris, 1994.
- [4] R.H. SMALL : IEEE Trans on Audio and Electroacoustics, 19 n° 4, 269, 1971.
- [5] R. BOITE et J. NEIRYNCK : «*Théorie des réseaux de Kirchoff*», Éditions Georgi, Lausanne, 1976.
- [6] J.F. NOWAK : IRE Trans Audio AU.7 5, 1959.
- [7] A.N. THIELE : JAES 19 n° 5, 382, 1971.
A.N. THIELE : JAES 19 n° 6, 471, 1971.
- [8] Y. NOMURA et Z. KITAMURA : IEEE Trans on Audio and Electroacoustics, 21 n° 5, 397, 1973.