

Circuit RLC - résonance wobulation

par R. KERAVEC

REMARQUES PRÉALABLES

– Le tracé d'une courbe de résonance avec un GBF exige que la tension reste constante quelle que soit la fréquence. Or à la résonance, l'impédance du circuit RLC se réduit à R qui peut se trouver du même ordre de grandeur que l'impédance interne du GBF : dans ces conditions la tension fournie au circuit par le GBF est inférieure à celle qu'on lui avait donnée au départ.

– Les oscillographes modernes permettent de s'affranchir de tout autre appareil de mesure (en particulier de l'ampèremètre dont la résistance n'est pas toujours aussi petite qu'on le pense !) et d'opérer dans un très large domaine de fréquence. L'oscillographe sera ainsi utilisé comme multimètre pour la mesure des durées, tensions et intensités, fréquences, déphasages.

– Les générateurs de fonctions récents présentent deux avantages : une faible impédance interne (50Ω) et une possibilité de modulation de la fréquence par application d'une tension externe ou interne («wobulation»).

1. OBTENTION D'UNE SOURCE D'IMPÉDANCE NULLE

Même les générateurs de fonction récents d'impédance 50Ω peuvent poser problème, lorsqu'on souhaite une résonance aigüe avec une faible résistance.

Le montage suiveur ayant été introduit dans les programmes depuis la seconde, nous avons là l'occasion de le réintroduire en association avec le GBF :

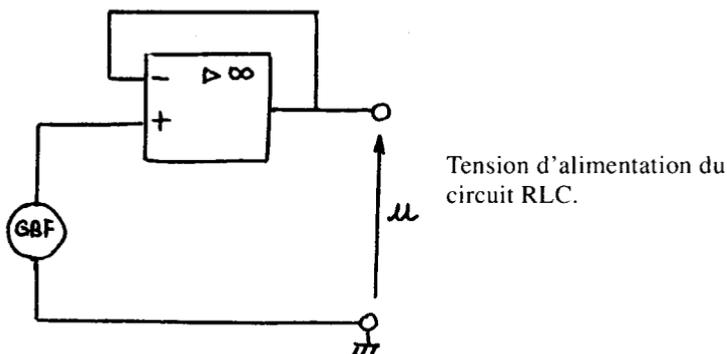


Figure 1

L'association GBF-suiveur est équivalente à une source de tension sinusoïdale parfaite (impédance nulle). Une démonstration simple de cette propriété figure en annexe I.

Cet avantage s'accompagne hélas d'une contrainte : l'amplificateur opérationnel ne peut débiter un courant d'intensité supérieure à 20 mA (un dispositif de protection est prévu par le constructeur).

Selon la valeur de R choisie pour le circuit RLC, il faudra limiter la tension appliquée :

$$\text{Si } R = 50 \, \Omega \quad \hat{U}_{\max} = 50 \times 0,020 = 1 \, \text{V}$$

2. ÉTUDE DU CIRCUIT RLC SÉRIE À L'OSCILLOGRAPHÉ

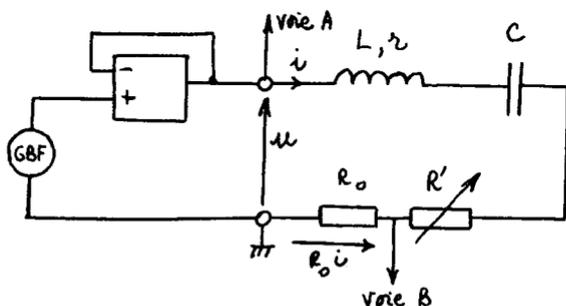
2.1. Choix des composants

L'annexe II, ci-après, propose une méthode simple de détermination des composants à partir des inductances (en nombre limité dans nos laboratoires) et de manière que l'étude se fasse avec une seule gamme de fréquences du GBF, et avec un facteur de qualité satisfaisant (≥ 5).

Ainsi l'abaque de l'annexe II nous permet d'associer une bobine de transformateur démontable de 500 spires ($\approx 12 \, \text{mH}$) avec un condensateur de 22 nF ; la fréquence de résonance sera voisine de 10 kHz ; la gamme 2 kHz - 20 kHz du GBF permettra de balayer un domaine de

fréquences suffisant. Le coefficient de qualité sera de l'ordre de 15 avec $R = 50 \Omega$.

2.2. Montage



$L \approx 12 \text{ mH}$ (bobine 500 spires)

r : quelques Ohms

$C = 22 \text{ nF}$

R_0 : résistance fixe

(50Ω par exemple)

R' : résistance variable
de 0 à 200Ω environ

Figure 2

R_0 et R' peuvent être réalisées par des boîtes de résistances variables ou des résistances type radio (valeurs normalisées 47Ω pour R_0 et 470Ω variable pour R').

2.3. Mode opératoire

1) Associer le GBF et l'amplificateur suiveur. Contrôler la tension de sortie sur la voie A de l'oscilloscope, le GBF étant sur la gamme choisie (ici 2-20 kHz). Régler cette tension à 1 V crête (ou mieux à 2 V crête à crête). On pourra choisir le calibre 0,5 V sur la voie A. On ne touchera plus au réglage du niveau du GBF.

2) Réaliser le circuit RLC (avec $R' = 0$) et l'alimenter par la tension u . Balayer la gamme de fréquence pour s'assurer de la constance de cette tension en valeur maximale.

Revenir à la fréquence minimale de la gamme et faire apparaître sur l'écran deux ou trois périodes complètes du signal.

3) Observer sur la voie B, la tension $u_{R_0} = R_0 i$, image de l'intensité. Balayer la gamme de fréquence sans modifier la base de temps. Repérer le passage de \hat{U}_{R_0} par un maximum, c'est-à-dire le passage de \hat{I} par un maximum.

4) Revenir au maximum de \hat{I} . Observer alors la concordance de phases entre u et i . Le passage en mode «XY» permet de parfaire ce réglage.

– Mesurer \hat{U}_{R_0} max, d'où \hat{I}_0 à la résonance. Comparer avec sa valeur théorique.

– A l'oscilloscope, déterminer la période T_0 ; calculer f_0 à la résonance. Comparer avec la valeur indiquée par le cadran du GBF. (On choisira une valeur adaptée pour la base de temps) ou celle donnée par un fréquencemètre.

– Déterminer la valeur de L si on se donne la valeur de la capacité C .

5) Détermination de la bande passante : chercher les 2 fréquences ($f_1 < f_0$ et $f_2 > f_0$) qui conduisent à une valeur de u_{R_0} telle que

$$\hat{U}_{R_0} = \frac{\hat{U}_{R_0 \text{ max}}}{\sqrt{2}}. \text{ Choisir un calibre approprié sur la voie B.}$$

Contrôler les déphasages en choisissant convenablement la base de temps.

$$6) \text{ Déterminer le coefficient de qualité } Q = \frac{f_0}{f_2 - f_1} = \frac{L\omega_0}{R} = \frac{1}{RC\omega_0}.$$

7) Revenir à la résonance. Permuter C et R_0 .

Mesurer alors \hat{U}_{C_0} . Comparer \hat{U}_{C_0} et \hat{U} .

8) Courbe de résonance : $\hat{I} = g(f)$.

3 points en sont déjà connus : pour f_1, f_0, f_2 . Se borner à déterminer \hat{I} , pour 3 ou 4 valeurs de f (lues sur le cadran du GBF ou sur le fréquencemètre) inférieures à f_1 , puis supérieures à f_2 .

9) Prolongements possibles :

– Tracer la courbe de résonance pour une valeur $R' = 50$ ou 100Ω . Se borner à chercher la résonance et balayer la gamme de fréquences tous les 2 kHz par exemple (on gardera le même calibre sur la voie B, pour déterminer \hat{I}).

– Faire le même travail que précédemment en remplaçant le condensateur de 22 nF par un de 0,1 μF . On prendra $R' = 0$.

10) **Remarque** : il serait intéressant de donner aux élèves un document rassemblant sur un graphe unique, l'ensemble des 3 courbes de résonance évoquées ci-dessus, à moins que les bobines et condensateurs disponibles soient identiques ce qui autoriserait la mise en commun des résultats de plusieurs groupes d'élèves.

3. MISE EN OEUVRE DE LA WOBULATION

Lors du tracé d'une courbe de résonance, on fait varier la fréquence manuellement et de manière discontinue.

Les générateurs de fonction munis d'une prise « wobulation » permettent un balayage en fréquence, entre deux limites, par application d'une tension variable. Si cette dernière est périodique, la tension fournie par le GBF est à amplitude constante, pseudo-périodique ; le phénomène est répétitif.

La wobulation peut-être considérée comme un cas particulier de modulation de fréquence, bien que cette dernière terminologie soit réservée au cas des signaux contenant une information.

La mise en œuvre par les élèves est peut-être délicate, en raison des contraintes de temps essentiellement. Elle donne lieu cependant à des expériences remarquables qu'un professeur se doit au moins de présenter soit à l'occasion d'un cours sur le circuit RLC ou d'une séance de TP. L'impact sur les élèves peut-être une source de motivation qui n'est pas à négliger.

3.1. Étude de la wobulation

Il est bon de consulter la notice du GBF auparavant, bien que celle-ci ne soit pas toujours très explicite sur le sujet !

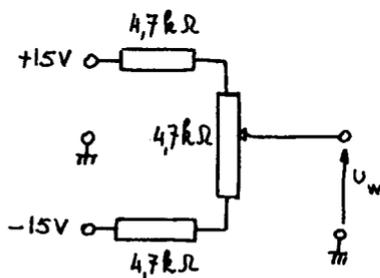


Figure 3

a) Régler le GBF sur une fréquence donnée (par exemple au milieu d'une gamme choisie pour l'étude du circuit RLC). Visualiser le signal à l'oscilloscope (voie B).

b) Appliquer à la prise «wobulation» du GBF une tension continue U_W obtenue à partir d'un montage diviseur (figure 3) :

- Observer le signal de sortie du GBF.
- Faire varier U_W .

On peut établir la relation (affine) : $f = g(U_W)$.

- En déduire le domaine de variation de U_W pour balayer une gamme de fréquence donnée.
- Appliquer la tension U_W sur la voie A de l'oscillo, la voie B étant toujours reliée à la sortie du GBF.

Passer en mode XY ; en faisant varier U_W on peut ainsi étalonner l'axe des X en fréquences (choisir un calibre adapté sur la voie A).

3.2. Étude de la résonance d'un circuit RLC

1) Reprendre le montage (figure 2) du paragraphe 2.

2) Appliquer la tension wobulée manuellement au circuit RLC ; on fera varier U_W dans le domaine défini pour balayer une gamme de fréquence.

En mode XY, appliquer U_W à la voie A (c'est-à-dire X) et U_{R0} (c'est-à-dire i) à la voie B (en Y).

En agissant sur U_W , retrouver la fréquence de résonance.

3) Remplacer la tension U_W variable manuellement par une tension périodique fournie par un second GBF. Ce dernier sera préalablement réglé : on opérera avec un signal triangulaire dont la tension variera dans le même domaine de variations que celui défini précédemment pour U_W ; la fréquence sera prise successivement égale à 0,1 - 1 - 10 Hz.

a) Observer simultanément u_W (voie A) et u fournie à la sortie de l'ampli-suiveur (voie B).
Passer en mode X-Y.

b) A la fréquence 0,1 Hz du signal modulant, observer u (voie A) et U_{R0} (voie B). A cette très basse fréquence, on peut suivre facilement l'évolution des grandeurs u et i (amplitudes, phases relatives). Cette belle expérience est à montrer aux élèves !

c) Afficher le signal modulant u_W en voie A, u_{R0} reste en voie B, et passer en mode XY.

Opérer successivement à 0,1 Hz, 1 Hz et 10 Hz environ. A cette dernière fréquence, il pourra être nécessaire de procéder à de légères retouches de la fréquence de modulation pour éviter un éventuel dédoublement de la courbe affichée.

L'enveloppe supérieure de la courbe (figure 4) constitue la courbe de résonance \hat{I} en fonction de f .

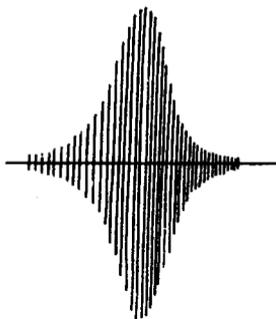


Figure 4

En agissant sur R' , ou sur C , on observe immédiatement les courbes de résonance correspondantes, et si l'axe des X a été étalonné en fréquence, la détermination de f_0 est rapide.

3.3. Affichage de la courbe de résonance

Il faut procéder à une «déttection» selon le principe classique :

D : diode à pointe (type OA90)

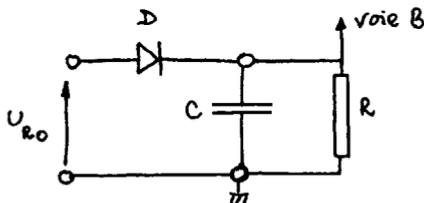


Figure 5

La constante de temps du circuit RC doit être courte par rapport à la période du signal modulant (ici de 0,1 à 10 s) et grande devant la période du signal modulé (ici de l'ordre de la centaine de microsecondes). L'association $R = 10 \text{ k}\Omega$, $C = 0,33 \text{ }\mu\text{F}$ réalise un bon compromis ($\tau = RC \approx 3,3 \text{ ms}$).

- En l'absence de condensateur on observe les alternances positives de u_{R0} .
- En présence de C, celui-ci se décharge partiellement entre les crêtes positives de u_{R0} .

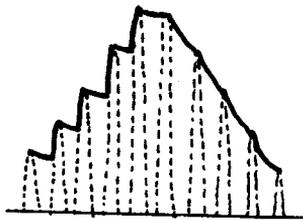


Figure 6 : Principe de détection d'enveloppe par le circuit D-R-C.

- Le circuit détecteur n'est pas parfait : la diode ne peut être idéale, R introduit un amortissement supplémentaire et il est nécessaire que la tension d'entrée soit suffisante. Il sera indispensable d'insérer un montage amplificateur (figure 7) entre U_{R0} et le circuit détecteur :

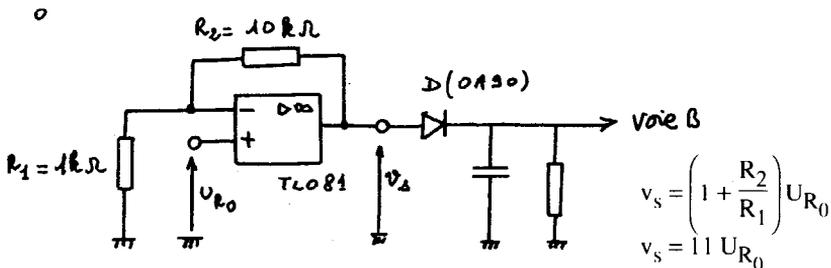


Figure 7

Ce dispositif peut être réalisé soit sur une seule plaquette ou sur deux plaquettes séparées (amplificateur et détecteur). Il permet de disposer d'une tension maximale voisine de 10 V pour alimenter le détecteur.

La courbe de résonance s'inscrit alors dans de bonnes conditions. Faire varier R' et C .

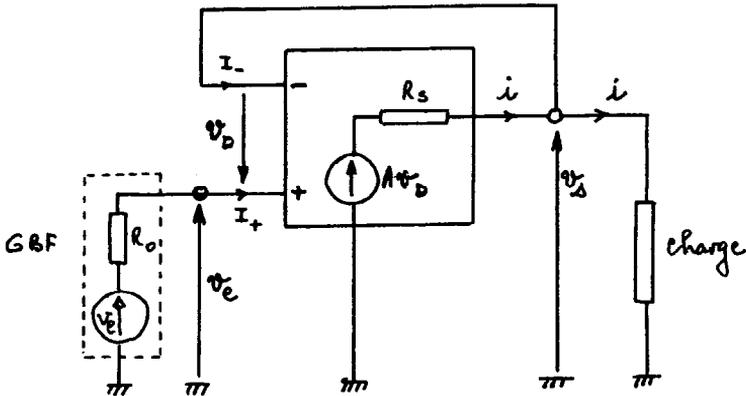
Observer que pour une très basse fréquence de modulation, le spot décrit lentement la courbe et semble rebondir aux extrémités de la courbe.

BIBLIOGRAPHIE

Voir B.U.P. n° 637 - octobre 1981 - pages 47-51.

Annexe I

ASSOCIATION GBF - SUIVEUR



Le GBF est remplacé par son modèle équivalent : f.é.m. v_e et impédance interne R_0 ($\approx 50 \Omega$).

Pour l'amplificateur opérationnel, l'entrée est considérée parfaite pour les courants ($I_- = I_+ = 0$) ; la sortie est remplacée par son modèle

équivalent : source de tension Av_D en série avec une résistance R_s (A : amplification en tension voisine de 10^5 , v_D : tension différentielle d'entrée). Pour les A.O.P. courants (741 - TL081) R_s est voisin de 50Ω .

On peut écrire : $v_s = v_e - v_D = Av_D - R_s i$

En éliminant v_D entre ces équations :

$$v_s = \frac{A}{1+A} v_e - \frac{R_s}{1+A} i$$

La sortie du suiveur est donc équivalente à un générateur de tension :

- de f.é.m. égale à $\frac{A}{1+A} v_e \approx v_e$
- de résistance interne égale à $\frac{R_s}{1+A} \approx 0$.

Annexe II

RÉSONANCE DANS UN CIRCUIT RLC SÉRIE CHOIX DES ÉLÉMENTS

La résonance d'un circuit RLC série fait apparaître trois grandeurs caractéristiques :

- la fréquence de résonance $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$
- le facteur de qualité du circuit $Q = \frac{L\omega_0}{R} = \frac{1}{RC\omega_0}$

– la bande passant $B = \frac{f_0}{Q}$

Lors de l'étude expérimentale, il est souhaitable :

- de pouvoir décrire la partie essentielle de la courbe de résonance en n'utilisant qu'une seule gamme de fréquences du GBF utilisé afin d'éviter les inconvénients liés aux changements du sélecteur de gammes.
- d'obtenir une acuité suffisante de la résonance.

Afin d'éviter les tâtonnements hasardeux, les essais infructueux ou les calculs fastidieux, nous proposons une démarche simple et rapide de prédétermination des éléments RLC, à l'aide de l'abaque ci-joint.

1. REMARQUE PRÉALABLE

Dans nos laboratoires, ce sont les inductances qui offrent le choix le plus limité : de quelques mH à une centaine de mH :

- inductances moulées : 2,2 mH - 4,7 mH
- bobines de transformateur démontable :
500 spires : ≈ 10 mH 1000 spires : ≈ 50 mH
- bobines de récupération de portes de radio ou TV. Leur résistance propre varie de quelques ohms à la centaine d'ohms.

Par contre, le choix des condensateurs est très vaste : du nF à la dizaine de μ F. On utilisera de préférence des valeurs de capacité appartenant à une série normalisée :

Ex : série E12 où les coefficients multiplicateurs des puissances de 10 forment la suite : 1 - 1,2 - 1,5 - 1,8 - 2,2 - 2,7 - 3,3 - 3,9 - 4,7 - 5,6 - 6,8 - 8,2.

Ainsi on trouve : 4,7 nF , 47 nF , 470 nF , 4,7 μ F.

Nous avons donc choisi de prédéterminer le condensateur à partir de la valeur L de l'inductance en introduisant le rapport $\alpha = \frac{C}{L}$.

2. FRÉQUENCE DE RÉSONANCE

En associant une inductance de valeur L à une capacité $C = \alpha L$, la résonance se produira à la fréquence $f_0 = \frac{1}{2\pi L \sqrt{\alpha}}$.

Si nous choisissons les unités :

kHz pour f_0

mH pour L

nF pour C

la relation ci-dessus s'écrit :

$$f_0 = \frac{500}{\pi} \frac{1}{L} \frac{1}{\sqrt{\alpha}}$$

ou encore $\log f_0 = 2,20 - \log L - \frac{1}{2} \log \alpha$.

En coordonnées logarithmiques, les variations de f_0 en fonction de α , se traduisent par un réseau de droites parallèles paramétrées par la valeur L de l'inductance (voir abaque). Ainsi, si l'on souhaite une résonance à 4 kHz, on peut associer :

$L = 20$ mH et $C = 4 L = 80$ nF (valeur normalisée la plus proche 82 nF) ou

$L = 10$ mH et $C = 15 L = 150$ nF (valeur normalisée).

3. COEFFICIENT DE QUALITÉ

La relation $Q = \frac{L\omega_0}{R} = \frac{1}{RC\omega_0}$ montre que pour une bobine donnée et R fixée, l'acuité de la résonance est d'autant plus grande que C est plus petit.

Le coefficient de qualité peut s'exprimer en fonction de α :

$$Q = \frac{L}{R} \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{R \sqrt{\frac{C}{L}}} = \frac{1}{R\sqrt{\alpha}}$$

Dans le système d'unités choisi plus haut Q s'écrira :

$$Q = \frac{1000}{R} \frac{1}{\sqrt{\alpha}} \quad (R \text{ en } \Omega, \alpha \text{ en nF/mH})$$

ou encore : $\log \alpha = 6 - 2 \log R - 2 \log Q$

En coordonnées logarithmiques (voir abaque), α est une fonction affine de Q : le réseau de droites parallèles est paramétré par R.

Ex : si la résistance du circuit est 50 Ω , les deux exemples ci-dessus donnent respectivement pour Q les valeurs 10 et 5, sans calculs.

Dans le 1^{er} cas la bande passante est $\frac{4 \text{ kHz}}{10} = 0,4 \text{ kHz}$; elle serait de $\frac{4}{2,5} = 1,6 \text{ kHz}$ avec une résistance de 200 Ω (Q = 2,5).

La résistance de la bobine étant connue facilement à l'ohmmètre, la résistance complémentaire à insérer dans le circuit est alors rapidement déterminée après avoir fixé la valeur de Q.

4. REMARQUE

L'abaque peut être utilisé par le professeur pour contrôler rapidement les résultats numériques des élèves au cours d'une séance de TP par exemple. Dans cette optique, il serait alors plus avantageux de retracer en utilisant les valeurs exactes des inductances communément utilisées (2,2 mH - 4,7 mH - 12 mH - 48 mH...).

